



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central - Santa Rosa/RS - CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
FARROUPILHA- *CAMPUS* SANTA ROSA

CURSO SUPERIOR LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

SAULO DA ROSA ZATT

RELATÓRIO DE ATIVIDADES DE ESTÁGIO

SANTA ROSA, RS
2025

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
FARROUPILHA- *CAMPUS* SANTA ROSA

SAULO DA ROSA ZATT

RELATÓRIO DE ATIVIDADES DE ESTÁGIO

Trabalho apresentado como requisito para
obtenção do título de Licenciado em
Matemática, do curso de Licenciatura em
Matemática do Instituto Federal
Farroupilha – *Campus* Santa Rosa.

Orientador(a): Eduardo Padoin
Coorientador(a): Marília Boessio Tex de
Vasconcellos

SANTA ROSA, RS
2025

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
FARROUPILHA- CAMPUS SANTA ROSA

O Orientador(a) Professor Eduardo Padoin, a Coorientadora Marília Boessio Tex de Vasconcellos e o Estagiário *Saulo da Rosa Zatt*, abaixo assinados, cientificam-se do teor do Relatório de Atividades de Estágio, do Curso de Licenciatura em Matemática.

RELATÓRIO DE ATIVIDADES
DE ESTÁGIO

Elaborado por
Saulo da Rosa Zatt

como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Eduardo Padoin
Orientador

Marília Boessio Tex de Vasconcellos
Coorientadora

Saulo da Rosa Zatt
Estagiário

SANTA ROSA, RS
2025

DADOS DE IDENTIFICAÇÃO

1 Estagiário

- 1.1 Nome:** Saulo da Rosa Zatt
- 1.2 Curso:** Licenciatura em Matemática
- 1.3 Turma:** MAT T12
- 1.4 Endereço:** Rua Paulino de Souza 440
- 1.5 Município e Estado:** Santa Rosa - RS
- 1.6 CEP:** 98787-704
- 1.7 Telefone:** (55) 996586688
- 1.8 E-mail:** saulo.2022011480@aluno.iffar.edu.br

2 Escola

- 2.1 Nome:** Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia Farroupilha – Campus Santa Rosa
- 2.2 Endereço:** Avenida Coronel Bráulio de Oliveira, nº 1400, Bairro Central
- 2.3 Município e Estado:** Santa Rosa - RS
- 2.4 CEP:** 98787-342
- 2.5 Telefone:** (55) 2013 0200
- 2.6 E-mail:** gabinete.sr@iffarroupilha.edu.br

3 Estágio

- 3.1 Área de realização:** Educação Básica – Ensino Médio
- 3.2 Coordenadora do Curso:** Ma. Mariele Josiane Fuchs
- 3.3 Professor(a) Orientador:** Dr. Eduardo Padoin
- 3.4 Professora Coorientadora:** Ma. Marília Boessio Tex de Vasconcelos
- 3.5 Supervisor(a) do estágio/Regente da turma:** Ma. Marília Boessio Tex de Vasconcelos
- 3.6 Carga horária total:** 140h
- 3.7 Data de início e término:** 06 de agosto de 2025 a 10 de dezembro de 2025.



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA
Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740
Fone: (55) 2013 0200

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por me proporcionar forças, sabedoria e empenho para superar os desafios e dar cada passo ao longo deste estágio. A minha esposa e filhos pelo apoio, sempre estando ao meu lado em todos os desafios da vida.

Gostaria de expressar minha mais sincera gratidão a todos que tornaram este estágio possível.

Sou profundamente grato ao professor Eduardo Padoin e a por sua orientação e paciência ao longo de todo o estágio, a minha coorientador e professora regente da turma professora Marília Boessio Tex de Vasconcelos. O conhecimento e ensinamentos de ambos foram essenciais para meu crescimento profissional. Agradeço também a turma do 3º Ano do Ensino Médio Técnico em Móveis, por me proporcionarem uma experiência de aprendizado tão rica e gratificante. A direção do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia Farroupilha – Campus Santa Rosa também merece meus agradecimentos pela oportunidade de vivenciar o ambiente escolar.

Aos meus amigos e colegas, que sempre estiveram ao meu lado, oferecendo palavras de motivação e compartilhando momentos de alegria e descontração, meu sincero agradecimento.

Por fim, agradeço a todos que, de alguma forma, contribuíram para minha formação acadêmica e para a realização deste estágio.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: IFFar – Campus Santa Rosa.....	11
--	----

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	8
2	A ESCOLA – CAMPO DE INTERVENÇÃO DO ESTÁGIO	10
2.1	Histórico da Escola Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia Farroupilha – Campus Santa Rosa	11
2.2	Contexto Social	13
2.3	Contexto Cultural	15
2.4	Dinâmica Pedagógica	17
3	PRESSUPOSTOS TEÓRICOS E METODOLÓGICOS	20
3.1	A Educação Matemática no Campo de Intervenção do Estágio	20
3.2	A turma do Estágio	23
3.3	Os Procedimentos Didáticos Metodológicos do Estágio	26
3.4	A Relação Teoria e Prática na Formação do Professor	30
4	CONSIDERAÇÕES FINAIS	34
	REFERÊNCIAS	37
	APÊNDICES	39

1 INTRODUÇÃO

O Estágio Curricular Supervisionado constitui uma etapa essencial na formação do futuro professor, pois representa o momento em que a teoria e a prática se encontram de forma concreta, permitindo ao licenciando vivenciar o cotidiano escolar e compreender os desafios e possibilidades do processo de ensino e aprendizagem. Segundo Pimenta e Lima (2019), o estágio é um espaço de articulação entre o conhecimento teórico e a prática docente, possibilitando ao educador em formação refletir criticamente sobre sua atuação e desenvolver competências profissionais indispensáveis à docência.

Dessa forma, o presente Relatório de Estágio Curricular Supervisionado III tem como objetivo relatar e refletir sobre as experiências vivenciadas no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha – IFFar, Campus Santa Rosa, com uma turma do 3º Ano do Ensino Médio Técnico em Móveis, no componente curricular de Matemática. As atividades foram realizadas no segundo semestre de 2025, totalizando uma carga horária de 140 horas, distribuídas entre observação, coparticipação e regência de classe.

O estágio no Ensino Médio Técnico representa um momento de grande relevância na formação docente, pois proporciona ao licenciando a oportunidade de compreender a complexidade do ensino da Matemática em um contexto que integra conhecimentos científicos e técnicos. O contato com os alunos permitiu observar diferentes ritmos e estilos de aprendizagem, o que exigiu o uso de metodologias diversificadas para atender às necessidades da turma. Nesse sentido, a experiência possibilitou desenvolver a autonomia, a capacidade de planejamento e a reflexão crítica sobre o papel do professor como mediador do conhecimento.

Durante a regência, foram trabalhados conteúdos relacionados à Análise combinatória, com enfoque em probabilidade condicional e eventos independentes, buscando aproximar os conceitos matemáticos da realidade dos alunos. As aulas foram desenvolvidas com base em metodologias de ensino, como o método expositivo e dialogado e a investigação matemática. Tais práticas foram pensadas para promover o envolvimento dos estudantes e tornar o aprendizado mais dinâmico e significativo, incentivando a curiosidade e o raciocínio lógico.

As metodologias adotadas foram fundamentadas em documentos orientadores da educação nacional, como a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018), os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio – PCNEM (BRASIL, 2000), o Plano de Desenvolvimento Institucional – PDI (SANTA MARIA, 2019) e o Projeto Pedagógico de Curso – PPC do Curso Técnico em Móveis (SANTA MARIA, 2021). Esses documentos reforçam o compromisso da instituição com uma educação pública, gratuita e de qualidade, voltada à formação integral do estudante e à valorização da diversidade.

Para embasar as estratégias utilizadas, recorreram-se aos estudos de Ponte, Brocardo e Oliveira (2020) sobre Investigação Matemática, de Onuchic e Allevato (2011) a respeito da Resolução de Problemas, e de Hoffmann (2009) quanto à avaliação contínua e formativa. Essas abordagens favoreceram a compreensão da Matemática como uma construção coletiva, contextualizada e interdisciplinar, promovendo a autonomia intelectual dos alunos e a valorização de seus diferentes modos de aprender.

Por fim, este relatório está estruturado da seguinte forma: no capítulo 2, apresenta-se o Instituto Federal Farroupilha – Campus Santa Rosa, destacando seu histórico, o contexto social, cultural e pedagógico. No capítulo 3, descrevem-se as práticas realizadas durante o estágio, a caracterização da turma e as reflexões sobre a relação entre teoria e prática. Por fim, o relatório se encerra com as considerações finais, nas quais são discutidos os aprendizados, desafios e contribuições dessa experiência para a formação docente.

2 A ESCOLA – CAMPO DE INTERVENÇÃO DO ESTÁGIO

O Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha (IFFar) representa um marco na educação pública brasileira, reafirmando o compromisso do Estado com a democratização do conhecimento e a formação integral dos cidadãos. Criado pela Lei nº 11.892, de 29 de dezembro de 2008, o IFFar surgiu da integração de antigas escolas técnicas e agropecuárias, assumindo a missão de promover uma educação pública, gratuita e de qualidade, articulando ensino, pesquisa e extensão.

O IFFar – Campus Santa Rosa, local de realização deste estágio, destaca-se como um importante polo educacional da região Noroeste do Rio Grande do Sul. A instituição oferece cursos técnicos integrados ao Ensino Médio, graduações, especializações e projetos de extensão que dialogam com as demandas sociais e produtivas locais. O campus atua como espaço de transformação e inclusão social, contribuindo para o desenvolvimento regional e para a formação de profissionais éticos, críticos e competentes.

Com uma trajetória marcada pelo compromisso com a excelência, o Campus Santa Rosa consolidou-se como referência na formação técnica e científica, especialmente em áreas ligadas à indústria moveleira, agricultura familiar, informática e ciências exatas. Essa diversidade de cursos reflete o papel do Instituto na promoção de oportunidades de aprendizagem voltadas à realidade socioeconômica da região.

Foi nesse ambiente de formação técnica e humana que o Estágio Curricular Supervisionado III foi desenvolvido, com a turma do 3º ano do Ensino Médio Técnico em Móveis. O contato com esse público proporcionou ao licenciando compreender o funcionamento da instituição, a dinâmica das aulas, os desafios enfrentados pelos estudantes e as estratégias pedagógicas adotadas para garantir a aprendizagem significativa.

Ao longo deste capítulo, serão apresentados o contexto histórico, social e cultural do IFFar – Campus Santa Rosa, bem como os princípios pedagógicos que orientam sua prática educativa, revelando o compromisso da instituição com a formação integral dos sujeitos e com o desenvolvimento de uma educação inclusiva e transformadora.

2.1 Histórico do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha – Campus Santa Rosa

O Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha (IFFar) é uma instituição pública federal de ensino que tem se destacado pela oferta de uma educação de qualidade, gratuita e socialmente comprometida com a formação integral do ser humano. Criado pela Lei nº 11.892, de 29 de dezembro de 2008, o IFFar integra a Rede Federal de Educação Profissional, Científica e Tecnológica, sendo uma autarquia dotada de autonomia administrativa, patrimonial, financeira e pedagógica. Desde sua criação, vem se consolidando como referência na educação profissional e tecnológica do país.

O Campus Santa Rosa, local de realização deste estágio, foi inaugurado oficialmente em 19 de dezembro de 2009 e iniciou suas atividades acadêmicas em 1º de fevereiro de 2010, conforme a Portaria nº 99, de 29 de janeiro de 2010. Sua implantação marcou um importante avanço na expansão da Rede Federal de Educação no estado do Rio Grande do Sul, fortalecendo a interiorização do ensino técnico e superior e ampliando as oportunidades educacionais na região Noroeste.

Desde então, o campus tem desempenhado um papel significativo na promoção da educação científica e tecnológica, ofertando cursos que articulam a formação geral e profissional, atendendo às demandas da sociedade e do setor produtivo regional. Atualmente, o IFFar – Campus Santa Rosa é dirigido pela professora Analice Marchezan, contando com uma equipe composta por docentes qualificados e servidores técnico-administrativos comprometidos com a excelência acadêmica e o desenvolvimento humano.

Figura 1: IFFar – Campus Santa Rosa



Fonte: Dados do Estágio (2024)

Localizado na Avenida Bráulio de Oliveira, nº 1400, bairro Central, o campus está inserido em um ponto estratégico do município de Santa Rosa – RS, abrangendo uma região de forte vocação industrial e agrícola. Essa posição geográfica possibilita ao Instituto estreitar laços com empresas, organizações e instituições locais, promovendo uma formação técnica alinhada às demandas sociais e econômicas da comunidade.

A missão institucional do IFFar está diretamente vinculada aos princípios da educação pública e democrática, conforme orienta o Plano de Desenvolvimento da Educação (PDE), que enfatiza a importância da educação profissional como instrumento de transformação social e de fortalecimento dos arranjos produtivos locais. Assim, o Instituto busca oferecer educação profissional e tecnológica em todos os níveis, estimular a pesquisa aplicada, promover o empreendedorismo e incentivar o cooperativismo, contribuindo para o desenvolvimento sustentável e para a melhoria da qualidade de vida da população.

O Campus Santa Rosa oferece atualmente uma variedade de cursos, incluindo Técnicos Integrados ao Ensino Médio (como Edificações, Mecatrônica e Móveis), Cursos Subsequentes, Graduações (como Administração, Arquitetura e Urbanismo, Ciências Biológicas, Matemática e Tecnologia em Alimentos) e Pós-Graduação Lato Sensu. Essa diversidade formativa reforça o compromisso institucional com a educação continuada, a inclusão social e a formação cidadã.

Sua infraestrutura é moderna e adequada às exigências de um ensino de qualidade, contando com laboratórios especializados, salas de aula equipadas com recursos multimídia, auditório, ginásio poliesportivo e uma biblioteca que oferece amplo acervo físico e digital. Esses espaços proporcionam condições ideais para o desenvolvimento de aulas práticas, projetos de pesquisa, ações de extensão e atividades culturais.

Os processos de ingresso nos cursos do IFFar são realizados por meio de processos seletivos próprios e também pelo Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), assegurando o acesso democrático aos diferentes níveis de ensino. O campus se destaca ainda pela política de assistência estudantil, que garante aos alunos condições de permanência e êxito, oferecendo auxílios, bolsas e acompanhamento pedagógico.

Assim, o IFFar – Campus Santa Rosa tem se consolidado como um centro de excelência educacional e tecnológica, comprometido com a formação crítica, ética e profissional dos estudantes. No âmbito deste estágio, a instituição representa não apenas o espaço de aprendizagem e formação docente, mas também um exemplo de gestão pública voltada para a inclusão, a inovação e a transformação social.

2.2 Contexto Social

Compreender o contexto social em que a escola está inserida é essencial para promover uma prática educativa significativa e transformadora. Conhecer a realidade dos estudantes, suas condições de vida, suas experiências e expectativas permite ao professor compreender o processo de ensino e aprendizagem de maneira mais ampla, respeitando as diversidades e contribuindo para uma educação verdadeiramente inclusiva e igualitária. Nesse sentido, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018) destaca a importância de uma formação integral, que valorize as dimensões cognitivas, emocionais, sociais e culturais do indivíduo.

O Instituto Federal Farroupilha – Campus Santa Rosa atende estudantes oriundos, em sua maioria, da região Noroeste do Rio Grande do Sul, abrangendo municípios vizinhos e comunidades rurais. A escolha pelo Instituto é motivada pela qualidade reconhecida do ensino, pela estrutura oferecida e pela variedade de cursos técnicos e superiores que dialogam com as demandas locais. Além de alunos da região, há também estudantes vindos de outras cidades e estados, atraídos pela proposta de ensino gratuito, inclusivo e voltado à formação profissional e cidadã.

A economia da Região Fronteira Noroeste, onde o campus está localizado, é sustentada principalmente pela agricultura familiar, pela indústria moveleira, pela produção de máquinas agrícolas e pelo setor agroindustrial. Esse cenário regional influencia diretamente a oferta de cursos do IFFar, especialmente o Curso Técnico em Móveis, que busca formar profissionais qualificados para atuar na indústria local, desenvolvendo competências técnicas e científicas alinhadas à realidade econômica e produtiva da região.

Durante o período de estágio, observou-se que a maioria dos alunos do 3º ano do Curso Técnico em Móveis pertence a famílias de classe média e trabalhadores do setor industrial, embora haja também estudantes em situação de vulnerabilidade

socioeconômica. Parte deles recebe auxílio por meio de programas institucionais de assistência estudantil, como auxílios permanência, transporte e alimentação, fundamentais para garantir o acesso e a permanência no ensino. Para muitos estudantes, a refeição oferecida na instituição representa um importante suporte nutricional diário, evidenciando o papel social do IFFar como espaço de acolhimento e promoção do bem-estar.

O IFFar – Campus Santa Rosa conta com uma ampla política de Assistência Estudantil, voltada a assegurar o acesso, a permanência e o êxito acadêmico dos alunos. Essa política é executada pela Coordenação de Assistência Estudantil (CAE), que reúne uma equipe multidisciplinar formada por assistentes sociais, psicólogos, pedagogos, nutricionistas, técnicos em enfermagem, profissionais da saúde e educadores de apoio. Essa equipe atua de forma integrada com outros setores, como o Setor de Assessoria Pedagógica (SAP), a Coordenação de Apoio às Pessoas com Necessidades Educacionais Específicas (CAPNE) e a Coordenação das Ações Afirmativas (CAA), assegurando o atendimento integral aos estudantes.

O compromisso institucional com a inclusão e a equidade se concretiza também por meio da Política de Educação Inclusiva, que envolve núcleos como o NAPNE (Núcleo de Apoio às Pessoas com Necessidades Especiais), o NEABI (Núcleo de Estudos Afro-Brasileiros e Indígenas) e o NUGEDIS (Núcleo de Gênero e Diversidade Sexual). Esses núcleos têm como objetivo promover o respeito à diversidade e garantir que todos os alunos tenham acesso ao ensino em condições igualitárias. No caso específico da turma acompanhada, havia um aluno com deficiência auditiva, que contou com o acompanhamento de intérprete de Libras e materiais adaptados, assegurando sua plena participação nas atividades de Matemática.

Além disso, o campus dispõe de infraestrutura acessível, com rampas, pisos táteis, banheiros adaptados, elevadores e mobiliário adequado, o que reforça o compromisso da instituição com a acessibilidade e com a eliminação de barreiras físicas e pedagógicas. Quando necessário, são designados monitores ou educadores de apoio para auxiliar estudantes com deficiência em suas atividades escolares.

Em momentos de crise social, como ocorreu durante as enchentes que atingiram o estado em 2024, o IFFar – Campus Santa Rosa demonstrou sua

solidariedade e responsabilidade social, organizando campanhas de arrecadação e apoio às famílias atingidas. Essas ações reforçam o papel da instituição não apenas como espaço de ensino, mas como uma comunidade educativa comprometida com a empatia, o cuidado e a cooperação.

Portanto, o contexto social do IFFar – Campus Santa Rosa evidencia o compromisso da instituição com a formação integral do aluno, valorizando a diversidade, a inclusão e o desenvolvimento humano. No âmbito do curso Técnico em Móveis, essa realidade social reflete-se em uma formação que alia o conhecimento técnico à consciência cidadã, preparando o estudante para atuar de forma crítica, ética e solidária na sociedade.

2.3 Contexto Cultural

A diversidade cultural é uma característica marcante do Instituto Federal Farroupilha – Campus Santa Rosa, e constitui um dos pilares que sustentam sua proposta pedagógica e institucional. O ambiente escolar é formado por estudantes de diferentes origens, etnias, religiões e contextos socioculturais, o que enriquece as relações interpessoais e amplia a compreensão do mundo por meio da convivência com a pluralidade. A maioria dos alunos se identifica como branca, mas há também presença significativa de estudantes indígenas, pardos e pretos, o que reflete a realidade multicultural da região e reforça o compromisso do Instituto com a inclusão e o respeito à diversidade.

Essa heterogeneidade se manifesta tanto nas salas de aula quanto nas atividades culturais, científicas e esportivas promovidas pela instituição. O IFFar – Campus Santa Rosa busca garantir que cada estudante se reconheça como parte de um espaço acolhedor e democrático, no qual o diálogo, a empatia e o respeito são valores fundamentais. De acordo com os princípios da Política de Assistência Estudantil (SANTA MARIA, 2021), a instituição se compromete a promover condições igualitárias de acesso e permanência, assegurando que fatores econômicos, sociais ou culturais não se tornem barreiras ao processo de aprendizagem.

Com o propósito de promover uma formação integral, o campus incentiva a participação dos alunos em diversos eventos acadêmicos e científicos, como a

Mostra de Educação Profissional e Tecnológica (MEPT) e a Jornada Integrada do Conhecimento (JIC), que permitem aos estudantes divulgar projetos, pesquisas e experimentos realizados nas disciplinas e nos cursos técnicos. Essas atividades fortalecem o vínculo entre teoria e prática, estimulando o protagonismo estudantil e o interesse pela pesquisa.

No âmbito dos cursos técnicos, especialmente no Curso Técnico em Móveis, essas oportunidades ganham relevância ao integrarem o conhecimento científico com a realidade profissional. Os alunos participam de feiras e mostras onde apresentam maquetes, protótipos e projetos desenvolvidos nas disciplinas técnicas, unindo criatividade, planejamento e inovação. Essa integração entre ensino e prática profissional contribui para a formação de jovens mais autônomos, críticos e preparados para o mercado de trabalho.

Além da dimensão científica, o IFFar – Campus Santa Rosa promove uma série de atividades culturais, artísticas e esportivas, organizadas pelo Programa de Promoção da Cultura, Esporte e Lazer. Entre elas, destacam-se os Jogos Estudantis, a Mostra Cultural, apresentações musicais, eventos teatrais e as celebrações da Semana Farroupilha, que valorizam a cultura regional e fortalecem o sentimento de pertencimento entre alunos e servidores. Essas iniciativas favorecem a socialização, o trabalho em equipe e o desenvolvimento de competências socioemocionais, fundamentais à formação integral dos estudantes.

O campus também dispõe de um Espaço Cultural, destinado à exposição de trabalhos artísticos e projetos desenvolvidos pelos alunos dos cursos técnicos e superiores. Nesse ambiente, são expostas criações como desenhos, esculturas, protótipos em madeira e modelagens tridimensionais — produções que demonstram o talento e a sensibilidade dos estudantes, especialmente dos cursos voltados à área moveleira e de design. Essas práticas estimulam a expressão artística e o desenvolvimento estético, aspectos que dialogam diretamente com a formação técnica e profissional oferecida pela instituição.

As ações culturais e científicas do IFFar revelam o compromisso da instituição em proporcionar uma formação ampla e humanizadora, que ultrapassa os limites da sala de aula. Através dessas experiências, os estudantes desenvolvem senso crítico, responsabilidade social e capacidade de atuação cidadã, consolidando-se como protagonistas de sua própria aprendizagem.

Assim, o contexto cultural do IFFar – Campus Santa Rosa demonstra que a educação, mais do que um processo de transmissão de conhecimento, é também uma vivência social e cultural, capaz de formar sujeitos conscientes, participativos e comprometidos com a construção de uma sociedade mais justa, inclusiva e plural.

2.4 Dinâmica Pedagógica

O planejamento das aulas é um instrumento fundamental para o êxito do processo de ensino e aprendizagem, pois permite ao professor organizar seus objetivos, selecionar metodologias adequadas e prever estratégias que atendam às diferentes necessidades dos estudantes. Como destaca Libâneo (1994, p. 222), o planejamento constitui “a previsão dos objetivos e tarefas do trabalho docente para um ano ou um semestre”, sendo, portanto, uma etapa indispensável à prática educativa intencional e eficaz.

A dinâmica pedagógica do Curso Técnico em Móveis Integrado ao Ensino Médio do Instituto Federal Farroupilha – Campus Santa Rosa é orientada pelos princípios institucionais expressos em documentos como o Projeto Pedagógico de Curso (PPC), o Regimento Interno, o Plano de Desenvolvimento Institucional (PDI) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Esses documentos norteiam as ações educativas, buscando integrar a formação técnica e humana dos estudantes, de modo a prepará-los tanto para o exercício profissional quanto para o exercício da cidadania crítica e responsável.

De acordo com o PPC do Curso Técnico em Móveis, o objetivo geral é formar profissionais capazes de atuar em diferentes etapas do processo produtivo moveleiro, desenvolvendo habilidades técnicas, raciocínio lógico e pensamento criativo para solucionar problemas relacionados ao design, à produção e à sustentabilidade. A formação proposta também contempla aspectos sociais, éticos e ambientais, contribuindo para que os futuros profissionais compreendam o papel do setor moveleiro no desenvolvimento econômico regional e na preservação dos recursos naturais.

No componente curricular de Matemática, o ensino é voltado para o desenvolvimento do raciocínio lógico, da capacidade de argumentação e da aplicação de conceitos matemáticos em situações práticas. Essa perspectiva está

em consonância com a BNCC (2018), que orienta o ensino da Matemática a partir da resolução de problemas, da investigação e da modelagem, promovendo a construção ativa do conhecimento. Assim, a Matemática deixa de ser vista apenas como um conjunto de fórmulas e passa a ser compreendida como uma linguagem que permite compreender, interpretar e transformar a realidade.

Durante o estágio, as aulas foram planejadas com o objetivo de tornar o ensino mais significativo e dinâmico, buscando a participação ativa dos alunos. As metodologias utilizadas incluíram aula expositiva e dialogada, investigação matemática, resolução de problemas, que possibilitou revisar conceitos de probabilidade e eventos independentes de maneira interativa e envolvente. Essas práticas se mostraram eficazes para despertar o interesse dos estudantes, principalmente em uma turma com diferentes ritmos e estilos de aprendizagem.

A avaliação da aprendizagem no IFFar é contínua e qualitativa, priorizando o acompanhamento do desenvolvimento dos alunos ao longo do processo. São considerados aspectos como participação, resolução de atividades, trabalhos práticos e desempenho em avaliações formais. Além disso, a instituição adota estratégias de recuperação paralela, que permitem ao estudante revisar conteúdos e superar dificuldades durante o semestre, evitando a reprovação e favorecendo o aprendizado progressivo.

Os registros acadêmicos são realizados no Sistema Integrado de Gestão de Atividades Acadêmicas (SIGAA), utilizado por professores e alunos. Para o docente, a plataforma funciona como um diário digital de classe, possibilitando o registro de frequência, notas, planos de ensino e materiais didáticos. Para os estudantes, o SIGAA oferece acesso a notas, tarefas e atividades, auxiliando na organização e no acompanhamento da vida escolar.

A Educação Inclusiva também é uma diretriz essencial da dinâmica pedagógica do campus. Durante o período de estágio, houve a presença de um aluno com deficiência auditiva, acompanhado por um intérprete de Libras. As aulas foram planejadas com atenção à comunicação visual, uso de recursos visuais e linguagem acessível, garantindo que o aluno pudesse acompanhar e participar das atividades plenamente. Essa vivência reforçou a importância da inclusão como um princípio que deve orientar todas as ações pedagógicas, assegurando o direito à aprendizagem de todos.

Outro aspecto relevante da dinâmica escolar observada foi o funcionamento das reuniões pedagógicas e dos conselhos de classe, que se configuram como momentos de análise e reflexão coletiva sobre o processo educacional. Durante o estágio, tive a oportunidade de participar de uma dessas reuniões, que considerei muito produtiva e democrática. Nela, chamou atenção a prática de convidar um aluno representante da turma para apresentar as percepções e opiniões dos colegas sobre as disciplinas, os métodos de avaliação, os eventos e outros assuntos escolares. Essa participação ativa dos estudantes demonstra o compromisso da instituição com a gestão participativa e o diálogo entre professores e discentes, fortalecendo o vínculo entre os diferentes segmentos da comunidade escolar.

Após o momento de fala do aluno representante, o conselho prosseguiu apenas com a presença dos docentes, equipe diretiva e profissionais da assistência estudantil, quando foram discutidos aspectos pedagógicos e comportamentais de cada estudante. Essa troca de perspectivas entre professores e equipe pedagógica possibilitou uma análise mais ampla do desenvolvimento das turmas e das estratégias necessárias para o aprimoramento do processo de ensino.

Além dos conselhos de classe, a instituição também promove reuniões com os pais e responsáveis, nas quais são compartilhadas as informações sobre o desempenho acadêmico e comportamental dos estudantes. Esses encontros são importantes para fortalecer a parceria entre escola e família, contribuindo para o acompanhamento mais efetivo do aprendizado e da formação integral dos alunos.

Durante o período de estágio, foi possível observar uma relação harmoniosa entre professores, equipe diretiva e servidores, marcada pela cooperação e pelo respeito mútuo. Esse ambiente colaborativo facilita a troca de experiências, o planejamento coletivo e a busca constante por práticas pedagógicas mais eficazes e inclusivas. A vivência nesse contexto reforçou a compreensão de que a qualidade do ensino está intimamente ligada ao trabalho coletivo e à disposição dos educadores em refletir e aprimorar suas práticas.

Assim, a dinâmica pedagógica do Curso Técnico em Móveis do IFFar – Campus Santa Rosa caracteriza-se por um ensino que alia rigor científico, prática profissional e sensibilidade humana. Essa abordagem permite ao aluno compreender a Matemática e as demais disciplinas de forma integrada, participativa e significativa, preparando-o para enfrentar desafios tanto na vida acadêmica quanto no mundo do trabalho.

3 PRESSUPOSTOS TEÓRICOS E METODOLÓGIC

Neste capítulo será realizada uma reflexão acerca das vivências obtidas durante o período de estágio, buscando compreender como a formação teórica se articula com a prática desenvolvida em sala de aula. Para isso, apresentarei as atividades realizadas, a organização da turma observada e os referenciais teóricos que orientaram o planejamento das intervenções pedagógicas. A partir dessa discussão, pretende-se analisar o papel do professor de Matemática no processo de ensino e aprendizagem, bem como reconhecer os desafios enfrentados e as possibilidades que emergem na construção de uma prática docente consciente e significativa.

3.1 A Educação Matemática no Campo de Intervenção do Estágio

O estágio curricular supervisionado configura-se como um momento fundamental na formação inicial do professor de Matemática, pois possibilita a articulação entre os conhecimentos teóricos estudados ao longo do curso de licenciatura e a prática vivenciada no cotidiano escolar. Ao adentrar o espaço da escola e o contexto real da sala de aula, o licenciando tem a oportunidade de observar, analisar e intervir de maneira planejada, refletindo sobre sua própria formação e compreendendo que a prática docente é um processo dinâmico, complexo e situado historicamente. Durante a regência realizada no Instituto Federal Farroupilha, com uma turma do 3º ano do Ensino Médio Técnico em Móveis, o campo de estudo esteve centrado na Educação Matemática, especialmente nos conteúdos de Análise Combinatória e Probabilidade, que representam um importante eixo formativo para o desenvolvimento do pensamento lógico e da capacidade de tomada de decisão fundamentada.

A proposta pedagógica desenvolvida buscou orientar-se por princípios que reconhecem a Matemática como uma construção humana, cultural e contextualizada, conforme defende D'Ambrosio (1996), ao afirmar que aprender Matemática é compreender relações que se estabelecem entre o conhecimento escolar, o cotidiano e o mundo. Assim, ao planejar as aulas, procurou-se romper com práticas meramente transmissíveis e repetitivas, adotando metodologias que privilegiam a participação ativa dos estudantes, a problematização e a investigação.

Nesse sentido, o ensino por meio da resolução de problemas, discutido por Onuchic (1999), constituiu-se como eixo estruturador das intervenções: partiu-se de situações contextualizadas, aproximadas da realidade dos alunos, para então formalizar os conceitos matemáticos, permitindo que o conhecimento se construísse gradualmente e de forma significativa.

A sequência de aulas foi planejada a partir dos documentos oficiais, especialmente da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que orienta o ensino da Matemática no Ensino Médio, destacando a competência dos estudantes em analisar situações que envolvem contagem, organização de dados e tomada de decisões baseadas na probabilidade. No caso da turma em questão, iniciou-se com a introdução ao Princípio Fundamental da Contagem e ao conceito de fatorial, elementos que constituem o alicerce para o entendimento dos agrupamentos combinatórios. A abordagem inicialmente adotada buscou explorar exemplos situados no cotidiano dos estudantes, como a escolha de combinações de roupas ou a montagem de catálogos de produtos, conforme previsto nos planos de aula elaborados previamente. A partir dessas situações, os alunos foram incentivados a representar suas estratégias por meio de árvores de possibilidades e esquemas gráficos, o que favoreceu a visualização e a compreensão das estruturas do PFC, conforme registrado nos planos analisados e aplicados.

Após a consolidação desses conceitos introdutórios, avançou-se para o estudo das permutações, arranjos e combinações, tanto simples quanto com repetições. Durante o desenvolvimento desses conteúdos, buscou-se enfatizar as diferenças conceituais fundamentais que os distinguem, sobretudo o papel da ordem e da repetição na formação dos agrupamentos. As atividades propostas foram organizadas de forma gradual, permitindo que os alunos transitassem de exemplos concretos para situações mais abstratas, tornando o processo de aprendizagem acessível e significativo. Também houve a preocupação de estimular o trabalho colaborativo, permitindo que os estudantes discutissem estratégias em duplas ou pequenos grupos, compartilhando diferentes formas de resolução, reflexões e modos de argumentação. Essa postura dialoga com as contribuições de Ponte (2005), que destaca o valor do professor como organizador de experiências de aprendizagem que promovem interação e construção coletiva do conhecimento.

Após o estudo dos agrupamentos combinatórios, iniciou-se a abordagem da Probabilidade. A condução desse conteúdo partiu de uma discussão sobre eventos determinísticos e aleatórios, introduzindo-se a noção de espaço amostral e evento a partir de experiências concretas, como o lançamento de dados, moedas e escolha de cartas de um baralho. A escolha por iniciar com atividades manipulativas e experimentais se justifica pelo fato de que tais situações contribuem para que os alunos compreendam a ideia de acaso e incerteza antes de formalizar conceitos e recorrer a fórmulas. Lorenzato (2010) ressalta que a manipulação de materiais e a experimentação ajudam a tornar os conceitos matemáticos mais acessíveis, principalmente quando se trata de conteúdos abstratos, como é o caso da probabilidade.

Ao longo da intervenção, buscou-se também explorar a probabilidade em sua dimensão interpretativa e argumentativa, indo além do simples cálculo numérico. Ao discutir resultados observados e resultados esperados, os alunos foram convidados a refletir sobre a relação entre matemática, previsibilidade e tomada de decisão, aproximando a disciplina da realidade. Nesse sentido, o ensino assumiu uma postura crítica e reflexiva, alinhada às contribuições de Skovsmose (2001), que defende que a Educação Matemática deve promover leituras de mundo e favorecer o pensamento crítico do estudante diante de situações que envolvem incerteza, escolhas e consequências.

A avaliação da aprendizagem ocorreu de forma contínua e processual, levando em consideração tanto a evolução conceitual quanto a participação e o envolvimento dos estudantes nas discussões e atividades coletivas. Foram utilizadas listas de exercícios, momentos de resolução conjunta no quadro, trabalhos em grupo e, posteriormente, uma avaliação individual, conforme planejado nos planos de aula aprovados e registrados. A avaliação serviu não apenas como instrumento de verificação, mas como oportunidade de observar dificuldades, ajustar percursos e reforçar aprendizagens. A análise dos resultados evidenciou que os estudantes demonstraram avanço consistente na capacidade de identificar qual tipo de agrupamento combinatório utilizar, interpretar situações de probabilidade e justificar procedimentos matemáticos empregados.

Nesse percurso, tornou-se evidente que a prática docente exige não apenas

domínio dos conteúdos, mas também sensibilidade para compreender os ritmos de aprendizagem, as diferentes realidades dos estudantes e a necessidade de adaptar estratégias conforme a resposta da turma. O estágio permitiu vivenciar a sala de aula como um espaço de interação, negociação de sentidos e construção conjunta do conhecimento, reforçando a concepção de que o professor é um mediador e não um mero transmissor de informações. A experiência favoreceu uma visão mais ampla e humanizada do ensino de Matemática, permitindo reconhecer que formar-se professor é um processo contínuo, reflexivo e inacabado.

Assim, o estágio supervisionado representou um momento significativo de aprendizagem profissional e pessoal, pois permitiu articular teoria e prática, testar metodologias, observar resultados concretos e refletir criticamente sobre o próprio fazer docente. A experiência reforçou a importância da Educação Matemática como campo comprometido com a formação integral, crítica e autônoma dos estudantes, e permitiu compreender que ensinar Matemática é, antes de tudo, formar leitores de mundo capazes de interpretar e agir sobre a realidade.

3.2 A turma do Estágio

A turma na qual foi desenvolvido o estágio supervisionado pertence ao 3º ano do Ensino Médio Integrado, composta por trinta estudantes, sendo vinte meninas e dez meninos. Trata-se de um grupo diverso não apenas em relação a questões pessoais e socioculturais, mas também no que se refere aos ritmos e modos de aprender. Durante o período de convivência em sala de aula, foi possível observar que a turma possui um clima harmonioso, demonstrando respeito mútuo, cooperação e responsabilidade. A recepção do estagiário foi positiva desde os primeiros encontros, marcando um ambiente favorável à prática pedagógica e ao diálogo entre professor e estudantes.

Grande parte dos alunos reside no município de Santa Rosa e utiliza o transporte público urbano para se deslocar até o Instituto Federal Farroupilha. Já os estudantes que vivem em cidades vizinhas contam, em muitos casos, com transporte escolar financiado total ou parcialmente pelas prefeituras municipais. Em algumas situações, esse deslocamento é custeado pela própria família, o que evidencia diferenças nas condições socioeconômicas entre os alunos, ainda que

isso não se reflita de forma direta em desigualdades de participação ou pertencimento no ambiente escolar. Essa dinâmica de deslocamento possui impacto direto na rotina de entrada e saída da escola, especialmente porque as aulas ministradas no estágio ocorreram nos três primeiros períodos da segunda-feira, momento de retomada da semana escolar.

Nesse contexto, estabeleceu-se coletivamente uma tolerância de cinco minutos de atraso após o sinal inicial para entrada em sala. Caso o estudante excedesse esse tempo, deveria solicitar autorização junto à Assistência Estudantil. A implementação e o cumprimento desse acordo demonstraram o comprometimento da turma, pois os alunos respeitaram a norma, sem ocorrências de atrasos reiterados ou tentativas de burlar o horário estabelecido. Essa postura revela maturidade e um senso de responsabilidade individual e coletiva.

Outro aspecto importante da rotina da turma diz respeito ao uso de celulares em sala de aula. Seguindo a Lei nº 15.100/2025, sancionada pelo Presidente Luiz Inácio Lula da Silva, o uso de aparelhos eletrônicos por estudantes de escolas públicas e privadas é proibido durante o período de aulas, salvo quando previamente autorizado para fins pedagógicos (BRASIL, 2025). Em consonância com essa legislação, no início de cada período, os alunos depositam seus celulares em uma caixa específica, que é lacrada e guardada com chave. O material é devolvido somente ao final das aulas do turno. A aplicação dessa regra ocorre sem resistência, mostrando que a relação entre escola e estudantes é construída mediante diálogo, clareza e respeito às regras.

No que se refere à aprendizagem, observa-se uma heterogeneidade significativa na turma. Alguns estudantes apresentam grande facilidade na construção e no manejo de conceitos matemáticos abstratos, demonstrando raciocínio lógico desenvolvido, autonomia nos estudos e, em certos casos, participação em cursinhos preparatórios. Esses alunos tendem a colaborar mais espontaneamente nas discussões, contribuindo com explicações e estratégias de resolução. Entretanto, há também alunos que apresentam dificuldades no acompanhamento dos conteúdos, especialmente aqueles que exigem abstração e organização de procedimentos. Para esse grupo, observou-se a necessidade de

explicações mais minuciosas, retomadas conceituais frequentes, estímulo à verbalização de raciocínios e acompanhamento individual durante as atividades.

Um ponto essencial a ser destacado refere-se à presença de um estudante com deficiência auditiva, cujo processo de escolarização se dá de forma inclusiva, dinâmica e compartilhada. Esse estudante acompanha as aulas com o suporte de duas intérpretes de Libras, que atuam de maneira alternada ao longo do período para manter a fluidez da comunicação. A presença das intérpretes não se configura como simples tradução literal do discurso oral, mas como uma mediação linguística e cultural que permite o acesso ao currículo, às interações em sala e à construção de significados matemáticos. O estudante demonstra boa capacidade de acompanhamento das explicações, participa das atividades e realiza as tarefas propostas, porém apresenta algumas limitações especialmente relacionadas à tradução de termos abstratos ou simbólicos próprios da linguagem matemática. Nessas situações, observa-se que a clareza do professor no uso do quadro, a utilização de representações visuais, exemplos concretos e pausas planejadas favorecem significativamente sua compreensão.

Durante o estágio, foi possível perceber que a inclusão efetiva exige mais que a presença de intérpretes: requer planejamento atento à visualidade, ao ritmo de fala, à posição corporal no espaço e à organização do discurso matemático. A interação entre professor, intérpretes e estudante surdo ocorre como uma tríade comunicativa, em que o professor precisa estar atento ao tempo de conversação e à transposição de significados para diferentes linguagens. O estudante, apesar das limitações que sua condição impõe, demonstra autonomia, curiosidade e capacidade de argumentação em Libras, o que reforça a importância de uma abordagem pedagógica que reconheça sua língua como legítima e estruturante da aprendizagem.

O comportamento da turma, de modo geral, é tranquilo, o que facilita o andamento das atividades sem a necessidade constante de intervenções disciplinares. As relações de convivência são marcadas por respeito e cooperação. Os estudantes se organizam espontaneamente em grupos de afinidade, vinculados a interesses culturais e pessoais, mas essas formações não se constituem como barreiras ao trabalho coletivo ou à integração da turma. Ao contrário, durante

atividades em grupo ou debates, observa-se fluidez na reorganização das equipes, troca de conhecimento entre pares e apoio mútuo em desafios propostos, especialmente em conteúdos de maior complexidade.

A partir da observação contínua, das conversas com a professora regente e com a coordenação pedagógica, foi possível elaborar um parecer que caracteriza a turma como comprometida, responsável e receptiva ao processo de aprendizagem. Ainda que apresente níveis variados de desempenho, demonstra abertura para aprender, disposição para participar e respeito às normas escolares, o que contribui para um ambiente didático favorável ao desenvolvimento intelectual e social. Além disso, a presença do estudante surdo e de suas intérpretes evidencia a importância da escola como espaço de inclusão, garantindo o direito de aprender, comunicar-se e construir conhecimento de maneira equitativa.

Assim, a experiência de estágio junto a essa turma permitiu uma compreensão mais profunda acerca da diversidade que compõe o contexto escolar, reforçando a necessidade de um planejamento docente sensível, flexível e comprometido com o desenvolvimento integral de todos os estudantes. A prática vivenciada mostrou que ensinar é também aprender com as diferenças, reconhecer potencialidades e construir coletivamente caminhos para a formação humana e acadêmica.

3.3 Os Procedimentos Didáticos Metodológicos do Estágio

Durante o período de estágio supervisionado na turma do 3º ano do Ensino Médio Integrado, no Instituto Federal Farroupilha – Campus Santa Rosa, foi possível vivenciar e analisar de maneira concreta o cotidiano da sala de aula e as nuances que envolvem o processo de ensinar e aprender Matemática. A turma caracteriza-se pelo respeito mútuo, pela tranquilidade nas interações e pelo senso de responsabilidade coletiva. Um aspecto marcante observado desde o início é que os estudantes se organizam espontaneamente em pequenos grupos de afinidade.

Essas afinidades, entretanto, não se configuram como barreiras para o trabalho colaborativo; ao contrário, servem como ponto de apoio nas atividades em grupo,

possibilitando trocas significativas durante o processo de aprendizagem e criando um ambiente onde o diálogo matemático se torna mais fluido e natural.

A sequência de regência teve início com uma aula de apresentação e acolhimento, na qual foram apresentados os conteúdos que seriam trabalhados nas semanas seguintes, as formas de avaliação e as metodologias de ensino. Essa conversa inicial buscou estabelecer transparência e diálogo, elementos essenciais para a criação de um ambiente educativo positivo. Em seguida, iniciou-se o estudo do Princípio Fundamental da Contagem (PFC), utilizando exemplos do cotidiano, como a combinação de roupas, montagem de catálogos e sistemas de senhas. O primeiro problema apresentado envolvia a escolha de uma camisa, uma calça e um par de tênis a partir de algumas opções, e chamou a atenção o comentário de um aluno que disse: “Professor, eu sempre achei que isso de contar combinações era só tentar imaginar todas as possibilidades, nunca pensei que tivesse uma regra”. Essa fala serviu como ponto de partida para destacar que contar possibilidades não é uma ação aleatória, mas estruturada e baseada na multiplicação sucessiva de escolhas, alinhando-se com a abordagem de resolução de problemas proposta por Onuchic (1999), que defende que o ensino deve partir de situações que desafiem o pensamento e mobilizem o raciocínio lógico.

Na aula seguinte, introduziu-se o conceito de fatorial, representando a contagem repetida através de expressões simbólicas. O uso de esquemas visuais e demonstrações progressivas no quadro foi essencial tanto para a compreensão dos estudantes quanto para garantir a comunicação clara com o aluno surdo, permitindo que a tradução feita pelas intérpretes acompanhasse a construção do raciocínio matemático em tempo real. Durante essa aula, ao apresentar a expressão $6!$ e explicar que “6 fatorial” significa $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$, alguns alunos sorriram e relacionaram ao botão “!” de suas calculadoras, indicando familiaridade superficial, porém desconhecimento conceitual. No entanto, quando foi proposta a questão envolvendo a expressão $(8!) / (6! + 5!)$, conforme prevista no plano, vários estudantes demonstraram dificuldade em compreender por que não era possível simplesmente cancelar termos iguais no numerador e denominador. Uma aluna comentou: “Mas professor, se tem $6!$ em cima e embaixo, não cancela?” — o que abriu espaço para retomar a diferença entre operações aditivas e multiplicativas e explicar que o $6!$

estava somado a $5!$, e não multiplicando, impossibilitando o cancelamento. Essa intervenção gerou um momento de reflexão coletiva que reforçou a importância da leitura cuidadosa de expressões matemáticas e do entendimento das estruturas envolvidas.

Nos encontros seguintes, avançou-se para os conceitos de permutação simples e permutação com repetição, tomando como exemplo a formação de anagramas de palavras, incluindo nomes dos próprios alunos. Essa estratégia aumentou o envolvimento e aproximou a Matemática de experiências afetivas e linguísticas, como defendido por D'Ambrosio (1996), para quem o conhecimento matemático é cultural, situado e vivido. Nesse contexto, utilizou-se o anagrama da palavra "CASCA", presente no plano, e muitos estudantes acharam intuitivo que existiam "muitas combinações", mas poucos perceberam inicialmente que algumas seriam idênticas devido à repetição das letras C e A. Um aluno questionou: "Por que dividir por $2!$ duas vezes?", referindo-se às repetições — dúvida muito recorrente. Foi explicado, por meio da manipulação das letras no quadro, que as permutações entre elementos indistinguíveis não produzem resultados diferentes, e, portanto, devem ser ajustadas na contagem. O uso de exemplos com nomes da turma, como "ANA" e "REBECA", contribuiu para que a turma identificasse intuitivamente quando havia ou não repetição e quando seria necessário aplicar a fórmula correta.

Posteriormente, abordaram-se os conceitos de arranjo e combinação, ressaltando a diferença fundamental entre situações em que a ordem é relevante e situações em que não é. Uma das atividades mais significativas consistiu na simulação de um pódio esportivo, perguntando quantas maneiras diferentes três atletas poderiam ocupar as posições de ouro, prata e bronze. Os estudantes participaram de forma entusiasmada, e muitos verbalizaram estratégias próprias, como "fixar alguém no ouro e mudar os demais". Em paralelo, outra atividade envolveu escolher grupos de estudantes para apresentações de trabalho, e foi perceptível que a maioria compreendia intuitivamente que, ao formar grupos, a ordem não importava — o que facilitou a discussão sobre combinações. Um dos comentários mais interessantes surgiu quando um estudante perguntou: "Se eu mudar a ordem dos nomes na chamada, não muda o grupo, né? Então é combinação?". Essa relação direta entre uma vivência prática e uma estrutura

matemática abstrata reforçou o argumento de Ponte (2005) sobre como a aprendizagem matemática acontece pela justificativa de ideias e discussão de procedimentos.

Com a base combinatória consolidada, iniciou-se o estudo da probabilidade, partindo de experimentos concretos com dados e moedas, possibilitando que os estudantes observassem, registrassem e comparassem resultados para então relacioná-los ao cálculo matemático formal. Um experimento marcante envolveu o lançamento simultâneo de duas moedas — uma metálica e outra pintada com tinta colorida — para diferenciar elementos do espaço amostral. Alguns alunos, ao registrar ocorrências, passaram a questionar por que “cara e cor” seria diferente de “cor e cara”, retomando conceitos anteriores de ordenação. Esse movimento da experiência para a formalização sustenta a perspectiva de Lorenzato (2010), para quem a Matemática se fortalece quando o estudante vivencia, manipula e formula hipóteses antes de sistematizar conceitos.

As aulas finais da sequência foram dedicadas à probabilidade condicional e aos eventos independentes, temas que exigem maior atenção ao encadeamento lógico e à leitura matemática. Exemplos envolvendo cartas de baralho foram utilizados para ilustrar diferenças entre “retirar com reposição” e “sem reposição”, e a cada situação era possível perceber um aumento no envolvimento dos estudantes, principalmente quando surgiam perguntas espontâneas como: “Se eu tirei um ás, agora é mais difícil tirar outro, né?” — exatamente o tipo de percepção que conduz ao conceito de probabilidade condicional. Análises de tabelas e interpretações de conjuntos também foram incorporadas, estimulando a leitura criteriosa e o desenvolvimento do pensamento probabilístico. Nessas aulas, reforçou-se a importância da participação ativa, da pergunta investigativa e da validação coletiva do raciocínio, promovendo o tipo de diálogo pedagógico que Skovsmose (2001) denomina ambiente de investigação.

Por fim, realizou-se uma avaliação individual acompanhada de um mapa conceitual de apoio elaborado pelos próprios estudantes, permitindo observar não apenas a capacidade de aplicar fórmulas, mas sobretudo a compreensão das relações internas entre os conceitos estudados. O processo de elaboração dos mapas revelou diferentes formas de organização do pensamento: alguns optaram

por diagramas bastante visuais, enquanto outros preferiram esquemas mais formais e lineares. A avaliação demonstrou avanços significativos, especialmente no reconhecimento das diferenças entre arranjos e combinações e na compreensão da probabilidade como medida de incerteza, evidenciando que a combinação entre atividades experimentais, resolução de problemas e formalização matemática produziu efeitos positivos na aprendizagem.

A experiência de regência evidenciou que o ensino de Matemática não pode ser reduzido à mera transmissão de procedimentos, mas deve promover a construção de significados, a reflexão crítica, a argumentação e a compreensão ativa. A presença da diversidade, do aluno com deficiência auditiva e a heterogeneidade de ritmos de aprendizagem reforçaram que ensinar é, inevitavelmente, um exercício de mediação, escuta e adaptação. Em muitos momentos, foi necessário ajustar explicações, construir exemplos alternativos, refazer passos ou ampliar demonstrações para garantir que todos pudessem acompanhar o raciocínio e participar do processo. Assim, o estágio possibilitou uma compreensão concreta de que a docência é um processo contínuo de formação, que se constrói na interação com os alunos e na reflexão sobre a própria prática, reafirmando que aprender a ensinar é também aprender com aqueles que aprendem.

3.4 A Relação Teoria e Prática na Formação do Professor

A realização do estágio curricular supervisionado possibilitou uma aproximação concreta entre a teoria estudada ao longo da formação acadêmica e a prática vivenciada no cotidiano da sala de aula. Esse momento foi essencial para compreender que a docência é um processo dinâmico, imprevisível e constantemente atravessado por relações humanas, sociais e culturais. Muito do que se estuda no âmbito teórico apresenta caminhos, instrumentos e fundamentos sobre ensinar, mas é apenas no encontro com os estudantes que tais conhecimentos ganham sentido e se transformam em ação pedagógica. A teoria, portanto, não se encerra em si mesma, mas se efetiva na prática e retorna a ela

como reflexão, tal como afirma Freire (1996), que destaca a importância do movimento constante entre teoria e prática, ação e reflexão, como condição essencial para que o professor se torne consciente de seu papel no processo educativo.

Durante o estágio, foi possível perceber que cada sala de aula é um espaço único, constituído por sujeitos que carregam trajetórias distintas, modos próprios de aprender e diferentes formas de se relacionar com o conhecimento. Com uma turma composta por trinta estudantes, tornou-se evidente que o ensino não acontece de maneira linear ou homogênea; cada aluno constrói sentidos, interpretações e caminhos particulares durante a aprendizagem. A BNCC (2018) fala da importância de uma educação que reconheça a diversidade, garantindo que todos os estudantes tenham acesso ao currículo e possam se desenvolver de forma integral. Na prática, isso significa que ensinar não se limita à transmissão de conteúdos, mas exige sensibilidade, escuta e flexibilidade por parte do professor.

Um dos aspectos mais marcantes desse processo formativo foi a convivência e o trabalho pedagógico envolvendo o estudante com deficiência auditiva, que participou da turma com o apoio de duas intérpretes de Libras. Essa vivência proporcionou um entendimento profundo sobre o que significa, de fato, promover inclusão. Não bastava que ele estivesse fisicamente presente; era necessário assegurar sua participação ativa, seu acesso às informações, seu direito de compreender e expressar-se. Essa experiência mostrou que o professor precisa ir muito além de adaptar materiais ou modificar explicações: é preciso construir vínculos, olhar nos olhos, ajustar o ritmo da fala, reorganizar o espaço e reconhecer Libras como língua legítima, e não como tradução secundária. Em muitos momentos, busquei olhar diretamente para o aluno, incluir seu nome nos exemplos, validar suas respostas e garantir que a explicação fosse acompanhada pelo tempo necessário de tradução. Ao não compreender um sinal, perguntava às intérpretes, reconhecendo que aprender com o outro também faz parte do fazer pedagógico. Esses pequenos gestos, muitas vezes simples, demonstraram grande impacto na relação de pertencimento do estudante no grupo.

Esse processo remete à concepção de Tardif (2014), segundo a qual os saberes docentes são construídos na prática, no encontro entre professor e

estudante, na troca de experiências e na reflexão constante sobre o fazer pedagógico. Os conhecimentos teóricos estudados no curso — currículos, metodologias, políticas educacionais — constituem uma base importante, mas é a vivência concreta, marcada por desafios reais, que permite ao professor compreender que ensinar é, antes de tudo, um ato humano. Ao mesmo tempo, essa experiência dialoga com Fiorentini e Lorenzato (2009), ao defenderem que o professor é pesquisador de sua própria prática. Não se trata de aplicar receitas prontas, mas de observar, interpretar, problematizar o que ocorre na sala de aula e reconstruir continuamente suas estratégias.

Outro aprendizado significativo refere-se ao reconhecimento de que os estudantes não são apenas receptores de conhecimento, mas protagonistas de seu próprio aprender. Eles chegam à escola carregando emoções, histórias, dificuldades, medos e potencialidades que atravessam o processo educativo. Houve momentos em que foi necessário ajustar o ritmo da aula, retomar explicações, propor novas abordagens ou simplesmente ouvir um estudante que enfrentava dificuldades externas à sala de aula. Arroyo (2014) reforça que a escola deve ser um espaço de acolhimento e humanização, onde cada sujeito seja reconhecido em sua totalidade. Ao vivenciar situações em que o apoio emocional foi tão importante quanto o conteúdo matemático, tornou-se ainda mais claro que ensinar é um ato que envolve afeto, ética e responsabilidade social.

Essa trajetória também reforçou a compreensão de que o professor não está pronto ao final da graduação. A formação docente é contínua, permanente, reflexiva. Freire (1996) afirma que o educador se faz no diálogo, na abertura ao novo, na disposição para aprender com os estudantes. Essa perspectiva tornou-se evidente em todos os encontros do estágio: houve dias de segurança e fluidez, mas também momentos de incerteza, de revisão de estratégias e de necessidade de recomeçar. Ensinar exige coragem para reconhecer limites e humildade para reconstruir caminhos.

Assim, a relação entre teoria e prática se revelou como uma via de mão dupla: a teoria orientou e fundamentou o planejamento, enquanto a prática provocou novas perguntas, aprendizagens, inquietações e sentidos. A docência, como experiência viva, mostrou-se um processo de constituição permanente. Ao final do estágio, não

apenas aprendi a ensinar, mas aprendi sobre os estudantes, sobre a escola, sobre o ato de escutar e sobre a importância de se construir uma educação que acolhe e transforma. Mais do que ensinar Matemática, aprendi que o professor participa da formação humana de seus alunos, e é nessa dimensão que reside o verdadeiro sentido do ser professor.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A experiência vivenciada ao longo das oito semanas de estágio supervisionado constituiu um processo formativo profundo, complexo e transformador. Ao ingressar na sala de aula, percebi que a prática docente, diferentemente da teoria estudada ao longo do curso, exige uma postura de constante atenção, flexibilidade e sensibilidade. Cada encontro trouxe aprendizados significativos, tanto sobre o ensino de Matemática quanto sobre o meu próprio desenvolvimento enquanto futuro professor. Ao revisitar minha trajetória nas aulas ministradas, reconheço que o estágio não foi apenas um espaço de aplicação de métodos, mas um terreno fértil de observação, reflexão e aperfeiçoamento contínuo.

Nas aulas iniciais, enfrentei desafios importantes, sobretudo devido ao fato de não ter me preparado de maneira suficientemente aprofundada para os conteúdos e para o desenvolvimento das atividades. Essa falta de domínio completo do tema proposto gerou certa insegurança, que se refletiu na condução da aula e na interação com os alunos. Percebi, logo nos primeiros encontros, que conhecer os conteúdos matemáticos não é o bastante: é preciso dominar profundamente cada detalhe, cada exemplo, cada possível dúvida que os estudantes podem apresentar. A docência exige um nível elevado de preparação prévia, pois o professor é constantemente interpelado por perguntas espontâneas, interpretações inesperadas e formas diversas de raciocínio. Esses primeiros momentos, embora desafiadores, tornaram-se fundamentais para compreender a necessidade de um planejamento minucioso e consciente, reafirmando o que Tardif (2014) afirma ao apontar que os saberes docentes são construídos no entrelaçamento entre teoria, prática e experiência.

Conforme avancei pelas semanas seguintes, houve um amadurecimento perceptível na condução das aulas. A cada encontro, o domínio do conteúdo se fortalecia e minha segurança aumentava, resultado do estudo contínuo e do diálogo com os planos elaborados, que se tornaram referência constante. A Análise Combinatória — tema que permeou os oito encontros — mostrou-se um campo fértil para compreender como diferentes metodologias podem favorecer ou dificultar a aprendizagem. O uso de exemplos contextualizados, a correção dialogada das atividades e a alternância entre explicação expositiva e resolução coletiva

revelaram-se eficazes para promover a participação e o engajamento da turma. A elaboração de listas de exercícios, problemas do cotidiano e situações-problema contribuiu significativamente para conectar a Matemática a experiências reais dos estudantes, como defendem Ponte, Brocardo e Oliveira (2020), ao enfatizar que investigar situações matemáticas amplia o raciocínio e fortalece a autonomia intelectual.

O desenvolvimento das metodologias planejadas — investigação matemática, resolução de problemas, correção coletiva e exercícios de fixação — permitiu perceber que o ensino não ocorre apenas na transmissão, mas sobretudo na mediação. A observação dos diferentes ritmos da turma, as dúvidas trazidas pelos alunos, a forma como argumentavam suas respostas e as trocas espontâneas entre eles reforçaram a perspectiva de Onuchic e Allevato (2011), que entendem a Resolução de Problemas como eixo estruturante do ensino de Matemática. Durante as aulas, especialmente nos momentos em que os estudantes trabalhavam em dupla ou em pequenos grupos, percebi o potencial do diálogo matemático para construir sentido, esclarecer conceitos e favorecer múltiplas representações.

Um aspecto marcante do estágio foi a presença de um aluno com deficiência auditiva, acompanhado por duas intérpretes de Libras. A convivência com esse estudante representou uma oportunidade de aprendizado valioso sobre inclusão e acessibilidade. Busquei, ao longo do processo, manter o contato visual, ajustar o ritmo das explicações e validar constantemente sua compreensão, reconhecendo que a educação inclusiva exige atenção e intencionalidade. Momentos como esse reafirmaram a importância de compreender que cada estudante tem um modo distinto de aprender, e que cabe ao professor criar condições para que todos participem, conforme preconiza a BNCC (2018) quando trata do papel da escola em promover ambientes acolhedores, justos e acessíveis.

Ao avaliar o conjunto da experiência vivida, reconheço que os objetivos propostos para o estágio foram alcançados. Consegui desenvolver as aulas planejadas, aplicar metodologias coerentes com os conteúdos trabalhados e observar progressos reais na aprendizagem da turma. Mais do que isso, consegui compreender de forma concreta os desafios que constituem a docência: a necessidade de planejamento, a importância do conhecimento teórico, o papel da

inclusão, a dinâmica da sala de aula e a responsabilidade que o professor assume diante dos estudantes. Cada aula ministrada, cada dúvida esclarecida e cada situação inesperada contribuíram para minha formação, ampliando minha capacidade de análise, adaptação e intervenção pedagógica.

Encerrando este percurso, compreendo que o estágio supervisionado foi um marco fundamental na construção da minha identidade docente. Sinto-me mais consciente do papel que desejo assumir como professor, mais preparado para enfrentar desafios e mais comprometido com uma prática pautada no respeito, na clareza e na aprendizagem significativa. As dificuldades iniciais, longe de serem obstáculos, tornaram-se impulsos que fortaleceram meu desenvolvimento. Finalizo o estágio com a certeza de que a docência se constrói diariamente — com estudo, prática, reflexão e, sobretudo, com humanidade.



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central - Santa Rosa/RS - CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

REFERÊNCIAS

FREIRE, Paulo. *Pedagogia da Autonomia: Saberes Necessários à Prática Educativa*. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

ARROYO, Miguel. *Educação de jovens-adultos: questões do nosso tempo*. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2014.

FIORENTINI D.; LORENZATO, S. (2009). *Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos*. 3. ed. Campinas: Autores Associados.

TARDIF, Maurice. *Saberes docentes e formação profissional*. 17. ed. Petrópolis: Vozes, 2014.

BRASIL. Diário Oficial da União. Lei nº 10.436, de 24 de abril de 2002. Dispõe sobre a Língua Brasileira de Sinais - Libras e dá outras providências. Disponível em: . Acesso em: 30 dez. 2024.

BRASIL. Lei nº 15.100, de 13 de janeiro de 2025. Proíbe o uso de aparelhos eletrônicos portáteis pessoais durante aulas, recreios e intervalos em todas as etapas da educação básica. Diário Oficial da União, Brasília, DF, 14 jan. 2025. Disponível em: < <https://www.in.gov.br/en/web/dou/-/lei-n-15.100-de-13-de-janeirode-2025-606772935>>. Acesso em: 21 jan. 2025.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL, Ministério da Educação. Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio. Brasília. 2000. BRASIL. Ministério da Educação. O Plano de Desenvolvimento da Educação. Razões, Princípios e Programas. Brasília, DF, MEC, 2007.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Base Nacional Comum Curricular: educação é a base. Brasília, MEC/SEB, 2018.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa*. 43. ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

LORENZATO, Sérgio. *O laboratório de ensino de matemática na formação de professores*. Campinas: Autores Associados, 2010.

PONTE, João Pedro da. *Investigar, ensinar e aprender: desafios e possibilidades para o professor de Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

D'AMBROSIO, Ubiratan. *Educação Matemática: da teoria à prática*. Campinas: Papirus, 1996.

ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. *Resolução de Problemas: teoria e prática*. Campinas: Editora da UNICAMP, 1999.

SKOVSMOSE, Ole. *Educação Matemática Crítica: a questão da democracia*. Campinas: Papirus, 2001.

LIBÂNEO, José Carlos. *Didática*. São Paulo: Cortez, 1994.

PONTE, João Pedro da; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia. *Investigações Matemáticas na Sala de Aula*. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2020.

ONUCHIC, Lourdes de La Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. *Resolução de Problemas: aprendendo, ensinando e pensando com problemas*. São Paulo: Livraria da Física, 2011.

HOFFMANN, Jussara. *Avaliar para Promover: as setas do caminho*. 13. ed. Porto Alegre: Mediação, 2009.

APÊNDICES

Plano de Aula Semanal nº1

Acadêmico: Saulo da Rosa Zatt
Professor(a) Orientador(a): Eduardo Padoin
Unidade Concedente: Instituto Federal Farroupilha - Campus de Santa Rosa
Estágio – Turma/Nº de alunos: 3º ano do ensino Médio MOI
Professor(a) Regente da Classe: Marília Boessio Tex de Vasconcelos
Nº de Períodos semanal/ Tempo de cada período:
Data/Horário: 08/09/2025 – 3 períodos- Das 7h 30min as 10h

1 .Tema/Assunto:

Análise Combinatória.

2. Objetos de Conhecimento:

Princípio Fundamental da Contagem;
Fatorial de um número.

3. Habilidades relativas a BNCC:

(EM13MAT310) Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo diferentes tipos de agrupamento de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas como o diagrama de árvore.

(EM13MAT315) Reconhecer um problema algorítmico, enunciá-lo, procurar uma solução e expressá-la por meio de um algoritmo, com o respectivo fluxograma.

4 . Objetivos

Compreender diferentes estratégias para a contagem de possibilidades, reconhecendo o Princípio Fundamental da Contagem como ferramenta de resolução.

Explorar o conceito de fatorial e sua aplicação em problemas de contagem, identificando sua importância em situações de maior complexidade.

Estimular o raciocínio lógico, incentivando a elaboração de estratégias próprias para solucionar problemas.

5. Metodologia

Investigação Matemática;
Método Expositivo e Dialogado.

6. Recursos

Materiais de Uso Comum, Computador, Internet, Projetor.

7. Desenvolvimento

Apresentação:

Tempo de duração: 10 minutos

Desenvolvimento: Em um primeiro momento, eu irei me apresentar para a turma, falando um pouco de minha trajetória até o momento, após pedir que cada um se apresente contando um pouco de si e o que gosta de fazer.

Apresentação do processo de desenvolvimento das aulas

Tempo de duração: 10 minutos

Desenvolvimento: Alinhar o cronograma das aulas, assim como estabelecer combinados a serem cumpridos para que estas se desenvolvam da melhor forma possível.

Incentivação: Catálogo de Mesas (slide)

Tempo de duração: 25 minutos.

Desenvolvimento: Com o intuito de trabalhar a introdução do PFC, será utilizado o catálogo de Mesas

Uma marcenaria está desenvolvendo um catálogo de **mesas personalizadas**. O cliente pode escolher:

- **3 tipos de tampo** (quadrado, retangular ou redondo),



- **4 tipos de madeira** (pinus, eucalipto, MDF ou nogueira),

Pinus





Eucalipto



MDF



Nogueira

- **2 acabamentos** (verniz fosco ou brilhante).



Verniz Fosco

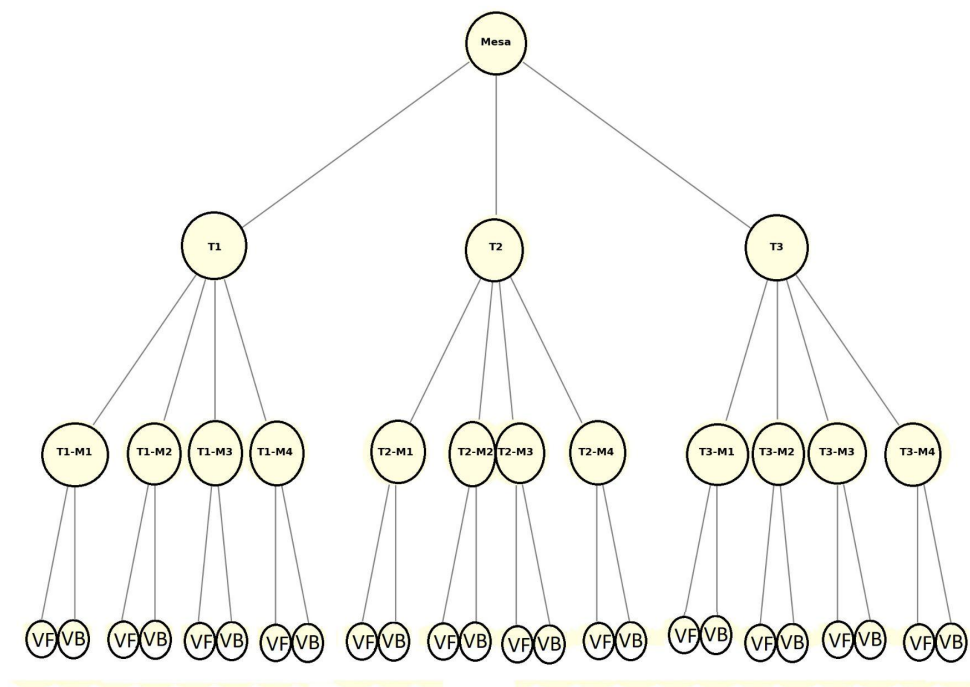


Verniz Brilhante

Considerando que os clientes vão poder escolher entre 3 tipos de tampos, 4 tipos de madeiras e 2 tipos de acabamentos.

Os alunos terão um tempo disponibilizado para fazerem a resolução do problema, após será apresentado o diagrama utilizando a árvore das possibilidades.

Árvore de Possibilidades - Mesa (Siglas)



Note que esse acontecimento tem 3 etapas, uma com 3 possibilidades, outra etapa com 4 possibilidades e na etapa seguinte 2 possibilidades.

totalizando 24 possibilidades (pois $2 \cdot 4 \cdot 3 = 24$).

Na sequência, será trabalhado um exemplo para reforçar a aprendizagem do PFC.

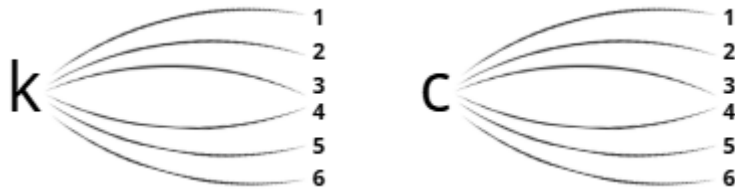
Ex: Ao lançarmos simultaneamente uma moeda e um dado, temos quantas possibilidades para o resultado? Represente-as.

(Os alunos tem 5 minutos para os alunos resolverem , após desenvolver a correção no quadro)

Diagrama



Árvore de possibilidades



2 possibilidades na etapa 1 e 6 possibilidades na etapa 2

Totalizando $2 \times 6 = 12$ possibilidades

Formalização conceitual: Princípio Fundamental da Contagem (apresentada no quadro)

Tempo de duração: 5 minutos

Desenvolvimento:

Explicação dialogada sobre o **Princípio Fundamental da Contagem**:

Se uma ação pode ocorrer de m formas e outra de n formas, então juntas podem ocorrer de $m \times n$ formas.

Exemplos simples da vida real (combinações de roupas, cardápio, senhas de 3 dígitos).

Observação: O produto dos números de possibilidades vale para qualquer número de etapas independentes.

Atividade: Resolução de Atividades

Tempo de duração: 25 minutos

Desenvolvimento: Para consolidar os conhecimentos sobre o Princípio Fundamental da Contagem e verificar eventuais dificuldades de aprendizagem, os

estudantes realizarão três atividades propostas. As questões serão projetadas e, após um tempo de aproximadamente 15 minutos para resolução, será feita a correção coletiva no quadro.

Atividades:

1) Um estudante possui 3 camisetas (azul, verde e preta) e 2 calças (jeans e preta). De quantas maneiras diferentes ele pode se vestir escolhendo 1 camiseta e 1 calça?

Para a camiseta: 3 opções.

Para a calça: 2 opções.

$$3 \times 2 = 6$$

2) Com os algarismos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7:

a) Quantos números de 3 algarismos podemos formar?

— — —
7 8 8

Obs: no primeiro algarismo o 0 não conta. Portanto:

$$7 \cdot 8 \cdot 8 = 448$$

b) Quantos números de 3 algarismos distintos podemos formar?

— — —
7 7 6

Obs: no primeiro algarismo o 0 não conta, no segundo algarismo conta-se o zero, mas não o número utilizado no primeiro algarismo.

Ex: 2 — —

Não contamos o 2. Restando 7 possibilidades.

2 4 —

No último algarismo restam 6 possibilidades, não consideramos os dois algarismos já utilizados.

$$\text{Desta forma: } 7 \cdot 7 \cdot 6 = 294$$

3) Em um restaurante, o cliente pode montar seu prato escolhendo: 3 opções de entrada, 5 opções de prato principal e 4 opções de sobremesa. De quantas formas

diferentes um cliente pode montar um prato com uma entrada, um prato principal e uma sobremesa?

Entrada: 3 opções.

Prato principal: 5 opções.

Sobremesa: 4 opções.

$$3 \times 5 \times 4 = 60$$

Atividade: Fatorial de um número

Tempo de duração: 20 minutos

Desenvolvimento: A fim de apresentar o conceito de fatorial, o seguinte problema será proposto aos alunos:

Ex: Um marceneiro precisa organizar 5 tipos diferentes de cadeiras em uma vitrine de exposição. Ele deseja saber de quantas formas diferentes pode organizar todas as cadeiras em fila.

Temos 5 cadeiras distintas.

Na primeira posição da fila: **5 opções.**

Na segunda posição: sobram **4 opções.**

Na terceira: **3 opções.**

Na quarta: **2 opções.**

Na quinta: **1 opção.**

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5! = 120$$

Fatorial

Dado um número natural n , com $n \geq 2$, definimos seu **fatorial**, indicado por $n!$, como o produto de n por seus antecessores naturais até o 1, $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1$

Propriedade:

$$n! = n \cdot (n-1)!$$

ou

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2)!, \text{ etc...}$$

Definimos, ainda, $1! = 1$ e $0! = 1$. (**demonstrado no quadro**)

$$n! = \frac{(n+1)! \cdot n!}{(n+1)}$$

Fazendo $n = 0$, obtemos:

$$0! = \frac{(0+1)!}{(0+1)} = \frac{1!}{1} = 1$$

$$0! = 1$$

Exemplos: Realizar o primeiro exemplo em conjunto no quadro e o seguinte deixar a turma tentar, registrar a resolução de cada no quadro.

- $3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$
- $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$
- $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$

Simplifique as expressões:

$$\bullet \quad \frac{13!}{10!} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot \cancel{10!}}{\cancel{10!}} = 13 \cdot 12 \cdot 11 = 1716$$

$$\bullet \quad \frac{8!}{6! + 5!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot \cancel{5!}}{(6 \cdot \cancel{5!}) + 5!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot \cancel{5!}}{\cancel{5!}(6 + 1)} = \frac{336}{7} = 48$$

$$\bullet \quad \frac{n!}{(n+1)!} = \frac{\cancel{n!}}{(n+1) \cdot \cancel{n!}} = \frac{1}{n+1}$$

Atividade: Resolução de Atividades

Tempo de duração: 20 minutos

Desenvolvimento: Para fixar a aprendizagem sobre a resolução de fatoriais, os alunos devem resolver as três atividades propostas. Após 10 minutos, as respostas serão corrigidas no quadro.

1) Quantos são os anagramas (diferentes disposições das letras de uma palavra) da palavra ESCOLA?

$$\begin{array}{cccccc} _ & _ & _ & _ & _ & _ \\ 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ 6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720 \end{array}$$

2) Se $n! = 5040$, então n é igual a:

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 5040$$

3) Resolva a equação $\frac{n!}{(n-2)!} = 20$.

$$\frac{n!}{(n-2)!} = 20 \Rightarrow \frac{n \cdot (n-1) \cdot \cancel{(n-2)!}}{\cancel{(n-2)!}} = 20$$

$$n^2 - n = 20 \Rightarrow n^2 - n - 20 = 0 \begin{cases} n_1 = 5 \\ n_2 = -4 \end{cases}$$

Para $n_2 = -4$ não é conveniente, pois, substituindo $n_2 = -4$ na equação, teríamos

$$\frac{(-4)!}{(-6)!} = 20$$

e, conforme definição, não existe fatorial de número negativo.

Portanto, $S = \{5\}$.

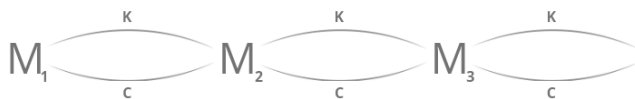
Fechamento: Lista de Exercícios

Tempo de duração: 30 minutos

Desenvolvimento: Para fixar o conteúdo desta aula, a turma resolverá uma lista de exercícios com diferentes níveis de dificuldade. Os alunos receberão a lista impressa e deverão resolvê-la. Durante a atividade, estarei disponível para auxiliar e monitorar o andamento das atividades.

Lista de Exercícios:

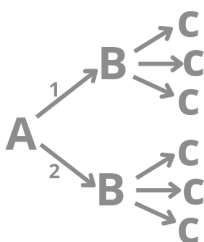
1) Ao lançarmos sucessivamente 3 moedas diferentes, quantas e quais são as possibilidades de resultado? Represente a árvore de possibilidades e o cálculo.



$$M^1=2 \quad M^2=2 \quad M^3=2$$

$$2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

2) Existem 2 vias de locomoção de uma cidade A para uma cidade B e 3 vias de locomoção de uma cidade B a uma cidade C. De quantas maneiras pode-se ir de A a C passando por B? Represente a árvore de possibilidades e o cálculo.



$$2 \cdot 3 = 6$$

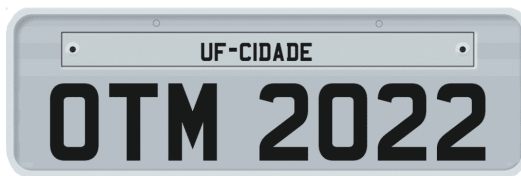
3) Quantos números de dois algarismos podemos formar sabendo que o algarismo das dezenas corresponde a um múltiplo de 2 (diferente de zero) e o algarismo das unidades corresponde a um múltiplo de 3?

$$\begin{array}{ll} \text{entre 0 e 9:} & \\ \text{.2 .3} & \text{.2 = 0, 2, 4, 6, 8 = 4 algarismos (0, não conta)} \\ & \text{.3 = 0, 3, 6, 9 = 4 algarismos} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} & \\ 4 & 4 \end{array} \quad 4 \cdot 4 = 16$$

4) Os automóveis no Brasil eram emplacados com o padrão de 3 letras e 4 algarismos. Após a mudança para o padrão do Mercosul, são utilizadas placas com 4 letras e 3 algarismos:

Placa Antiga



Placa Mercosul



Quantas combinações cada modelo de placa possibilita?

Placa Antiga:

$$\begin{array}{ll} \text{26 26 26 10 10 10 10} & 26 \cdot 26 \cdot 26 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 17.576.000 \end{array}$$

Placa Mercosul:

$$\begin{array}{ll} \text{26 26 26 10 26 10 10} & 26 \cdot 26 \cdot 26 \cdot 10 \cdot 26 \cdot 10 \cdot 10 = 456.976.000 \end{array}$$

5) Calcule o valor ou simplifique:

$$\text{a) } \frac{7!}{4!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4!}{4!} = 7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$$

$$\text{b) } \frac{3!5!}{4!6!} = \frac{3! \cdot 5!}{4 \cdot 3! \cdot 6 \cdot 5!} = \frac{1}{4 \cdot 6} = \frac{1}{24}$$

$$\text{c) } \frac{(n+1)!}{(n+2)!} = \frac{(n+1)!}{(n+2) \cdot (n+1)!} = \frac{1}{n+2}$$

$$\text{d) } \frac{(n+3)!}{(n-2)!} \cdot \frac{(n-1)!}{(n+2)!} =$$

$$\frac{(n+3) \cdot (n+2) \cdot (n+1) \cdot n \cdot (n-1) \cdot (n-2)!}{(n-2)!} \cdot \frac{(n-1)!}{(n+2) \cdot (n+1) \cdot n \cdot (n-1)!} = \frac{(n+3) \cdot (n+2) \cdot (n+1) \cdot n \cdot (n-1)}{(n+2) \cdot (n+1) \cdot n} = n^2 - n + 3n - 3$$

$$n^2 + 2n - 3$$

6) Determine o valor de n :

$$\frac{n!}{(n-2)!} = 56$$

$$\frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2)!}{(n-2)!} = 56 \Rightarrow n \cdot (n-1) = 56 \Rightarrow n^2 - n - 56 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-56) = 1 + 224 = 225$$

$$\frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1 \pm \sqrt{225}}{2} = \frac{1 \pm 15}{2} = n = 8 \text{ ou } n = -7$$

Conforme a propriedade, fatorial não pode ser negativo, portanto: $S = 8$.

7) (ENEM- BR - 2020) Nos livros Harry Potter, um anagrama do nome do personagem “TOM MARVOLO RIDDLE” gerou a frase “I AM LORD VOLDEMORT”. Suponha que Harry quisesse formar todos os anagramas da frase “I AM POTTER”, de tal forma que as vogais e consoantes aparecessem sempre intercaladas, e sem considerar o espaçamento entre as letras.

Nessas condições, o número de anagramas formados é dado por:

a) $9!$

b) $4! 5!$

c) $2 \times 4! 5!$

d) $\frac{9!}{2}$

e) $\frac{4! 5!}{2}$

A expressão possui 5 consoantes e 4 vogais.

C V C V C V C V C

$$5 \times 4 \times 4 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 1 \times 1$$

Podemos agrupar esses fatores em dois fatoriais: $5! \times 4!$.

Contudo, temos uma letra que se repete: T, que aparece duas vezes. Por isso, devemos dividir o valor anterior por 2.

Portanto, nessas condições, o número de anagramas é dado por: $\frac{4!5!}{2}$, alternativa e.

8) Um show de talentos vai fazer audições com 3 jurados. Cada candidato tem direito a 5 minutos de apresentação e pode cantar, dançar, realizar um truque de mágica, etc. Se ao menos 1 dos jurados aprovar o candidato, ele passa para a próxima etapa. De quantas maneiras diferentes um candidato pode ser aprovado?

Resposta: Note que não podemos repetir jurados.

I. evento de 1 jurado aprovar: 3 possibilidades (uma para cada jurado).

II. evento de 2 jurados aprovar:

$$\underline{3} \quad \underline{2}$$

$$3 \cdot 2 = 6 \text{ possibilidades.}$$

III. evento de 3 jurados aprovar:

$$\underline{3} \quad \underline{2} \quad \underline{1}$$

$$3! = 6 \text{ possibilidades.}$$

$$\text{Total: } 3 + 6 + 6 = 15 \text{ maneiras diferentes.}$$

9) Quantos números de dois algarismos podemos formar sabendo que o algarismo das dezenas corresponde a um múltiplo de 2 (diferente de zero) e o algarismo das unidades corresponde a um múltiplo de 3?

Resposta:

I. algarismos múltiplos de dois e diferentes de zero: 2, 4, 6 e 8

II. algarismos múltiplos de 3: 3, 6 e 9

$$\underline{4} \quad \underline{3}$$

$$\underline{D} \quad \underline{U}$$

$$4 \cdot 3 = 12 \text{ maneiras}$$

10) Uma atividade é composta de 7 itens do tipo “verdadeiro ou falso”. De quantas maneiras distintas um estudante pode responder a essa atividade aleatoriamente, ou seja, “chutando” as respostas?

Resposta: Para cada item há duas possibilidades: verdadeiro (v) ou falso (f).

$$\underline{2} \quad \underline{2} \quad \underline{2} \quad \underline{2} \quad \underline{2} \quad \underline{2} \quad \underline{2}$$

$$2^7 = 128 \text{ possibilidades.}$$

11) Uma empresa de móveis precisa organizar uma vitrine com 5 cadeiras diferentes para exposição. De quantas formas distintas essas 5 cadeiras podem ser dispostas em fila?

1. Para o **primeiro lugar na fila**, há **5 opções** de cadeiras.

2. Para o **segundo lugar**, sobram **4 opções**.

3. Para o **terceiro lugar**, restam **3 opções**.

4. Para o **quarto lugar**, sobram **2 opções**.

5. Para o **quinto lugar**, sobra **1 opção**.

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5! = 120$$

12) Uma senha deve conter 2 letras seguidas de 3 algarismos. Nenhuma letra ou algarismo pode se repetir. Quantas senhas diferentes podem ser criadas?

Letras: primeira = 26, segunda = 25.

Algarismos: primeiro = 10, segundo = 9, terceiro = 8.

$$\text{Total: } 26 \times 25 \times 10 \times 9 \times 8 = 468\,000$$

8. Avaliação

Participação em aula;

9. Bibliografias

BARICENTRO. **Por que fatorial de zero é um?** Disponível em: <https://baricentro2.rssing.com/chan-17137459/article116.html> Acesso em: 24 de ago. de 2025.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular: educação é a base**. Brasília, 2017.

Dante, Luiz Roberto. **Do seu jeito: Matemática: área de Matemática e suas Tecnologias: volume 3: Ensino médio** / Luiz Roberto Dante, Fernando Viana. 1. ed. São Paulo: Ática, 2024.

ESTRATÉGIA EDUCACIONAL. **Questão sobre emplacamento de carros no Brasil**. Disponível em: <https://concursos.estrategia.com/public/questoes/carros-Brasil-eram72bbcd6da2/> Acesso em: 23 de ago. de 2025.

GRUPO OTIMIZA. **Cores de placas de carros: saiba o que significam**. Disponível em: <https://grupootimiza.com.br/cores-de-placas-de-carros-saiba-o-que-significam/> Acesso em: 23 de ago. de 2025.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA (INEP). **Provas e gabaritos**. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/en/em/provas-e-gabaritos> Acesso em: 30 de ago. de 2025.

Matemática interligada: estatística, análise combinatória e probabilidade / obra coletiva; editora responsável Thais Marcelle de Andrade. 1. ed. São Paulo: Scipione, 2020.

SÓ EXERCÍCIOS. **Questões: ENEM - Princípio Fundamental da Contagem.** Disponível em:

<https://soexercicios.com.br/plataforma/questoes-de-vestibular/ENEM/7908/-princípio-fundamental-da-contagem-/1> Acesso em: 24 de ago. 2025.

YOUTUBE. **Por que o fatorial de zero dá 1?** Estude Matemática. Disponível em: <https://www.youtube.com/shorts/gEq-ZMWuplg> Acesso em: 24 de ago. de 2025.

YOUTUBE. **Por Que Zero Fatorial é Igual a 1? ($0! = 1$) | Matemática Rio.** Matemática Rio com Prof. Rafael Procopio. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=SYi-0bLroA> Acesso em: 24 de ago. de 2025.

10. Observações:

A primeira aula, realizada em 8 de setembro, ocorreu de forma tranquila e organizada, com boa receptividade por parte dos alunos. A turma participou ativamente das explicações iniciais e demonstrou compreensão satisfatória do Princípio Fundamental da Contagem, especialmente com o apoio dos exemplos e dos diagramas utilizados. No entanto, ao introduzir o conteúdo de fatorial, surgiu uma dificuldade significativa relacionada à interpretação da expressão $8! / (6! + 5!)$. Os estudantes tentavam simplificar diretamente os fatoriais do numerador com os do denominador, sem perceber que o sinal de adição formava um único termo composto, impossibilitando o cancelamento. Essa situação evidenciou a necessidade de retomar conceitos básicos de álgebra, esclarecendo a diferença entre expressões multiplicativas e expressões aditivas. Após a explicação, a turma conseguiu compreender o motivo pelo qual a simplificação não era possível. Apesar desse momento de revisão, os objetivos gerais da aula foram alcançados e a turma manteve bom comportamento e participação. A experiência destacou a importância do domínio completo do conteúdo e da previsão de dificuldades conceituais que podem surgir durante a prática docente.

Apêndice:(slides)

**AULAS DE MATEMÁTICA -
3º MOI**



Prof. Saulo Zatt
Natural: de Santo Ângelo.
37 anos.

INSPIRADO POR  mathspace

CRONOGRAMA DE DESENVOLVIMENTO DAS AULAS			
Data (referente à semana)	Nº Períodos/Tempo	Conteúdo	Como desenvolver (metodologia/Recursos)
08/09	3/ 150 min	Análise Combinatória: Princípio Fundamental da Contagem, Fatorial.	Apresentação; Apresentação do processo de desenvolvimento das aulas; Aula expositiva e dialogada; Compreensão conceitual e resolução de exercícios.
15/09	5/ 250 min	Permutação Simples e com repetição, Arranjo simples.	Aula expositiva e dialogada; Compreensão conceitual e resolução de exercícios.
22/09	3/ 150 min	combinação simples e com repetição.	Aula expositiva e dialogada; Compreensão conceitual e resolução de exercícios;
29/09	3/ 150 min	Atividade avaliativa	Atividade avaliativa realizada individualmente e com consulta ao caderno. (1 ponto)
06/10	3/ 150 min	Probabilidade: introdução conceitual.	Aula expositiva e dialogada realizada a partir de experimentação com materiais diversos, como cartas, dados, moedas... Compreensão conceitual e resolução de exercícios.
13/10	3/ 150 min	Probabilidade de um evento simples	Aula expositiva e dialogada; Compreensão conceitual e resolução de exercícios.
20/10	3/ 150 min	Revisão.	Revisão para a prova a partir de trabalho em dupla. de probabilidade (0,5 ponto)
03/11	3/ 150 min	Prova Individual.	Prova individual sem consulta, com uso de mapa conceitual como material de apoio. (3,0)

Princípio Fundamental da Contagem (PFC)

Uma marcenaria está desenvolvendo um catálogo de mesas personalizadas.

O cliente pode escolher:

3 tipos de tampo (quadrado, retangular ou redondo)



4 tipos de madeira (pinus, eucalipto, MDF ou nogueira),



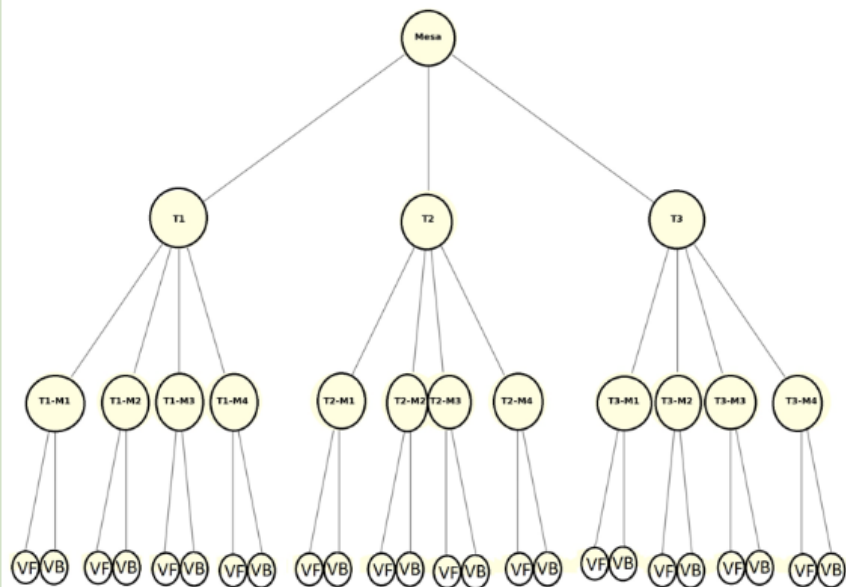
2 acabamentos (verniz fosco ou brilhante).



Considerando que os clientes vão poder escolher entre:
3 tipos de tampos
4 tipos de madeiras
2 tipos de acabamentos.

**QUANTAS COMBINAÇÕES DIFERENTES O CLIENTE PODERA
ENCONTRAR DE MESAS ?**

Árvore de Possibilidades - Mesa (Siglas)



Note que esse acontecimento tem 3 etapas

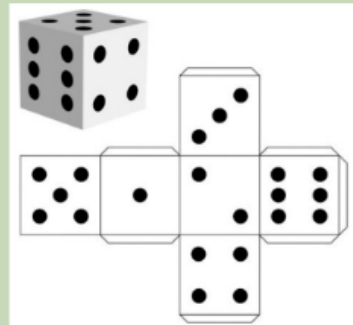
3 possibilidades em 1 etapa

4 possibilidades em outra etapa

2 possibilidades e outra etapa

totalizando 24 possibilidades (pois $3 \cdot 4 \cdot 2 = 24$).

Ex: Ao lançarmos simultaneamente uma moeda e um dado, temos quantas possibilidades para o resultado? Represente-as.



Diagrama



**2 possibilidades na
etapa 1**

**6 possibilidades na
etapa 2**

**Totalizando $2 \times 6 = 12$
possibilidades**

Árvore de possibilidades



Princípio Fundamental da Contagem (PFC)

Se um evento é composto de duas etapas sucessivas e independentes de tal maneira que o número de possibilidades na 1ª etapa é m , e para cada possibilidade da 1ª etapa o número de possibilidades na 2ª etapa é n , então o número total de possibilidades de o evento ocorrer é dado pelo produto

Podemos defini-lo da seguinte maneira:

$$m \times n$$

O produto dos números de possibilidades vale para qualquer número de etapas independentes.

1) De quantas maneiras diferentes pode-se vestir uma pessoa que tenha 5 camisas, 3 calças, 2 pares de meia e 2 pares de sapato?

2) Com os algarismos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7:

a) Quantos números de 3 algarismos podemos formar?

b) Quantos números de 3 algarismos distintos podemos formar?

3) Qual é o total de números de três dígitos distintos, tendo 10 números como opção (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9)?

1) De quantas maneiras diferentes pode-se vestir uma pessoa que tenha 5 camisas, 3 calças, 2 pares de meia e 2 pares de sapato?

$$5.3.2.2=60$$

2) Com os algarismos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7:

a) Quantos números de 3 algarismos podemos formar?

b) Quantos números de 3 algarismos distintos podemos formar?

a) $\overline{\quad} \overline{\quad} \overline{\quad}$

7 8 8 Obs: no primeiro algarismo o 0 não conta. Portanto: $7.8.8=448$

b) $\overline{\quad} \overline{\quad} \overline{\quad}$

7 7 6 Obs: no primeiro algarismo o 0 não conta, no segundo algarismo conta-se o zero, mas não o número utilizado no primeiro algarismo, da mesma forma no terceiro não podendo se repetir

Desta forma: $776=294$

3) Qual é o total de números de três dígitos distintos, tendo 10 números como opção (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9)?

$\overline{9} \overline{9} \overline{8}$

Portanto: $9.9.8=648$

Fatorial de um número

De quantas maneiras podemos organizar 3 pessoas (Débora, Saulo e Maria) em uma fila, quais são elas?

De quantas maneiras podemos organizar 3 pessoas (Débora, Saulo e Maria) em uma fila, quais são elas?

6 maneiras:

Débora, Saulo e Maria.
Débora, Maria e Saulo.
Saulo, Débora e Maria.
Saulo, Maria e Débora.
Maria, Saulo e Débora.
Maria, Débora e Saulo.

Quando temos 3 pessoas, estamos basicamente organizando 3 elementos em ordem, e o número de formas de organizar esses elementos pode ser expresso como $3!$ ("três fatorial").

Fatorial

Dado um número natural n , com $n \geq 2$, definimos seu fatorial, indicado por $n!$, como o produto de n por seus antecessores naturais até o 1.

Utilizando símbolos, temos:

$$n! = n(n-1)(n-2)\dots 3 \cdot 2 \cdot 1$$

Propriedade:

$$n! = n \cdot (n-1)! \quad \text{ou}$$

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2)!, \text{ etc...}$$

Definimos, ainda que

$$1! = 1 \text{ e}$$

$$0! = 1.$$



$$n! = \frac{(n+1)! - n!}{(n+1)}$$

$$0! = \frac{(0+1)!}{(0+1)} = \frac{1!}{1} = 1$$

$$0! = 1$$

Exemplos: $3! =$

$5! =$

$4! =$

Simplifique as expressões: $\frac{13!}{10!} =$

$$\frac{8!}{6! + 5!} =$$

$$\frac{n!}{(n+1)!} =$$

Exemplos: $3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$

$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$

$4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$

Simplifique as expressões: $\frac{13!}{10!} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot \cancel{10!}}{\cancel{10!}} = 13 \cdot 12 \cdot 11 = 1716$

$$\frac{8!}{6! + 5!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5!}{(6 \cdot 5!) + 5!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot \cancel{5!}}{\cancel{5!}(6 + 1)} = \frac{336}{7} = 48$$

$$\frac{n!}{(n+1)!} = \frac{\cancel{n!}}{(n+1) \cdot \cancel{n!}} = \frac{1}{n+1}$$

Exercícios:

1) Quantos são os anagramas (diferentes disposições das letras de uma palavra) da palavra AMOR?

2) Se $n! = 40.320$, então n é igual a:

3) Resolva a equação

$$\frac{n!}{(n-2)!} = 20.$$

Exercícios:

1) Quantos são os anagramas (diferentes disposições das letras de uma palavra) da palavra AMOR?

$$\overline{4} \quad \overline{3} \quad \overline{2} \quad \overline{1}$$

$$4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

2) Se $n! = 40.320$, então n é igual a: $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = 40.320$

3) Resolva a equação

$$\frac{n!}{(n-2)!} = 20.$$

$$\frac{n!}{(n-2)!} = 20 \Rightarrow \frac{n \cdot (n-1) \cdot \cancel{(n-2)!}}{\cancel{(n-2)!}} = 20$$

$$n^2 - n = 20 \Rightarrow n^2 - n - 20 = 0 \begin{cases} n_1 = 5 \\ n_2 = -4 \end{cases}$$

Para $n = -4$ não é conveniente, pois teríamos fatorial negativo, conforme definição, NÃO existe fatorial de número negativo.
Portanto, $s = \{5\}$

Apêndice 2: Lista de Exercícios (impressos)

1) Ao lançarmos sucessivamente 3 moedas diferentes, quantas e quais são as

possibilidades de resultado? Represente a árvore de possibilidades e o cálculo.



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central - Santa Rosa/RS - CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

10. Observações:

A primeira aula, realizada em 8 de setembro, ocorreu de forma tranquila e organizada, com boa receptividade por parte dos alunos. A turma participou ativamente das explicações iniciais e demonstrou compreensão satisfatória do Princípio Fundamental da Contagem, especialmente com o apoio dos exemplos e dos diagramas utilizados. No entanto, ao introduzir o conteúdo de fatorial, surgiu uma dificuldade significativa relacionada à interpretação da expressão $8! / (6! + 5!)$. Os estudantes tentavam simplificar diretamente os fatoriais do numerador com os do denominador, sem perceber que o sinal de adição formava um único termo composto, impossibilitando o cancelamento. Essa situação evidenciou a necessidade de retomar conceitos básicos de álgebra, esclarecendo a diferença entre expressões multiplicativas e expressões aditivas. Após a explicação, a turma conseguiu compreender o motivo pelo qual a simplificação não era possível. Apesar desse momento de revisão, os objetivos gerais da aula foram alcançados e a turma manteve bom comportamento e participação. A experiência destacou a importância do domínio completo do conteúdo e da previsão de dificuldades conceituais que podem surgir durante a prática docente.

Saulo da Rosa Zatt
Aluno – Estagiário

Marília Boessio Tex de Vasconcelos
Supervisor – Parte Concedente

Eduardo Padoin
Professor Orientador – Entidade Educacional

Plano de Aula Semanal n°2

Acadêmico: Saulo da Rosa Zatt
Professor(a) Orientador(a): Eduardo Padoin
Unidade Concedente: Instituto Federal Farroupilha - Campus de Santa Rosa
Estágio – Turma/N° de alunos: 3° ano do ensino Médio MOI
Professor(a) Regente da Classe: Marília Boessio Tex de Vasconcelos
N° de Períodos semanal/ Tempo de cada período:
Data/Horário: 15/09/2025 – 5 períodos- Das 7h 30min as 12h

1 .Tema/Assunto:

Análise Combinatória

2. Objetos de Conhecimento:

Permutação simples;
Permutação com repetições;
Arranjo simples.

3. Habilidades relativas a BNCC:

(EM13MAT310) Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo diferentes tipos de agrupamento de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas como o diagrama de árvore.

(EM13MAT315) Reconhecer um problema algorítmico, enunciá-lo, procurar uma solução e expressá-la por meio de um algoritmo, com o respectivo fluxograma.

4 . Objetivos

Entender os conceitos de permutação simples, permutação com repetição e arranjo simples, diferenciando as situações em que cada um deve ser utilizado.

Resolver exercícios envolvendo permutações e arranjos, explorando cálculos com fatorial e verificando resultados em exemplos contextualizados.

Incentivar o trabalho colaborativo em grupo, mostrando abertura para aprender com os colegas e contribuir com ideias próprias.

5. Metodologia

Método Expositivo e Dialogado.

6. Recursos

Materiais de Uso Comum, material impresso, notebook, internet, projetor.

7. Desenvolvimento

Correção da Lista de Exercícios

Tempo de duração: 40 minutos

Desenvolvimento: Será realizada a correção da lista no quadro, esclarecendo as dúvidas da turma.

Incentivação: (com auxílio de slide)

Tempo de duração: 15 minutos

Desenvolvimento: Para introduzir a compreensão do conteúdo de permutação, será proposta uma atividade prática que visa desenvolver o raciocínio necessário para a formalização do conceito.

Problema: A turma do 3º ano do Ensino Médio precisa escolher os membros de uma comissão eleitoral composta por três cargos diferentes: **Presidente**, **Tesoureiro** e **Secretário**. Existem 4 alunos voluntários (Ana, Bruno, Carlos e Diana) para a chapa. De quantas maneiras diferentes essa chapa pode ser formada?

Para o cargo de Presidente: Existem 4 opções, pois qualquer um dos 4 alunos pode ser escolhido. (Ana, Bruno, Carlos ou Diana)

Para o cargo de Tesoureiro: Após a escolha do Presidente, sobram 3 alunos. Portanto, há 3 opções para o Tesoureiro.

Para o cargo de Secretário: Restam 2 alunos para a última vaga, então há 2 opções.

Usando o princípio fundamental da contagem para contar as opções, temos:

$4 \times 3 \times 2 = 24$ equivalente à correspondência em Fatorial: $4!$

Atividade: Formalização conceitual: Permutação Simples

Tempo de duração: 15 minutos

Desenvolvimento: Para desenvolver o conceito de permutação simples será apresentado exemplos com o auxílio do slide e escrita no quadro, para melhor compreensão da turma.

Escrita no quadro (pelo professor)

Quando precisamos organizar elementos distintos, a ordem importa. Esse tipo de situação é chamado de Permutação Simples.

Permutar nada mais é que uma troca, ou seja, mudar a posição das coisas, ou objetos.

De quantas maneiras podemos ordenar em fila n objetos distintos?

Após ser feita a escolha do primeiro elemento n , o segundo elemento recebe o nome de $n - 1$, pois este nada mais é que o elemento anterior ao primeiro e assim sucessivamente, gerando assim um agrupamento representado da seguinte maneira:

$$n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

Esses agrupamentos ordenados, que se diferem pela ordem, recebem o nome de **permutação simples**. Indicamos por P_n o número de permutações simples de n elementos e escrevemos:

$$P_n = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

Ex 1: Há 6 poltronas vazias em uma fileira de lugares de um cinema. Em quantas sequências diferentes 6 pessoas podem ocupar as 6 poltronas?

$$P_6 = 6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$$

Logo, as pessoas podem ocupar os lugares em 720 sequências diferentes.

Ex 2: Calcule quantos são os anagramas:

- Da palavra PERDÃO;
- Da palavra PERDÃO que iniciam com P e terminam em O;
- Da palavra PERDÃO em que as letras A e O aparecem juntas e nessa ordem (ÃO);
- Da palavra PERDÃO em que P e O aparecem nos extremos;
- Da palavra PERDÃO em que as letras PER aparecem juntas, em qualquer ordem.

Resposta:

a) Basta calcular P_6 :

$$P_6 = 6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720 \text{ anagramas da palavra PERDÃO.}$$

b) Primeiro representamos a restrição: P _ _ _ _ O

Devemos permutar as 4 letras não fixas, ou seja, calcular P_4 :

$$P_4 = 4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24 \text{ anagramas da palavra PERDÃO iniciados com P e terminados em O.}$$

c) Pela necessidade de sempre estarem juntas e nessa ordem, consideramos (ÃO) como uma só letra. Assim, ao todo teremos os elementos: P E R D (ÃO). Então, basta calcularmos P_5 :

$P_5 = 5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$ anagramas da palavra PERDÃO em que as letras ão ficam juntas nessa ordem.

d) Primeiro representamos a restrição:

i) P _ _ _ _ O

e

ii) O _ _ _ _ P

Como vimos na letra c, basta calcular P_4 em ambos os casos. Ou seja:

$$P_4 = 4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

Assim, a quantidade de anagramas é:

$24 \cdot 2 = 48$ anagramas da palavra PERDÃO em que P e O aparecem nos extremos.

e) i) Como as 3 letras de PER devem estar juntas, mas podem aparecer em qualquer ordem, podemos calcular todas as maneiras de organizá-las:

$$P_3 = 3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

e

ii) Pela necessidade de sempre estarem juntas, consideramos (PER) como uma só letra. Assim, ao todo teremos os elementos: (PER) D ã O. Então, basta calcularmos P_4 :

$$P_4 = 4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

Assim, a quantidade de anagramas é:

$24 \cdot 6 = 144$ anagramas da palavra PERDÃO em que as letras PER aparecem juntas em qualquer ordem.

Atividade: Permutação com repetição

Tempo de duração: 35 minutos

Desenvolvimento: Para aprofundar a compreensão da permutação com repetição, e para que os alunos saibam como resolvê-la, será proposto o seguinte problema:

PERMUTAÇÃO COM REPETIÇÃO

Quantos são os anagramas da palavra CASCA?

Como podemos resolver?

Podemos utilizar a mesma forma anterior?

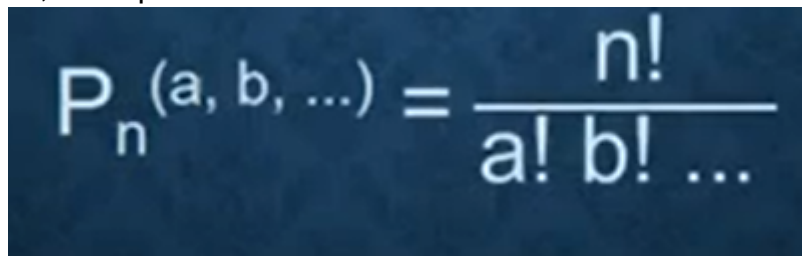
O que acontece com as letras repetidas?

(Demonstrado no quadro)

Se os As fossem letras diferentes e os Cs também, teríamos o total de anagramas $P_5 = 5!$. Mas as permutações entre os 2 As e os 2 Cs não produzirão um novo anagrama. Então é preciso dividir P_5 por P_2 referente aos As, e novamente P_2 referente aos Cs. Portanto, o número de anagramas da palavra CASCA é:

$$\frac{P_5}{P_2 \cdot P_2} = \frac{5!}{2!2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2!}{2!2!} = 30$$

Recebem o nome de **permutações com repetição** a permutação de n elementos, dos quais um elemento é repetido "**a**" vezes, outro elemento é repetido "**b**" vezes, e assim por diante, dada por:



$$P_n(a, b, \dots) = \frac{n!}{a! b! \dots}$$

P_n= permutação simples de n elementos distintos.

n!= fatorial de n elementos distintos.

a! b!= fatorial dos elementos repetidos.

Ex 1: Quantos são os anagramas da palavra BANANA?

Há 3 trêz letras **A**, 2 letras **N** e um total de 6 letras. Portanto, $\alpha = 3$ e $\beta = 2$.

$$P_6^{\alpha\beta} = \frac{6!}{3!2!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3!}{3!2!} = 60$$

Ex 2: Quantos anagramas da palavra BANANA começam com B?

A palavra **BANANA** tem 6 letras.

As letras que se repetem são **A** (3 vezes) e **N** (2 vezes).

Se a primeira letra é fixa como **B**, sobram 5 letras para permutar: **A, N, A, N, A**.

A repetição de letras agora se aplica a essas 5 letras restantes.

A: 3 vezes

N: 2 vezes

$$P_{5^{32}} = \frac{5!}{3!2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3!}{3!2!} = 10$$

Atividade:(para turma resolver, após será corrigida no quadro)

1) Em um torneio de futsal um time obteve 8 vitórias, 5 empates e 2 derrotas, nas 15 partidas disputadas. De quantas maneiras distintas esses resultados podem ter ocorrido?

$${}^{(8, 5, 2)}P_{15} = \frac{15!}{8! \cdot 5! \cdot 2!} = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8!}{8! \cdot 5! \cdot 2!}$$

$${}^{(8, 5, 2)}P_{15} = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{5! \cdot 2!}$$

$${}^{(8, 5, 2)}P_{15} = \frac{32.432.400}{240}$$

$${}^{(8, 5, 2)}P_{15} = 135.135$$

Lista de Exercícios (material impresso)

Tempo de duração: 50 minutos

Desenvolvimento: Será entregue aos alunos uma lista de exercícios para fixação e memorização do conteúdo.

1) Um casal pretende ter 4 filhos, sendo 2 meninas e 2 meninos, em qualquer ordem de nascimento. Quantas são as ordens possíveis em que podem ocorrer esses 4 nascimentos? 4! = 4.3.2! = 12 = 6 ordens

$$2! \cdot 2! \quad 2! \cdot 2! \quad 2$$

2) Colocando todos os anagramas da palavra ÂNGULO listados em ordem alfabética, como em um dicionário, em que posição da lista estará a palavra:

a) ÂGLNOU?

Todas as letras estão em ordem alfabética, logo a palavra ÂGLNOU ocupa a 1ª posição.

b) UONLGÂ?

As letras da palavra UONLGÂ estão na ordem inversa da 1ª posição, portanto esta palavra ocupa a última posição. $P_6 = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$

Assim, UONLGÂ ocupa a 720ª posição.

c) ÂNGULO?

$$\hat{A}G _ _ _ - P_4 = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

$$AL _ _ _ - P_4 = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

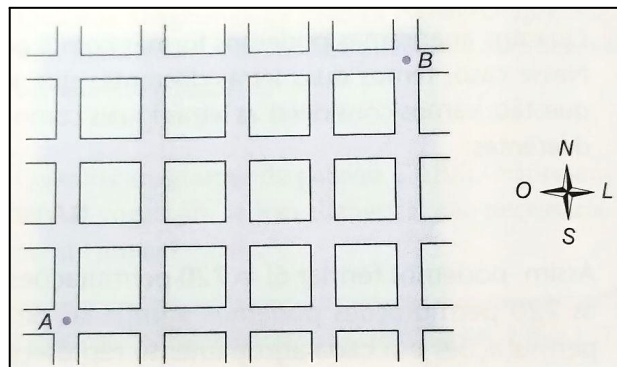
$$ANGL _ _ - P_2 = 2 \cdot 1 = 2$$

$$ANGO _ _ - P_2 = 2 \cdot 1 = 2$$

$$\hat{A}NGULO - P_1 = 1 \text{ Assim: } 24 + 24 + 2 + 2 + 1 = 53$$

Portanto, ocupa a 53ª posição.

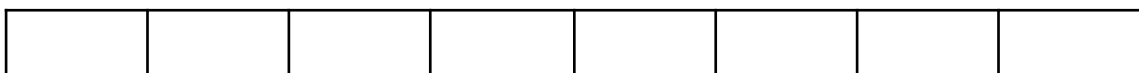
3) A figura abaixo representa um conjunto de quarteirões de uma cidade, sendo a parte cinza a representação das ruas. Um motorista localizado no ponto A pretende chegar ao ponto B deslocando-se sempre para o norte ou para o leste. Quantos caminhos diferentes ele pode percorrer de A até B se o tráfego é permitido para qualquer caminho escolhido?



O motorista deve percorrer 3 quadras para o norte e 4 para o leste. Indicando por N o deslocamento de cada quadra para o norte e por L o deslocamento de cada quadra para o leste, o número de caminhos diferentes que podem ser percorridos é igual ao número de permutações das 7 letras: N, N, N, L, L, L, L, isto é:

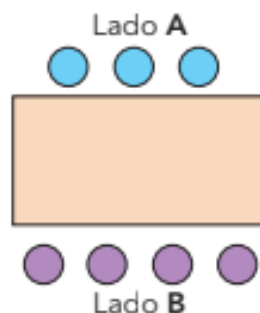
$$P_7^{(3 \ 4)} = \frac{7!}{4! \cdot 3!} = 35$$

4) Cada quadrinho da tira abaixo deve ser colorido com uma das cores: verde, azul ou laranja.



Quantas sequências de cores podem apresentar esses quadrinhos, considerados da esquerda para a direita, tal que:

- a) Três quadrinhos sejam verdes, dois azuis e os demais laranja? **560**
- b) Os três primeiros quadrinhos sejam azuis e, entre os demais, dois sejam verdes e três laranja? **10**
- c) Três quadrinhos sejam verdes, dois azuis e os demais laranja, de modo que os quadrinhos verdes estejam juntos? **60**
- d) Três quadrinhos sejam verdes, dois azuis e os demais laranja, de modo que o primeiro e o último quadrinho tenham cores diferentes? **420**
- 5) Um grupo de 4 estudantes e 3 monitores deve ocupar os 7 lugares de uma mesa retangular como na imagem. Os estudantes devem se posicionar no lado B da mesa e os monitores no lado A. Cada um dos lugares deve ser ocupado por uma única pessoa. De quantos modos diferentes isso pode ser feito?



$P_4 \cdot P_3 = 4! \cdot 3! = 24 \cdot 6 = 144$; logo,
de 144 modos diferentes.

- 6) (UFRGS 2025) Qual a quantidade de números possível de se formar com quatro algarismos distintos, de 1 a 9, que são múltiplos de 5?
- a) 84
- b) 112
- c) 168
- d) 210
- e) **336**

$\underline{8} \cdot \underline{7} \cdot \underline{6} \cdot \underline{1} = 336$ (múltiplos de 5 terminam em 0 ou 5, neste caso apenas em 5) último número somente 1 possibilidade, e os demais 8, 7, 6 possibilidades)

7) Uma senha é formada utilizando todas as letras da palavra "PROGRAMA". Quantas senhas diferentes podem ser criadas?

Total de letras = 8

Repetições: R (2 vezes), A (2 vezes)

Fórmula:

$$P = \frac{8!}{2! \cdot 2!} =$$

$$P = \frac{40320}{4} = 10080$$

8) De quantas formas diferentes podem ser organizadas as letras da palavra "MATEMÁTICA"?

Total de letras = 10

Repetições: A (3 vezes), M (2 vezes), T (2 vezes)

$$P = \frac{10!}{3! \cdot 2! \cdot 2!} =$$

$$P = \frac{3.628.800}{24} = 151.200$$

Após o intervalo será corrido os exercícios no quadro

Tempo de duração: 25 minutos

Dando sequência a aula será apresentado o conteúdo de Arranjo simples (apresentado em slide com auxílio do quadro).

Tempo de duração: 30 minutos

Arranjos simples é utilizado para determinar a quantidade de formas de se escolher partes dos elementos de um conjunto maior disponível, sem repetir elementos e considerando a ordem.

Arranjo Simples de n elementos tomados p a p (com $p \in \mathbb{N}^*$ e $p \leq n$) são os agrupamentos ordenados que podem ser formados com p dos n elementos distintos dados.

A quantidade desses agrupamentos é indicada por $A_{n,p}$ ou A_n^p e é calculada da seguinte maneira:

$$A_{n,p} = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot (n - p + 1)$$

ou

$$A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!} =$$

Exemplo 1: Quantos números de três algarismos distintos podemos escrever com os caracteres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 e 8?

A ordem é importante (por exemplo, 123 é diferente de 321), e os algarismos devem ser distintos. Portanto, trata-se de um Arranjo Simples.

n (total de elementos disponíveis) = 8 (algarismos de 1 a 8)

p (número de elementos a serem arranjados por vez) = 3 (números de três algarismos)

Utilizando a Fórmula:

$$A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!} =$$

$$P_{8,3} = \frac{8!}{(8-3)!} = \frac{8!}{5!} = 336$$

O professor conclui:

“Percebam: aqui não usamos todos os elementos (como na permutação), apenas parte deles. E a ordem faz diferença, porque trocar a posição muda completamente a organização. Esse é o conceito de **Arranjo Simples**.”

Exemplo 2: Um clube tem 10 membros. A diretoria é formada por 1 presidente, 1 vice-presidente, 1 secretário e 1 tesoureiro. Se uma pessoa pode ocupar apenas 1 desses cargos, de quantas maneiras diferentes é possível formar uma diretoria?

Resposta: Começamos organizando a diretoria:

P VP S T

i) pelo PFC temos:

$$10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 5040 \text{ maneiras de organizar a diretoria.}$$

ii) pelo método do Arranjo temos:

$$A_{10,4} = \frac{10!}{(10-4)!} = \frac{10!}{6!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6!}{6!} = 5040 \text{ maneiras de organizar a diretoria.}$$

Exercícios para fechamento da aula (40 minutos)

Para exercitar os conceitos explorados na aula, será encaminhada uma lista de exercícios impressos para os alunos.

Lista de exercícios 2 - Arranjo Simples

1. Clara e Júlia foram ao cinema e encontraram 3 cadeiras vagas (L1, L2 e L3). De quantas maneiras distintas elas podem se sentar nestes lugares?

Escolher o lugar de Clara (3 opções) e depois o de

Júlia (2) $\rightarrow 3 \times 2 = 6$ maneiras.

(Equivalente a $A(3,2)=3 \cdot 2=6$)

1) Palavra PAPA: letras P(2), A(2).

a) Quantos anagramas? $4!/(2!2!)=6.4!/(2!2!)=6.$

b) Quais? AAPP, APAP, APPA, PAAP, PAPA, PPAA.

2. Calcule os arranjos a seguir:

a) $A_{5,3} = 60$

b) $A_{7,4} = 840$

$$\text{a) } A(5, 3) = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = \frac{120}{2} = 60.$$

$$\text{b) } A(7, 4) = \frac{7!}{3!} = \frac{5040}{6} = 840.$$

a) MISSISSIPPI: letras M1, I4, S4, P2, total 11. Anagramas = $11!/(4!4!2!)=34\ 650.$

(b) ARARAQUARA: letras A5,R3,Q1,U1 (10 letras). Anagramas = $10!/(5!3!)=5\ 040.$

(c) ABÓBORA: (contando Ó e O distintos) letras: total7, com A2,B2, outros 1 $\rightarrow 7!/(2!2!)=1\ 260.$

(d) ARARAQUARA que começam e terminam com A: fixamos A nas pontas. Restam 8 posições com A3, R3, Q1, U1 $\rightarrow 8!/(3!3!)=1\ 120.$

3. Durante o vestibular de uma universidade, o estudante deve escolher a primeira e a segunda opções de curso. Se nessa universidade há 12 opções de curso, então o número de maneiras distintas que um candidato pode escolher a primeira e a segunda opções é:

Ordem importa e não repete curso: $A(12,2)=12 \cdot 11=132$

Escolher o lugar de Clara (3 opções) e depois o de Júlia (2) $\rightarrow 3 \times 2 = 6$ maneiras. (Equivalente a $A(3,2)=3 \cdot 2=6$)

4. Um casal pretende ter 4 filhos, sendo 2 meninas e 2 meninos, em qualquer ordem de nascimento. Quantas são as ordens possíveis em que podem ocorrer esses 4 nascimentos?

Permutações de multiconjunto com 4 posições ($M \times 2, N \times 2$):

$$\frac{4!}{2!2!} = 6$$

a) $A_{5,3}=5 \cdot 4 \cdot 3=60$

b) $A_{7,4}=7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4=840$

c) A expressão " $A_{7,4} A_{6,4} = 1680$ " parece indicar multiplicação: $A_{7,4}+A_{6,4}$ ou $A_{7,4} \cdot A_{6,4}$? Mas se querem apenas $A_{6,4}=6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3=360$

Observe

$A_{7,4}+A_{6,4}=840+360=1200$, $A_{7,4} \cdot A_{6,4}$ grande; 1680 não é soma nem produto

simples. (Se a linha estava indicando $A_7^4 = 840$ e $A_6^4 = 360$, então 840 e 360 são os valores.)

5. Quantas frações diferentes (e não iguais a 1) podemos escrever usando os números 2, 3, 5, 7, 11 e 13?

Escolha numerador e denominador **distintos**: 6 opções para o numerador e 5 para o denominador $\rightarrow 6 \times 5 = 30$ frações.

(Como são primos distintos, não há simplificações que coincidam; $2/3 \neq 3/2$ etc.)

Vestibular: escolher 1ª e 2ª opções entre 12 cursos — ordem importa (primeira e segunda escolhas distintas) $\rightarrow (P(12,2)=12 \cdot 11=132$

6. Um automóvel comporta dois passageiros nos bancos da frente e três, no de trás. Calcule o número de alternativas distintas para o automóvel com pessoas escolhidas dentre sete, de modo que uma dessas pessoas nunca ocupe um lugar nos bancos da frente.

Conte por casos (X é a pessoa restrita):

- **Caso 1 – X vai atrás:** escolha 4 dos outros 6 para irem junto $(6/4)=15$

Posicione X em um dos 3 lugares de trás (3 jeitos) e permutem os 4 restantes nos 4 lugares restantes (4!).

$$15 \cdot 3 \cdot 4! = 15 \cdot 3 \cdot 24 = 1\,080$$

- **Caso 2 – X fica de fora:** escolha 5 dos outros 6 $(6/5)=6$ e permutem nos 5 lugares (5!).

$$6 \cdot 120 = 720$$

- **Total:** $1\,080 + 720 = 1\,800$

- *(Checagem por complemento: $A(7,5) = 2\,520 - [X \text{ na frente}] = 2 \cdot A(6,4) = 720 \rightarrow 2\,520 - 720 = 1\,800$.)*

7. Considere a palavra MATRIZES. Quantos anagramas de 4 letras distintas podemos formar:

- começando com a letra T?
- terminando com as letras ZE?
- de modo que contenha a letra A?

a) **Começando com T**

Fixe T na 1ª posição; para as 3 restantes: $A(7,3) = 7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$.

b) **Terminando com as letras ZE (...ZE)**

Fixe Z e E nas duas últimas posições (ordem ZE). Para as duas primeiras, use letras distintas dentre as 6 restantes $\rightarrow A(6,2) = 6 \cdot 5 = 30$

c) **Que contenha a letra A**

Total de 4 letras: $A(8,4) = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 1\,680$

Sem A: $A(7,4) = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 840$

Com A = $1\,680 - 840 = 840$

7) Quantas frações diferentes (não iguais a 1) podemos escrever usando os números $\{2,3,5,7,11,13\}$?

Formar frações $a/ba/ba/b$ com aaa e bbb distintos entre 6 números: ordered pairs distinct = $6 \cdot 5 = 306 \cdot 5 = 306 \cdot 5 = 30$. Nenhuma dessas frações será igual a 1 (porque $a \neq b$). Logo 30 frações.

8. Determine a expressão correspondente a:

a) $A_{x,2} =$

b) $A_{x-3,2} =$

a) $A_{x,2} = \frac{x!}{(x-2)!} = x(x-1) \text{ (para } x \geq 2\text{)}.$

b) $A_{x-3,2} = \frac{(x-3)!}{(x-5)!} = (x-3)(x-4) \text{ (para } x \geq 5\text{)}.$

8) Veículo com 2 assentos dianteiros (distintos) e 3 traseiros (distintos). Escolher pessoas dentre 7, com restrição: uma pessoa nunca ocupa banco dianteiro. Interpretação: essa pessoa pode ser escolhida para trás apenas. Contagem:

- Para bancos da frente: escolher 2 pessoas entre as 6 que podem ir para frente (a pessoa proibida não pode ir) e permutar entre as 2 cadeiras: $P(6,2) = 6 \cdot 5 = 30$.
 - Para bancos de trás: restam 5 pessoas; escolher 3 e permutar nas 3 cadeiras traseiras: $P(5,3) = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$.
- Total = $(30 \cdot 60) = 1,800$.

Resposta 8: 1800 alternativas.

9. Um experimento consiste em lançar cinco vezes uma moeda e considerar como resultado a sequência formada pelas faces voltadas para cima no 1°, 2°, 3°, 4° e 5°

lançamentos. Indicando por C e K as faces cara e coroa, respectivamente, uma sequência com três caras e duas coroas que pode ser obtida é: CCKCK. Quantas sequências diferentes com três caras e duas coroas podem ser obtidas?

Número de sequências: escolher as posições das 3 caras entre 5:

$$\binom{5}{3} = 10$$

9) Palavra MATRIZES (8 letras distintas). Quantos anagramas de 4 letras distintas:

a) começando com T: fixar T na 1ª → escolher e permutar 3 letras das 7 restantes: $P(7, 3) = 7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$.

b) terminando com ZE (duas últimas fixas Z,E): para as 2 primeiras posições escolher e permutar 2 das 6 letras restantes: $P(6, 2) = 6 \cdot 5 = 30$.

c) de modo que contenha a letra A: escolher as outras 3 letras dentre as 7 restantes $C(7,3)=35$ e permutar as 4 escolhidas: $4! = 24 \rightarrow \text{total } (35 \cdot 24 = 840)$.

10. Em uma corrida com 10 atletas, de quantas maneiras diferentes podemos formar o pódio (1º, 2º e 3º lugar)?

Temos 10 atletas no total ($n=10$).

Precisamos escolher 3 para o pódio ($p=3$), e a ordem (primeiro, segundo, terceiro) é importante.

$$A_{10,3} = \frac{10!}{(10-3)!} = \frac{10!}{7!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7!}{7!} = 10 \times 9 \times 8 = 720$$

10) Determinar expressão:

a) $A(x, 2) = x(x - 1)$.

b) $A(x - 3, 2) = (x - 3)(x - 4)$.

11. Uma família de 12 pessoas decidiu aproveitar as férias de fim de ano fazendo uma viagem do Rio de Janeiro (RJ) em direção a Fortaleza (CE) de ônibus. No momento da compra das passagens, havia 15 lugares vazios no ônibus. De quantas maneiras distintas é possível organizar essa família nos 15 lugares restantes do ônibus?

a) $\frac{15!}{3!}$ b) $15!$ c) $12!$ d) $\frac{15!}{3! \cdot 12!}$ e) $15! \cdot 3!$

Assentos são distintos; escolher e ordenar 12 lugares dentre 15:

$$A(15, 12) = \frac{15!}{3!}$$

11) Lançar moeda 5 vezes; sequências com exatamente 3 caras e 2 coroas: número = $\binom{5}{3} = 10$.

12. Os cargos de presidente e vice-presidente de um grêmio estudantil serão ocupados, respectivamente, pelo 1º e pelo 2º colocado em uma eleição na qual concorrem 15 estudantes. De quantas maneiras diferentes é possível preencher esses cargos?

$$A(15,2)=15 \cdot 14=210$$

13. Quantos números naturais podem ser representados com todas as permutações dos algarismos do número 44.333.123?

Multiconjunto: $4 \times 3, 2 \times 4, 1 \times 1, 1 \times 2$ (total 8 dígitos, sem zero).

$$\frac{8!}{4!2!} = \frac{40\,320}{24 \cdot 2} = \frac{40\,320}{48} = 840$$

13) Família 12 em 15 lugares: escolher quais 12 dos 15 lugares e ordená-los (cada pessoa em um assento

distinto). Número = $P(15, 12) = \frac{15!}{(15-12)!} = \frac{15!}{3!}$. (Alternativa a) é correta).

14. (PUC SP) O número n está para o número de seus arranjos 3 a 3, assim como 1 está para 240. Portanto, n é igual a:

- a) 14
- b) 17
- c) 18
- d) 31
- e) Nenhuma das alternativas

$$n:A(n,3)=1:240$$

$$A(n, 3) = \frac{n!}{(n-3)!} = n(n-1)(n-2) = 240n$$

$$(n-1)(n-2) = 240 \Rightarrow n^2 - 3n - 238 = 0$$

$$\Delta = 961 = 31^2 \Rightarrow n = \frac{3 \pm 31}{2}.$$

Válido: $n = 17$.

14) Cargos presidente e vice entre 15 candidatos: ordem importa (1º presidente, 2º vice) → $P(15,2)=15 \cdot 14=210$

15. (UFRGS 2023) Uma biblioteca está elaborando etiquetas de identificação para os livros do acervo de tal forma que, em cada etiqueta, são usadas quatro letras distintas, de um alfabeto de 26 letras, e quatro algarismos também distintos, de 0 a 9. A figura abaixo mostra um exemplo de modelo da etiqueta produzida.

E M A T 9 5 0 1

Assinale a alternativa que apresenta o número total de etiquetas distintas produzidas pela biblioteca.

- (A) $26 + 10$
- (B) $26 \cdot 10$
- (C) $A_{26,4} \cdot A_{10,4}$
- (D) $A_{26,4} + A_{10,4}$
- (E) $10A_{26,4} + 26A_{10,4}$

O número de maneiras de escolher e ordenar as letras é um **arranjo de 26 elementos tomados 4 a 4**:

$$A(26, 4) = 26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 23.$$

O número de maneiras de escolher e ordenar os algarismos é um **arranjo de 10 elementos tomados 4 a 4**:

$$A(10, 4) = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7.$$

Como as escolhas são **independentes** (primeiro letras, depois números), aplica-se o **princípio multiplicativo**:

$$\text{Total} = A_{26,4} \cdot A_{10,4}$$

Alternativa C

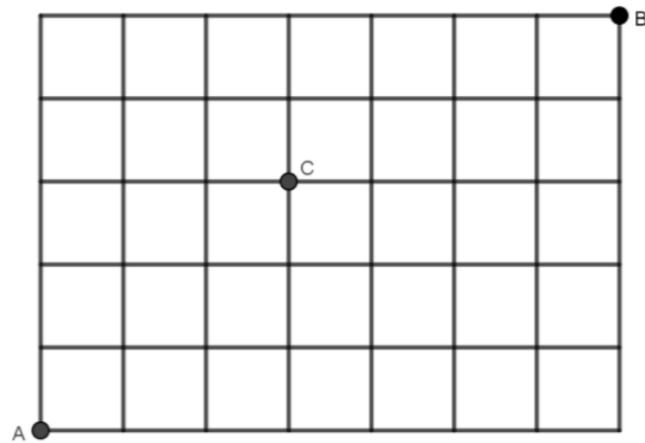
15) Quantos números naturais com permutações dos algarismos do número 44.333.123?

Conte os algarismos: digits (4 appears 2 times, 3 appears 3 times, 1 once, 2 once) total 8 dígitos.

$$\text{Permutações distintas} = (8!/(2!3!1!1!)) = 40320/(2 \cdot 6) = 40320/12 = 3360.$$

Resposta 15: 3360.

16. (UFRGS - 2020) Um aplicativo de transporte disponibiliza em sua plataforma a visualização de um mapa com ruas horizontais e verticais que permitem realizar deslocamentos partindo do ponto A e chegando ao ponto B, conforme representado na figura abaixo.



O número de menores caminhos possíveis que partem de A e chegam a B, passando por C, é

- (A) 28.
- (B) 35.
- (C) 100.
- (D) 350.
- (E) 792.

De A até B são 7 passos para a direita e 5 passos para cima, total de:

$$7+5=12 \text{ movimentos}$$

O número de caminhos mínimos é: $\frac{12!}{7!5!} = 792$

$$7!5!$$

Localizar o ponto C

O ponto C está na 4ª coluna e na 3ª linha (contando a partir de A, que está no canto inferior esquerdo).

Ou seja, de A até C precisamos dar:

4 passos para a direita

3 passos para cima

Total de 7 movimentos.

Caminhos de A até C

O número de maneiras de escolher a ordem desses 7 movimentos é:

$$\frac{7!}{4!3!} = 35$$

Caminhos de C até B

De C até B faltam:

No total eram 7 para a direita e 5 para cima.

Já fizemos 4 direitos e 3 para cima.

Restam **3 para a direita e 2 para cima**.

Ou seja, mais 5 movimentos no total.

Número de caminhos possíveis:

$$\underline{5!} = 10$$

$$3!2!$$

Caminhos passando por C

Pelo **princípio multiplicativo**:

$$N = 35 \cdot 10 = 350$$

17. (UFRGS 2025) Qual a quantidade de números possível de se formar com quatro algarismos distintos, de 1 a 9, que são múltiplos de 5?

- (A) 84
- (B) 112
- (C) 168
- (D) 210
- (E) 336

Como 0 não está disponível e um número múltiplo de 5 deve terminar em 5, a unidade fica **fixa** em 5.

Restam, portanto, **8** dígitos possíveis para preencher as três primeiras posições (1–9, exceto 5), sem repetição.

Contagem por posição:

- milhar: 8 opções

- centena: 7 opções
- dezena: 6 opções
- unidade: 1 opção (já fixa em 5)

Total = $8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$.

17) O número de maneiras de escolher e ordenar as letras é um arranjo de 26 elementos tomados 4 a 4:

$$A(26, 4) = 26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 23.$$

O número de maneiras de escolher e ordenar os algarismos é um arranjo de 10 elementos tomados 4 a 4:

$$A(10, 4) = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7.$$

Como as escolhas são independentes (primeiro letras, depois números), aplica-se o princípio multiplicativo:

$$\text{Total} = A_{26,4} \cdot A_{10,4}$$

Alternativa C

8. Avaliação

Participação em aula;

A avaliação do aprendizado dos alunos será realizada de forma mista, considerando tanto aspectos qualitativos quanto quantitativos. A participação nas atividades propostas, o empenho e a colaboração com os colegas serão observados (avaliação qualitativa), enquanto o registro no caderno e a execução dos exercícios propostos servirão de base para a avaliação quantitativa.

9. Bibliografias

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular: educação é a base**. Brasília, 2017.

Dante, Luiz Roberto. **Do seu jeito: Matemática: área de Matemática e suas Tecnologias: volume 3: Ensino médio** / Luiz Roberto Dante, Fernando Viana. 1. ed. São Paulo: Ática, 2024.

ESTRATÉGIA EDUCACIONAL. **Questão sobre emplacamento de carros no Brasil**. Disponível em:

<https://concursos.estrategia.com/public/questoes/carros-Brasil-eram72bbcd6da2/>

Acesso em: 23 de ago. de 2025.

GRUPO OTIMIZA. **Cores de placas de carros: saiba o que significam.** Disponível em: <https://grupootimiza.com.br/cores-de-placas-de-carros-saiba-o-que-significam/> Acesso em: 23 de ago. de 2025.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA (INEP). **Provas e gabaritos.** Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos> Acesso em: 30 de ago. de 2025.

Matemática interligada: estatística, análise combinatória e probabilidade / obra coletiva; editora responsável Thais Marcelle de Andrade. 1. ed. São Paulo: Scipione, 2020.

QCONCURSOS. **Questões do Enem.** Disponível em: [https://www.qconcursos.com/questoes-do-enem/disciplinas/matematica-matematica/analise-combinatoria-em-matematica/questoes?from_omniauth=true&provider=facebook#_ =](https://www.qconcursos.com/questoes-do-enem/disciplinas/matematica-matematica/analise-combinatoria-em-matematica/questoes?from_omniauth=true&provider=facebook#_=) Acesso em: 25 de ago. de 2025.

10. Observações:

A segunda aula ocorreu de forma tranquila e a turma demonstrou boa receptividade ao conteúdo de análise combinatória, especialmente às explicações iniciais sobre permutações simples e com repetição. A participação foi positiva, porém o tempo acabou sendo insuficiente para que os alunos resolvessem todos os exercícios propostos, ficando a maior parte como atividade para casa. Durante a condução da correção e das explicações, percebi que não estava totalmente preparado para todas as questões da lista, o que fez com que eu demorasse mais do que o ideal para elaborar algumas respostas. Essa situação evidenciou a necessidade de um domínio mais sólido do conteúdo e de uma leitura mais cuidadosa dos exercícios antes da aula, especialmente quando envolvem variações de permutação e arranjo. Apesar disso, a interação professor–aluno foi produtiva, e as dúvidas mais frequentes puderam ser esclarecidas. Para as próximas aulas, compreendi a importância de revisar previamente cada exercício e antecipar possíveis dificuldades dos estudantes, a fim de garantir maior fluidez no desenvolvimento das atividades e atingir plenamente os objetivos propostos no plano de aula.

Apêndice:

(slides)

Por favor 3 alunos voluntarios, com nomes diferentes para se colocarem em frente a turma em pé.



Vamos supor que vocês estivessem em uma fila de cinema para assistir o filme Cinderela.

Em quantas posições diferentes os amigos podem parar na fila do cinema?

Qualquer um dos 3 colegas pode se posicionar no 1º lugar. No 2º lugar sobram 2 opções, já que uma pessoa não pode se posicionar em dois lugares ao mesmo tempo. Por fim, falta apenas 1 pessoa, que deve se posicionar no 3º lugar.

**Usando o princípio fundamental da contagem para contar as opções, temos: $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$
equivalente à correspondência em Fatorial: $3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$**

PERMUTAÇÃO SIMPLES

Quando precisamos organizar elementos distintos, a ordem importa.

Esse tipo de situação é chamado de Permutação Simples.

Permutar é sinônimo de trocar. Intuitivamente, nos problemas de contagem, devemos associar a permutação à noção de embaralhar, isto é, trocar objetos e posição.

Ex 1: Há 6 poltronas vazias em uma fileira de lugares de um cinema. Em quantas sequências diferentes 6 pessoas podem ocupar as 6 poltronas?

Ex 2: Calcule quantos são os anagramas:

- a) Da palavra PERDÃO;
- b) Da palavra PERDÃO que iniciam com P e terminam em O;
- c) Da palavra PERDÃO em que as letras A e O aparecem juntas e nessa ordem (ÃO);
- d) Da palavra PERDÃO em que P e O aparecem nos extremos;
- e) Da palavra PERDÃO em que as letras PER aparecem juntas, em qualquer ordem.

PERMUTAÇÃO COM REPETIÇÃO

A permutação com repetição ocorre quando repetimos elementos.

Ex: Quantos são os anagramas da palavra BATATA?

PERMUTAÇÃO COM REPETIÇÃO

$$P_n(a, b, \dots) = \frac{n!}{a! b! \dots}$$

P_n = permutação simples de n elementos distintos.
 $n!$ = fatorial de n elementos distintos.
 $a! b!$ = fatorial dos elementos repetidos.

Ex 1: Quantos são os anagramas da palavra ARARA?

$$P_n(a, b, \dots) = \frac{n!}{a! b! \dots}$$

Há 3 letras **A**, 2 letras **R** e um total de 5 letras. Portanto, $a = 3$ e $b = 2$.

$$P_{5^{32}} = \frac{5!}{3!2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3!}{3!2!} = 10$$

São 10 os anagramas da palavra ARARA.

Ex 2: Quantos anagramas da palavra CAMARADA começam com A?

*Fixamos uma letra **A** e fazemos os possíveis anagramas com as demais: ACAMARAD. Há 3 letras **A** e um total de 7 letras. Portanto, $a=3$.*

$$P_{7,3^{1111}} = \frac{7!}{3!} = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 840$$

840 anagramas de CAMARADA começam com A.

Ex: Em um torneio de futsal um time obteve 8 vitórias, 5 empates e 2 derrotas, nas 15 partidas disputadas. De quantas maneiras distintas esses resultados podem ter ocorrido?

$$\begin{aligned} P_{15}^{(8, 5, 2)} &= \frac{15!}{8! \cdot 5! \cdot 2!} = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8!}{8! \cdot 5! \cdot 2!} \\ P_{15}^{(8, 5, 2)} &= \frac{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{5! \cdot 2!} \\ P_{15}^{(8, 5, 2)} &= \frac{32.432.400}{240} \\ P_{15}^{(8, 5, 2)} &= 135.135 \end{aligned}$$

Arranjo simples

é utilizado para determinar a quantidade de formas de se escolher partes dos elementos de um conjunto maior disponível, sem repetir elementos e considerando a ordem.

Arranjo Simples de n elementos tomados p a p (com $p \in \mathbb{N}^*$ e $p \leq n$) são os agrupamentos ordenados que podem ser formados com p dos n elementos distintos dados.

A quantidade desses agrupamentos é indicada por $A_{n,p}$ ou A_n^p e é calculada da seguinte maneira:

$$A_{n,p} = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-p+1)$$

ou

$$A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$$

Exemplo:

Você é responsável por organizar um campeonato escolar de tênis de mesa. Para abrir o evento, será feito um sorteio para escolher quem vai jogar primeiro: Existem 5 alunos inscritos: Ana, Bruno, Carla, Diego e Elisa.

Apenas 3 alunos serão escolhidos para formar a ordem de partidas iniciais (1º, 2º e 3º).

“De quantas formas diferentes podemos organizar os 3 jogadores escolhidos na ordem das partidas?”

Se escolho 3 jogadores dentre 5, mas a ordem em que jogam importa, estamos falando de Arranjo Simples.

No problema: $n = 5$ jogadores, $p = 3$ escolhidos.

$$A_{5,3} = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{120}{2} = 60$$

Percebam: aqui não usamos todos os elementos (como na permutação), apenas parte deles. E a ordem faz diferença, porque trocar a posição de dois jogadores muda completamente a organização. Esse é o conceito de Arranjo Simples.

Exemplo 2:

Um clube tem 10 membros. A diretoria é formada por 1 presidente, 1 vice-presidente, 1 secretário e 1 tesoureiro. Se uma pessoa pode ocupar apenas 1 desses cargos, de quantas maneiras diferentes é possível formar uma diretoria?

Começamos organizando a diretoria:

$\bar{P} \bar{VP} \bar{S} \bar{T}$

i) pelo PFC temos:

$10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 5040$ maneiras de organizar a diretoria.

ii) pelo método do Arranjo temos:

$$A_{10,4} = \frac{10!}{(10-4)!} = \frac{10!}{6!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6!}{6!} = 5040$$

Lista de Exercícios 1

1) Um casal pretende ter 4 filhos, sendo 2 meninas e 2 meninos, em qualquer ordem de nascimento. Quantas são as ordens

possíveis em que podem ocorrer esses 4 nascimentos?

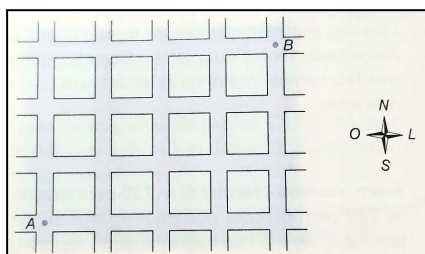
2) Colocando todos os anagramas da palavra ÂNGULO listados em ordem

alfabética, como em um dicionário, em que posição da lista estará a palavra:

a) ÂGLNOU?

b) UONLGÂ?

3) A figura abaixo representa um conjunto de quarteirões de uma cidade, sendo a parte cinza a representação das ruas. Um motorista localizado no ponto A pretende chegar ao ponto B deslocando-se sempre para o norte ou para o leste. Quantos caminhos diferentes ele pode percorrer de A até B se o tráfego é permitido para qualquer caminho escolhido?



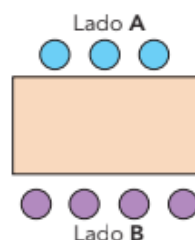
4) Cada quadrinho da tira abaixo deve ser colorido com uma das cores: verde, azul ou laranja.



Quantas sequências de cores podem apresentar esses quadradinhos, considerados da esquerda para a direita, tal que:

- Três quadradinhos sejam verdes, dois azuis e os demais laranja?
- Os três primeiros quadradinhos sejam azuis e, entre os demais, dois sejam verdes e três laranja?
- Três quadradinhos sejam verdes, dois azuis e os demais laranja, de modo que os quadradinhos verdes estejam juntos?
- Três quadradinhos sejam verdes, dois azuis e os demais laranja, de modo que o primeiro e o último quadradinho tenham cores diferentes?

5) Um grupo de 4 estudantes e 3 monitores deve ocupar os 7 lugares de uma mesa retangular como na imagem. Os estudantes devem se posicionar no lado B da mesa e os monitores no lado A. Cada um dos lugares deve ser ocupado por uma única pessoa. De quantos modos diferentes isso pode ser feito?



6) (UFRGS 2025) Qual a quantidade de números possível de se formar com quatro algarismos distintos, de 1 a 9, que são múltiplos de 5?

- 84
- 112
- 168
- 210
- 336

7) Uma senha é formada utilizando todas as letras da palavra "PROGRAMA". Quantas senhas diferentes podem ser criadas?

8) De quantas formas diferentes podem ser organizadas as letras da palavra "MATEMÁTICA"?

Lista 2 - Permutação e Arranjo Simples

1. Em relação à palavra PAPA:

- quantos são os anagramas?
- quais são os anagramas?

2. Determine quantos são os anagramas das palavras:

- MISSISSIPPI;
- ARARAQUARA;
- ABÓBORA;
- ARARAQUARA que começam e terminam com A.

3. Clara e Júlia foram ao cinema e encontraram 3 cadeiras vagas (L1, L2 e L3).

De quantas maneiras distintas elas podem se sentar nestes lugares?

4. Calcule os arranjos a seguir:

a) $A_{5,3} = 60$

b) $A_{7,4} = 840$

c) $\frac{A_{7,4}}{A_{6,4}} = 1680$

5. Durante o vestibular de uma universidade, o estudante deve escolher a primeira e a segunda opções de curso. Se nessa universidade há 12 opções de curso, então o número de maneiras distintas que um candidato pode escolher a primeira e a segunda opções é:

6. Um casal pretende ter 4 filhos, sendo 2 meninas e 2 meninos, em qualquer ordem de nascimento. Quantas são as ordens possíveis em que podem ocorrer esses 4 nascimentos?

7. Quantas frações diferentes (e não iguais a 1) podemos escrever usando os números 2, 3, 5, 7, 11 e 13?

8. Um automóvel comporta dois passageiros nos bancos da frente e três, no de trás. Calcule o número de alternativas distintas para o automóvel com pessoas escolhidas dentre sete, de modo que uma dessas pessoas nunca ocupe um lugar nos bancos da frente.

9. Considere a palavra MATRIZES. Quantos anagramas de 4 letras distintas podemos formar:

- a) começando com a letra T?
- b) terminando com as letras ZE?
- c) de modo que contenha a letra A?

10. Determine a expressão correspondente a:

a) $A_{x,2} =$

b) $A_{x-3,2} =$

11. Um experimento consiste em lançar cinco vezes uma moeda e considerar como resultado a

sequência formada pelas faces voltadas para cima no 1°, 2°, 3°, 4° e 5° lançamentos. Indicando por C e K as faces cara e coroa, respectivamente, uma sequência com três caras e duas coroas que pode ser obtida é: CCKCK. Quantas sequências diferentes com três caras e duas coroas podem ser obtidas?

12. Colocando todos os anagramas da palavra ÂNGULO listados em ordem alfabética, como em um dicionário, em que posição da lista estará a palavra:

a) ÂGLNOU?

b) UONLGÂ?

c) ÂNGULO?

13. Uma família de 12 pessoas decidiu aproveitar as férias de fim de ano fazendo uma viagem do Rio de Janeiro (RJ) em direção a Fortaleza (CE) de ônibus. No momento da compra das passagens, havia 15 lugares vazios no ônibus. De quantas maneiras distintas é possível organizar essa família nos 15 lugares restantes do ônibus?

a) $\frac{15!}{3!}$

b) 15!

c) 12!

d) $\frac{15!}{3! \cdot 12!}$

e) $15! \cdot 3!$

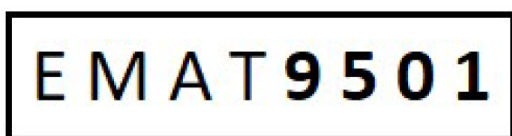
14. Os cargos de presidente e vice-presidente de um grêmio estudantil serão ocupados, respectivamente, pelo 1° e pelo 2° colocado em uma eleição na qual concorrem 15 estudantes. De quantas maneiras diferentes é possível preencher esses cargos?

15. Quantos números naturais podem ser representados com todas as permutações dos algarismos do número 44.333.123?

16. (PUC SP) O número n está para o número de seus arranjos 3 a 3, assim como 1 está para 240. Portanto, n é igual a:

- a) 14 b) 17 c) 18
d) 31 e) Nenhuma das alternativas

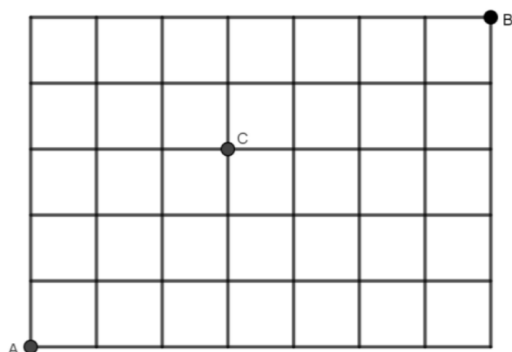
17. (UFRGS 2023) Uma biblioteca está elaborando etiquetas de identificação para os livros do acervo de tal forma que, em cada etiqueta, são usadas quatro letras distintas, de um alfabeto de 26 letras, e quatro algarismos também distintos, de 0 a 9. A figura abaixo mostra um exemplo de modelo da etiqueta produzida.



Assinale a alternativa que apresenta o número total de etiquetas distintas produzidas pela biblioteca.

- (A) $26 + 10$
(B) $26 \cdot 10$
(C) $A_{26,4} \cdot A_{10,4}$
(D) $A_{26,4} + A_{10,4}$
(E) $10A_{26,4} + 26A_{10,4}$

18. (UFRGS - 2020) Um aplicativo de transporte disponibiliza em sua plataforma a visualização de um mapa com ruas horizontais e verticais que permitem realizar deslocamentos partindo do ponto A e chegando ao ponto B, conforme representado na figura abaixo.



O número de menores caminhos possíveis que partem de A e chegam a B, passando por C, é

- (A) 28. (B) 35. (C) 100.
(D) 350. (E) 792.

19. (UFRGS 2025) Qual a quantidade de números possível de se formar com quatro algarismos distintos, de 1 a 9, que são múltiplos de 5?

- (A) 84 (B) 112 (C) 168
(D) 210 (E) 336



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central - Santa Rosa/RS - CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

10. Observações:

A segunda aula ocorreu de forma tranquila e a turma demonstrou boa receptividade ao conteúdo de análise combinatória, especialmente às explicações iniciais sobre permutações simples e com repetição. A participação foi positiva, porém o tempo acabou sendo insuficiente para que os alunos resolvessem todos os exercícios propostos, ficando a maior parte como atividade para casa. Durante a condução da correção e das explicações, percebi que não estava totalmente preparado para todas as questões da lista, o que fez com que eu demorasse mais do que o ideal para elaborar algumas respostas. Essa situação evidenciou a necessidade de um domínio mais sólido do conteúdo e de uma leitura mais cuidadosa dos exercícios antes da aula, especialmente quando envolvem variações de permutação e arranjo. Apesar disso, a interação professor-aluno foi produtiva, e as dúvidas mais frequentes puderam ser esclarecidas. Para as próximas aulas, compreendi a importância de revisar previamente cada exercício e antecipar possíveis dificuldades dos estudantes, a fim de garantir maior fluidez no desenvolvimento das atividades e atingir plenamente os objetivos propostos no plano de aula.

Saulo da Rosa Zatt
Aluno – Estagiário

Marília Boessio Tex de Vasconcelos
Supervisor – Parte Concedente

Eduardo Padoin
Professor Orientador – Entidade Educacional

Plano de Aula Semanal n°3

Acadêmico: Saulo da Rosa Zatt
Professor(a) Orientador(a): Eduardo Padoin
Unidade Concedente: Instituto Federal Farroupilha - Campus de Santa Rosa
Estágio – Turma/N° de alunos: 3° ano do ensino Médio MOI
Professor(a) Regente da Classe: Marília Boessio Tex de Vasconcelos
N° de Períodos semanal/ Tempo de cada período:
Data/Horário: 22/09/2025 – 3 períodos- Das 7h 30min as 10h

1 .Tema/Assunto:

Análise Combinatória

2. Objetos de Conhecimento:

Combinação simples

Combinação com repetição

3. Habilidades relativas a BNCC:

(EM13MAT310) Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo agrupamentos ordenáveis ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas, como o diagrama de árvore.

(EM13MAT315) Reconhecer um problema algorítmico, enunciá-lo, procurar uma solução e expressá-la por meio de um algoritmo, com o respectivo fluxograma.

4 . Objetivos

Identificar as características das combinações com repetição, diferenciando-as das permutações e arranjos.

Aplicar as fórmulas de combinação com repetição em exercícios contextualizados, analisando as diferenças entre ordem e escolha.

Demonstrar empenho e organização no registro das atividades, valorizando o aprendizado coletivo durante a troca de estratégias de resolução.

5. Metodologia

Método Expositivo e Dialogado;

6. Recursos

Materiais de uso comum, material impresso, *notebook*, *internet*, *slides*, projetor.

7. Desenvolvimento

Será realizada a correção dos exercícios da aula anterior, em que os alunos obtiveram mais dúvidas.

Correção da Lista de Exercícios

Tempo de duração: 30 minutos

Incentivação: 20 min (slides, com auxílio do quadro)

O professor apresenta a seguinte situação-problema:

“Uma sorveteria possui 5 sabores de sorvete. De quantas formas diferentes podemos escolher 2 bolas de sorvete? E se a ordem das bolas não importasse, o resultado mudaria?”

1. **Se a primeira bola fosse de morango e a segunda de chocolate, isso seria diferente de escolher primeiro chocolate e depois morango?** (Espera-se que os alunos percebam que nesse caso a ordem não importa.)
2. **É possível repetir sabores?** (Se sim, introduzimos naturalmente a ideia de combinação com repetição.)
3. **Esse tipo de raciocínio pode aparecer em provas como o ENEM?** (Resposta esperada: sim, em questões de probabilidade e combinatória.)

- **Intenção: despertar a curiosidade e diagnosticar o conhecimento prévio, aproximando o conteúdo do cotidiano.**

Para fazer uma comparação de arranjo e combinação será apresentado as situações abaixo, logo após apresentado a fórmula de combinação e demonstrado com o mesmo exemplo.

1. Se eu escolher primeiro morango e depois chocolate, é diferente de escolher primeiro chocolate e depois morango.
Isso seria um **arranjo simples**.

$$A(5, 2) = \frac{5!}{(5 - 2)!} = \frac{5!}{3!} = 5 \cdot 4 = 20$$

..

Na sequência o professor apresentará o conceito para o entendimento de combinação simples.

COMBINAÇÃO SIMPLES (slides, com auxílio do quadro 40 minutos)

Chamamos de combinação simples a escolha de **p** elementos distintos entre **n** disponíveis, sem levar em conta a ordem.

Na combinação simples, o que importa é **quem está no grupo**, e não a posição ou a ordem em que foram escolhidos.

$$C(n, p) = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

n = número de elementos que pertencem ao conjunto;

p = número natural menor ou equivalente ao “n”.

2.Segunda interpretação (ordem não importa):

Se eu pegar morango e chocolate, é o mesmo que chocolate e morango.

Logo, estamos em uma situação de **combinação simples**.

$$C(5, 2) = \frac{5!}{2! \cdot (5-2)!} = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10$$

Ex 1: Uma turma tem 10 alunos. De quantas formas diferentes é possível escolher 3 alunos para representar a turma em um evento?

- Temos $n = 10$ alunos disponíveis.
- Queremos escolher $p = 3$
- Como não importa a ordem em que são escolhidos, usamos combinação simples:

$$C(10, 3) = \frac{10!}{3! \cdot 7!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$$

Ex 2: Um clube tem 12 sócios. Deseja-se formar uma comissão de 4 pessoas, mas dois sócios não podem participar juntos da mesma comissão. De quantas formas é possível formar essa comissão?

Total de comissões sem restrição:

$$C(12, 4) = \frac{12!}{4! \cdot 8!} = 495$$

Comissões com os dois sócios proibidos juntos: fixamos os dois → sobram 10 sócios, escolher mais 2:

$$C(10, 2) = 45$$

$$\text{Subtraindo: } 495 - 45 = 450$$

Exercícios (escrito no quadro após os alunos tentarem realizar sozinhos o professor irá corrigir no quadro)

Desenvolvimento: Para aprofundar a compreensão de combinação simples, e para que os alunos saibam como resolvê-la, será proposto os seguintes problemas:

1) Quantas duplas distintas podem ser formadas em uma turma de 15 alunos?

$$C_{15,2} = \frac{15!}{2!(15-2)!} = \frac{15!}{2!13!} = 105$$

2) Uma urna contém 20 bolas numeradas de 1 a 20. De quantas formas podem ser retiradas 5 bolas ao mesmo tempo?

$$C_{20,5} = \frac{20!}{5!(20-5)!} = \frac{20!}{5!15!} = 15.504$$

3) Em uma escola, deseja-se formar uma equipe de 3 estudantes entre 12 meninas e 8 meninos, devendo a equipe ter pelo menos 1 menina. Quantas equipes diferentes podem ser formadas?

$$C(20,3) = \frac{20!}{3!(20-3)!} = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 1140$$

Total sem restrição: $C(20,3) = 1140$

$$C(8,3) = \frac{8!}{3!(8-3)!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 56$$

Todas com só meninos: $C(8,3) = 56$

Subtraindo para garantir ao menos 1 menina

Total válido: $1140 - 56 = 1084$

4) Determine o valor de x tal que $\binom{x}{3} = 84$.

$$\binom{x}{3} = \frac{x(x-1)(x-2)}{3!} = 84.$$

$$\frac{x(x-1)(x-2)}{6} = 84 \Rightarrow x(x-1)(x-2) = 504.$$

Encontrar x por Fatoração ou Tentativa

Estamos procurando três números inteiros e consecutivos (pois são x, x-1, e x-2) cujo produto seja 504.

Podemos tentar valores de x próximos à raiz cúbica de 504 (≈ 7.95):

Se $x = 8$: $8 \times (8-1) \times (8-2) = 8 \times 7 \times 6 = 336$ (muito baixo)

Se $x = 9$: $9 \times (9-1) \times (9-2) = 9 \times 8 \times 7 = 504$ (correto)

Portanto, o valor de x é 9.

5) Sabendo que $\binom{x}{2} = 45$, determine o valor de x.

Para simplificar a equação, multiplicamos ambos os lados por 2

$$\frac{x(x-1)}{2} = 45$$

$$x(x-1) = 45 \times 2$$

$$x(x-1) = 90$$

$$x^2 - x = 90$$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{361}}{2(1)}$$

$$x = \frac{1 \pm 19}{2} \quad x_1 = \frac{1+19}{2} = \frac{20}{2} = 10 \quad x_2 = \frac{1-19}{2} = \frac{-18}{2} = -9$$

Logo $x = 10$

Combinação com Repetição
(20 minutos)

Desenvolvimento: Com o intuito de desenvolver o conceito de combinação com repetição será apresentado exemplos com o auxílio do slide e escrita no quadro, para melhor compreensão da turma.

Na combinação com repetição, escolhemos p elementos de um conjunto com n tipos de elementos, permitindo repetições e sem importar a ordem.

$$CR(n, p) = \frac{(n + p - 1)!}{p! (n - 1)!}$$

$n \rightarrow$ número de elementos diferentes do conjunto (tipos, sabores, modelos, etc.).

$p \rightarrow$ quantidade de elementos que serão escolhidos (podendo repetir).

$(n + p - 1)! \rightarrow$ fatorial do total ajustado para permitir repetições.

$p! \rightarrow$ fatorial da quantidade escolhida (ordem não importa, por isso dividimos).

$(n - 1)! \rightarrow$ fatorial de $n - 1$, ajuste matemático da fórmula.

Essa fórmula conta de quantas formas é possível escolher p elementos de n tipos, com repetição permitida e sem importar a ordem.

Ex1: Uma sorveteria oferece 6 sabores diferentes. De quantas formas é possível escolher 2 bolas de sorvete, permitindo repetir sabores?

$$CR(6, 2) = \frac{(6 + 2 - 1)!}{2!(6 - 1)!}$$

$$CR(6, 2) = \frac{7!}{2! \cdot 5!}$$

$$= \frac{7 \cdot 6 \cdot 5!}{2 \cdot 5!}$$

$$= \frac{42}{2} = 21$$

Ex2: Uma padaria oferece 10 tipos de pães. De quantas formas diferentes uma pessoa pode comprar 6 pães, podendo repetir o tipo?

$$\begin{aligned}
 CR(10, 6) &= \frac{(10 + 6 - 1)!}{6!(10 - 1)!} \\
 CR(10, 6) &= \frac{15!}{6! \cdot 9!} \\
 &= \frac{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9!}{6! \cdot 9!} \\
 &= \frac{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \\
 &= \frac{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \\
 &= \frac{3.603.600}{720} = 5005
 \end{aligned}$$

Desenvolvimento: 40 minutos

Na sequência da aula com o objetivo de fixação do conteúdo será trabalhada uma lista de exercícios para fixação do conteúdo. Após o professor fará a correção e retirada de dúvidas no quadro.

Exercícios: (em slide para os alunos copiarem)

1) Um mercado vende 4 tipos de frutas. Quantas formas posso montar uma sacola com 3 frutas (permitindo repetir)?

$$\begin{aligned}
 n &= 4, p = 3 \\
 CR(4, 3) &= \frac{(4 + 3 - 1)!}{3!(4 - 1)!} = \frac{6!}{3! \cdot 3!} \\
 &= \frac{720}{6 \cdot 6} = 20
 \end{aligned}$$

2) Uma empresa oferece 8 modelos de brindes. De quantas formas diferentes pode montar um kit com 5 brindes (repete modelos permitido)?

$$n = 8, p = 5$$

$$\begin{aligned} CR(8, 5) &= \frac{(8 + 5 - 1)!}{5!(8 - 1)!} = \frac{12!}{5! \cdot 7!} \\ &= \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8}{120} = 792 \end{aligned}$$

3) Quantas soluções não-negativas tem $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 10$?

contar o número de soluções não-negativas é o mesmo que distribuir 10 unidades entre 4 caixas — é um problema de combinação com repetição com $n=4$ tipos e $p=10$

$$CR(4, 10) = \frac{(4 + 10 - 1)!}{10!(4 - 1)!} = \frac{13!}{10! 3!}.$$

$$CR(4, 10) = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10!}{10! 3!} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11}{3 \cdot 2 \cdot 1}.$$

$$CR(4, 10) = \frac{1716}{6} = 286.$$

4) Se: $CR(x, 4) = 330$

Determine x .

$$\begin{aligned} CR(x, 4) &= \frac{(x + 4 - 1)!}{4!(x - 1)!} = \frac{(x + 3)!}{24(x - 1)!} \\ &= \frac{(x + 3)(x + 2)(x + 1)x}{24} \end{aligned}$$

$$\frac{(x+3)(x+2)(x+1)x}{24} = 330$$

$$(x+3)(x+2)(x+1)x = 7920$$

5) Uma padaria oferece 5 tipos de pães. De quantas maneiras diferentes uma pessoa pode comprar 6 pães (pode repetir tipos)?

$n=5, p=6$

$$CR(5, 6) = \frac{(5+6-1)!}{6!(5-1)!} = \frac{10!}{6!4!}.$$

$$\frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6!}{6! \cdot 4!} = CR(5, 6) = \frac{5040}{24} = 210.$$

6) Uma empresa tem 7 modelos de brindes. De quantas formas pode montar um kit com 4 brindes (repetição permitida, ordem não importa)?

$n=7, p=4$.

$$CR(7, 4) = \frac{(7+4-1)!}{4!(7-1)!} = \frac{10!}{4!6!} \cdot \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6!}{4! \cdot 6!}$$

$$\frac{5040}{24} = 210.$$

7) Você vai escolher 5 bolas entre 8 cores de gude, permitindo repetições, mas quer que exatamente **3 cores diferentes** apareçam na sua seleção. Quantas escolhas atendem a isso?

Escolher quais 3 cores serão usadas: $\binom{8}{3} = 56$

Distribuir 5 bolas entre as 3 cores com cada cor usada ≥ 1 . Fazer transformação: se cada cor recebe pelo menos 1, subtraímos 1 de cada cor $\rightarrow$ sobra distribuir $5-3=2$ unidades entre 3 cores sem restrição (≥ 0). Isso é $CR(3,2)$:

$$CR(3, 2) = \frac{(3 + 2 - 1)!}{2! (3 - 1)!} = \frac{4!}{2! 2!} = \frac{24}{2 \cdot 2} = 6.$$

Multiplica-se: $56 \times 6 =$

336

8) (ENEM 2017) O brinquedo é formado por uma carreta fixa e 10 carrinhos transportados. Cada carrinho é pintado em uma cor entre 4 cores (amarelo, branco, laranja e verde). A empresa exige que haja pelo menos 1 carrinho de cada uma das quatro cores. A ordem/posição dos carrinhos não gera novo modelo (ou seja, só importa quantas unidades de cada cor aparecem). Quantos modelos distintos podem ser produzidos?

10 carrinhos pintados com 4 cores; exige-se pelo menos 1 carrinho de cada cor. A ordem não importa — conta-se apenas quantidades de cada cor.

Temos $n = 4$ cores, $p = 10$ carrinhos, com restrição “cada cor ≥ 1 ”. Procedimento: reservar 1 de cada cor (gasta 4), sobra distribuir $10 - 4 = 6$ entre as 4 cores livremente. Então é

$$CR(4, 6) = \frac{(4 + 6 - 1)!}{6! (4 - 1)!} = \frac{9!}{6! 3!}.$$

$$\frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6!}{6! \cdot 3!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{504}{6} = 84.$$

8. Avaliação

Será avaliado a resolução dos exercícios que ficaram para desenvolvimento em aula, tal como a participação durante a aula.

9. Bibliografias

BARICENTRO. **Por que fatorial de zero é um?** Disponível em: <https://baricentro2.rssing.com/chan-17137459/article116.html> Acesso em: 24 de ago. de 2025.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular: educação é a base.** Brasília, 2017.

Dante, Luiz Roberto. **Do seu jeito: Matemática: área de Matemática e suas Tecnologias: volume 3: Ensino médio** / Luiz Roberto Dante, Fernando Viana. 1. ed. São Paulo: Ática, 2024.

ESTRATÉGIA EDUCACIONAL. **Questão sobre emplacamento de carros no Brasil.** Disponível em: <https://concursos.estrategia.com/public/questoes/carros-Brasil-eram72bbcd6da2/> Acesso em: 23 de ago. de 2025.

GRUPO OTIMIZA. **Cores de placas de carros: saiba o que significam.** Disponível em: <https://grupootimiza.com.br/cores-de-placas-de-carros-saiba-o-que-significam/> Acesso em: 23 de ago. de 2025.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA (INEP). **Provas e gabaritos.** Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/en/em/provas-e-gabaritos> Acesso em: 30 de ago. de 2025.

Matemática interligada: estatística, análise combinatória e probabilidade / obra coletiva; editora responsável Thais Marcelle de Andrade. 1. ed. São Paulo: Scipione, 2020.

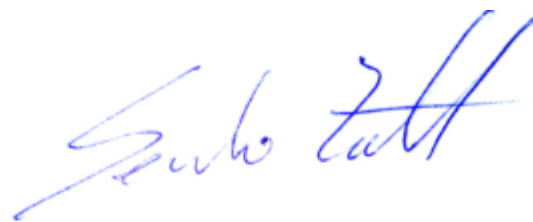
SÓ EXERCÍCIOS. **Questões: ENEM - Princípio Fundamental da Contagem.** Disponível em: <https://soexercicios.com.br/plataforma/questoes-de-vestibular/ENEM/7908/-principio-fundamental-da-contagem-/1> Acesso em: 24 de ago. 2025.

YOUTUBE. **Por que o fatorial de zero dá 1? Estude Matemática.** Disponível em: <https://www.youtube.com/shorts/gEq-ZMWuplg> Acesso em: 24 de ago. de 2025.

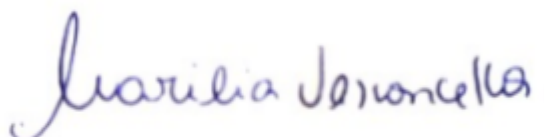
YOUTUBE. **Por Que Zero Fatorial é Igual a 1? ($0! = 1$) | Matemática Rio.** Matemática Rio com Prof. Rafael Procopio. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=SYi-0bLroA> Acesso em: 24 de ago. de 2025.

10. Observações

A terceira aula foi produtiva, porém marcada por um volume maior de conteúdos e pela necessidade de corrigir diversos exercícios da aula anterior. Como consequência, grande parte do tempo foi tomada pelas dúvidas dos alunos, o que indiquei como positivo, pois demonstrou interesse e envolvimento, mas também dificultou o avanço no plano previsto. Não foi possível introduzir a parte de combinação com repetição, que precisou ser transferida para a aula seguinte. Durante a correção dos exercícios, percebi mais uma vez que precisava me preparar melhor, especialmente para dominar plenamente cada questão, pois em alguns momentos demorei mais do que o esperado para chegar a determinadas soluções. Essa experiência reforçou a importância de revisar detalhadamente todos os exercícios antes da aula, antecipando possíveis caminhos de resolução. Como não houve tempo hábil para iniciar o novo conteúdo, decidi imprimir a lista de exercícios de combinação com repetição para entregar na próxima aula como tarefa de casa, garantindo continuidade no processo de aprendizagem. Apesar das dificuldades, a turma manteve bom comportamento, participou das discussões e demonstrou empenho na tentativa de resolver os problemas apresentados.



Saulo da Rosa Zatt
Aluno – Estagiário



Marília Boessio Tex de Vasconcelos
Supervisor – Parte Concedente



Eduardo Padoin
Professor Orientador – Entidade Educacional

Plano de Aula Semanal nº4

Acadêmico: Saulo da Rosa Zatt

Professor(a) Orientador(a): Eduardo Padoin
Unidade Concedente: Instituto Federal Farroupilha - Campus de Santa Rosa
Estágio – Turma/Nº de alunos: 3º ano do ensino Médio MOI
Professor(a) Regente da Classe: Marília Boessio Tex de Vasconcelos
Nº de Períodos semanal/ Tempo de cada período:
Data/Horário: 29/09/2025 – 3 períodos- Das 7h 30min as 10h

1 .Tema/Assunto:

Análise Combinatória

2. Objetos de Conhecimento:

Combinação com repetição

3. Habilidades relativas a BNCC:

(EM13MAT310) Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo agrupamentos ordenáveis ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas, como o diagrama de árvore.

(EM13MAT315) Reconhecer um problema algorítmico, enunciá-lo, procurar uma solução e expressá-la por meio de um algoritmo, com o respectivo fluxograma.

4 . Objetivos

Consolidar o entendimento dos conteúdos de Análise Combinatória estudados nas semanas anteriores.

Resolver a atividade avaliativa individualmente, utilizando o caderno como apoio e demonstrando autonomia na resolução de problemas.

Assumir postura ética e responsável durante a avaliação, respeitando as regras e demonstrando comprometimento com a aprendizagem.

5. Metodologia

Método Expositivo e Dialogado;

6. Recursos

Materiais de uso comum, material impresso, *notebook*, *internet*, *slides*, projetor.

7. Desenvolvimento

Será realizada a correção dos exercícios da aula anterior, em que os alunos apresentaram mais dúvidas. **(20 minutos)**

Incentivação:

Combinação com Repetição (30 minutos)

Desenvolvimento: Com o intuito de desenvolver o conceito de combinação com repetição será apresentado exemplos com o auxílio do slide e escrita no quadro, para melhor compreensão da turma.

Na combinação com repetição, escolhemos p elementos de um conjunto com n tipos de elementos, permitindo repetições e sem importar a ordem.

$$CR(n, p) = \frac{(n + p - 1)!}{p! (n - 1)!}$$

$n \rightarrow$ número de elementos diferentes do conjunto (tipos, sabores, modelos, etc.).

$p \rightarrow$ quantidade de elementos que serão escolhidos (podendo repetir).

$(n + p - 1)! \rightarrow$ fatorial do total ajustado para permitir repetições.

$p! \rightarrow$ fatorial da quantidade escolhida (ordem não importa, por isso dividimos).

$(n - 1)! \rightarrow$ fatorial de $n - 1$, ajuste matemático da fórmula.

Essa fórmula conta de quantas formas é possível escolher p elementos de n tipos, com repetição permitida e sem importar a ordem.

Ex1: Uma sorveteria oferece 6 sabores diferentes. De quantas formas é possível escolher 2 bolas de sorvete, permitindo repetir sabores?

$$\begin{aligned} CR(6, 2) &= \frac{(6 + 2 - 1)!}{2!(6 - 1)!} \\ CR(6, 2) &= \frac{7!}{2! \cdot 5!} \\ &= \frac{7 \cdot 6 \cdot 5!}{2 \cdot 5!} \\ &= \frac{42}{2} = 21 \end{aligned}$$

Ex2: Uma confeitaria tem 8 tipos de doces. Você quer montar uma caixa com 15 doces, mas deve incluir pelo menos 2 doces de cada um de 3 tipos específicos (por exemplo: croissant, muffin e donut). De quantas maneiras diferentes pode montar a caixa com repetições permitidas?

Reservar as quantidades mínimas exigidas para os 3 tipos obrigatórios.
Distribuir o restante das unidades livremente entre os $n = 8$ tipos (permitindo zeros), usando combinação com repetição.

Passo 1 — reservar os mínimos

- Total de doces a montar: 15
- Mínimo exigido por cada um dos 3 tipos: 2 unidades → total reservado: $3 \times 2 = 6$
- Restam para distribuir livremente: $r' = 15 - 6 = 9$ doces.

Agora temos o problema padrão: distribuir $r' = 9$ doces indistinguíveis entre $n = 8$ tipos (cada tipo pode receber 0 ou mais desses 9). Isso é combinação com repetição $CR(8,9)$

$$CR(8, 9) = \frac{(8 + 9 - 1)!}{9! (8 - 1)!} = \frac{16!}{9! 7!} = \frac{57\,657\,600}{5040} = 11\,440.$$

Neste momento será distribuída uma lista de exercícios para os alunos levarem para desenvolver em casa, com objetivo de fixar o conteúdo.

Exercícios: (impressos)

1) Um mercado vende 4 tipos de frutas. Quantas formas posso montar uma sacola com 3 frutas (permitindo repetir)?

$$n = 4, p = 3$$

$$\begin{aligned} CR(4, 3) &= \frac{(4 + 3 - 1)!}{3!(4 - 1)!} = \frac{6!}{3! \cdot 3!} \\ &= \frac{720}{6 \cdot 6} = 20 \end{aligned}$$

2) Uma empresa oferece 8 modelos de brindes. De quantas formas diferentes pode montar um kit com 5 brindes (repete modelos permitido)?

$$n = 8, p = 5$$

$$\begin{aligned} CR(8, 5) &= \frac{(8 + 5 - 1)!}{5!(8 - 1)!} = \frac{12!}{5! \cdot 7!} \\ &= \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8}{120} = 792 \end{aligned}$$

3) Quantas soluções não-negativas tem $x_1+x_2+x_3+x_4=10$?

contar o número de soluções não-negativas é o mesmo que distribuir 10 unidades entre 4 caixas — é um problema de combinação com repetição com $n=4$ tipos e $p=10$

$$CR(4, 10) = \frac{(4 + 10 - 1)!}{10! (4 - 1)!} = \frac{13!}{10! 3!}.$$

$$CR(4, 10) = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10!}{10! 3!} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11}{3 \cdot 2 \cdot 1}.$$

$$CR(4, 10) = \frac{1716}{6} = 286.$$

4) Se: $CR(x, 4) = 330$

Determine x.

$$CR(x, 4) = \frac{(x + 4 - 1)!}{4!(x - 1)!} = \frac{(x + 3)!}{24(x - 1)!}$$

$$= \frac{(x + 3)(x + 2)(x + 1)x}{24}$$

$$\frac{(x + 3)(x + 2)(x + 1)x}{24} = 330$$

$$(x + 3)(x + 2)(x + 1)x = 7920$$

5) Uma padaria oferece 5 tipos de pães. De quantas maneiras diferentes uma pessoa pode comprar 6 pães (pode repetir tipos)?

$n=5$, $p=6$

$$CR(5, 6) = \frac{(5 + 6 - 1)!}{6! (5 - 1)!} = \frac{10!}{6! 4!}.$$

$$\frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6!}{6! \cdot 4!} = CR(5, 6) = \frac{5040}{24} = 210.$$

6) Uma empresa tem 7 modelos de brindes. De quantas formas pode montar um kit com 4 brindes (repetição permitida, ordem não importa)?

$n=7, p=4$.

$$CR(7, 4) = \frac{(7 + 4 - 1)!}{4! (7 - 1)!} = \frac{10!}{4! 6!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6!}{4! \cdot 6!} =$$

$$\frac{5040}{24} = 210$$

7) Uma floricultura tem 10 tipos de flores. Você quer montar um arranjo com 12 flores, mas deve ter pelo menos 1 flor de cada um de 3 tipos específicos (digamos: rosa, lírio e tulipa). De quantas maneiras diferentes pode montar o arranjo (ordem não importa, repetições permitidas)?

Estratégia: primeiro garanto 1 flor para cada um dos 3 tipos exigidos; após isso distribuo o restante livremente entre os 10 tipos.

- Começo com $n = 10$ tipos e $r = 12$ flores.
- Reservo 1 flor para cada dos 3 tipos obrigatórios → uso 3 flores.

Restam $12 - 3 = 9$ flores para distribuir sem restrição (podem ir até a esses 3 tipos também).

- Agora é problema padrão: distribuir $r' = 9$ indistinguíveis entre $n = 10$ categorias (não-negativas).

$CR(10, 9)$

$$CR(10, 9) = \frac{(10 + 9 - 1)!}{9! (10 - 1)!} = \frac{18!}{9! 9!} = \frac{17\,643\,225\,600}{362\,880} = 48\,620$$

8) (ENEM 2017) O brinquedo é formado por uma carreta fixa e 10 carrinhos transportados. Cada carrinho é pintado em uma cor entre 4 cores (amarelo, branco, laranja e verde). A empresa exige que haja pelo menos 1 carrinho de cada uma das quatro cores. A ordem/posição dos carrinhos não gera novo modelo (ou seja, só importa quantas unidades de cada cor aparecem). Quantos modelos distintos podem ser produzidos?

10 carrinhos pintados com 4 cores; exige-se pelo menos 1 carrinho de cada cor. A ordem não importa — conta-se apenas quantidades de cada cor.

Temos $n = 4$ cores, $p = 10$ carrinhos, com restrição “cada cor ≥ 1 ”. Procedimento: reservar 1 de cada cor (gasta 4), sobra distribuir $10 - 4 = 6$ entre as 4 cores livremente. Então é

$$CR(4, 6) = \frac{(4 + 6 - 1)!}{6! (4 - 1)!} = \frac{9!}{6! 3!}.$$

$$\frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6!}{6! \cdot 3!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{504}{6} = 84.$$

Neste momento a turma fará um trabalho avaliativo com objetivo de retomar e fixar o conteúdo de PFC, Permutação Simples e com repetição, Arranjo simples e com repetição e combinação simples, podendo consultar o caderno, com peso 1,0.

Trabalho Avaliativo: (impresso 100 minutos)

1. Explique, com suas palavras, as diferenças entre:

- Arranjo simples e combinação simples: destaque o papel da ordem e da repetição.
- Permutação simples e Permutação com repetição: mostre quando cada uma deve ser aplicada.

a) Arranjo simples x Combinação simples:

Arranjo: ordem importa $A_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)!}$

Combinação: ordem não importa $C_{n,k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

b) Permutação simples x Permutação com repetição:

Simple: todos os elementos diferentes $\rightarrow n!$.

Com repetição: divide pelas repetições

$$\frac{n!}{n_1! n_2! \cdots n_k!}$$

2. O Princípio Fundamental da Contagem (PFC) é considerado a base da Análise Combinatória. Explique por quê, e mostre um exemplo prático do dia a dia.

PFC é a base pois multiplica as possibilidades de cada etapa. Exemplo: escolher roupa (3 camisas e 2 calças $\rightarrow 3 \times 2 = 6$ combinações).

3. Em uma eleição para presidente e vice do grêmio estudantil, a ordem dos escolhidos importa. Em uma excursão, o grupo de 2 representantes não tem ordem. Justifique, em termos de arranjo e combinação, essa diferença.

No grêmio, ordem importa (arranjo). Na excursão, ordem não importa (combinação).

4. Uma senha de acesso é formada por 4 dígitos numéricos (0 a 9), mas o primeiro não pode ser zero e não pode haver repetição de dígitos. Quantas senhas diferentes podem ser criadas?

1º dígito: 9 opções (1 a 9).

2º dígito: 9 opções restantes (pois um já foi usado).

3º dígito: 8 opções restantes.

4º dígito: 7 opções restantes.

$$9 \times 9 \times 8 \times 7$$

$$= 9 \times 504$$

$$= 4536$$

5. Em que situações reais você aplicaria:

a) Arranjo simples.

b) Permutação com repetição.

c) Combinação simples.

a) Arranjo: formação de senhas.

b) Permutação com repetição: anagramas de palavras com letras repetidas.

c) Combinação: formar equipes.

6. Resolva a expressão: $\frac{12!}{(9! \cdot 3!)}$

Resolução: $\frac{12!}{9! \cdot 3!} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9!}{9! \cdot 3!} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{3!} = \frac{1320}{6} = 220$

7. Quantas palavras distintas (anagramas) podem ser formadas com todas as letras da palavra **PROGRAMA**?

Conte as letras e suas multiplicidades. A palavra **PROGRAMA** tem 8 letras no total:

P: 1

R: 2

O: 1

G: 1

A: 2

M: 1

Quando há repetições, o número de anagramas é

$$\frac{n!}{n_1! n_2! \dots}$$

onde n é o total de letras e n_i são as multiplicidades.

Aqui $n = 8$, com duas letras repetidas duas vezes (R e A). Então

$$\frac{8!}{2! 2!} = \frac{40\,320}{4} = 10\,080$$

8. (ENEM 2017) Um caminhão-cegonha transporta 10 carrinhos. Cada carrinho é pintado de uma entre 4 cores (amarelo, branco, laranja e verde). A empresa exige que haja pelo menos um carrinho de cada cor. A posição dos carrinhos no caminhão não distingue modelos (ou seja, só importa quantas unidades de cada cor aparecem). Quantos modelos distintos podem ser produzidos?

Temos 10 carrinhos (idênticos exceto pela cor) e 4 cores. A posição não importa → só conta-se quantas unidades de cada cor aparecem. A condição “pelo menos 1 de cada cor” significa que cada cor aparece ≥ 1 . Isso é contar soluções inteiras positivas de

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 10, \quad x_i \geq 1.$$

Use transformação $y_i = x_i - 1 \Rightarrow y_1 + \dots + y_4 = 10 - 4 = 6$ com $y_i \geq 0$. Assim é combinação com repetição com $n = 4$ cores e $r = 6$ unidades extras:

$$\text{total} = CR(4, 6) = \binom{4 + 6 - 1}{6} = \binom{9}{6} = \binom{9}{3} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{504}{6} = 84$$

9. Uma empresa tem 12 candidatos para formar uma comissão de 4 pessoas.

a) Se os cargos são iguais (todos membros), quantas comissões diferentes podem ser formadas?

b) Se os cargos são distintos (presidente, vice, secretário, tesoureiro), quantas comissões podem ser formadas?

a) Combinação simples. Quando os cargos são iguais a ordem não importa.

$$C_{12,4} = \binom{12}{4} = \frac{12!}{4! (12 - 4)!} = \frac{12!}{4! 8!} = \frac{11\,880}{24} = 495$$

b) Cargos distintos → Arranjo simples (presidente $\neq$ vice $\neq$ secretário $\neq$ tesoureiro), a ordem importa.

$$= 11\,880.$$

$$A_{12,4} = \frac{12!}{(12-4)!} = \frac{12!}{8!}$$

10. Ache n tal que

$$A_{n,2} = \frac{n!}{(n-2)!} = 12.$$

Ou seja, $n(n-1) = 12$

$$n^2 - n - 12 = 0$$

Resolvemos a quadrática (fatorando quando possível). Procuramos dois números cujo produto é -12 e soma -1 . Esses números são -4 e 3 porque $-4 \cdot 3 = -12$ e $-4+3=-1$. Assim:

$$n^2 - n - 12 = (n-4)(n+3) = 0$$

Raízes: $n = 4$ ou $n = -3$. Como n representa número de elementos, deve ser inteiro não negativo; descartamos $n = -3$.

Resposta: $n = 4$.

Verificação: $A_{4,2} = 4 \cdot 3 = 12$.

11. Durante um campeonato, 8 equipes participam. De quantas maneiras diferentes podem ser escolhidas 3 equipes para compor o pódio (1º, 2º e 3º lugar)? **Pódio 1º, 2º, 3º (ordem importa):** $A_{8,3} = 8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$

12. Um professor deseja escolher 5 alunos, entre 20, para formar um grupo de estudo. Quantas escolhas distintas são possíveis?

Grupo de 5 entre 20 (ordem não importa): $C_{20,5} = \frac{20!}{5!15!} = 15,504$.

13. Uma escola vai formar placas de identificação para 3 salas de aula. Cada placa será composta por uma letra (escolhida entre 26 letras do alfabeto) seguida de dois algarismos (0 a 9).

a) Quantas placas diferentes podem ser formadas?

b) Quantas placas podem ser formadas se os dois algarismos não puderem ser iguais?

a) Sem restrição:

$$26 \times 10 \times 10 = 2600$$

1 letra: 26 opções,
 1º número: 10 opções,
 2º número: 10 opções.

b) Algarismos diferentes:

1 letra: 26 opções,
 1º número: 10 opções, $26 \times 10 \times 9 = 2340$
 2º número: 9 opções (não pode repetir o 1º).

14. Uma biblioteca deseja formar um conjunto de 4 livros para expor na estante de novidades, escolhendo entre 25 títulos. De quantas maneiras diferentes isso pode ser feito?

$$C_{25,4} = \frac{25!}{4! 21!} = \frac{25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22}{24} = 12.650.$$

15. Quantos anagramas distintos podem ser formados com a palavra **TATUAGEM**?

$$\frac{8!}{2! 2!} = \frac{40.320}{4} = 10.080.$$

16. Quantos anagramas diferentes existem da palavra **SUSSURRO**?

$$\frac{8!}{3! 2! 2!} = \frac{40.320}{24} = 1.680.$$

Trabalho Avaliativo Especial (PCD)

1. Quantas palavras distintas (anagramas) podem ser formadas com todas as letras da palavra **PROGRAMA**?

Permutação com repetição.

Contagem de letras em **PROGRAMA** (8 letras):

P:1, R:2, O:1, G:1, A:2, M:1.

$$\frac{8!}{2! 2!} = \frac{40\,320}{4} = 10\,080$$

2. Uma senha de celular deve ter 4 dígitos, cada um podendo ser escolhido entre os números de 0 a 9. Quantas senhas diferentes podem ser criadas?

PFC / arranjo com repetição (opções independentes em cada posição).

Em cada uma das 4 posições há 10 opções (0–9). Pelo Princípio Fundamental da Contagem:

$$10^4 = 10\,000$$

3. Uma senha de 3 dígitos é formada usando os números de 0 a 9, sem repetição. Quantas senhas podem ser criadas?

Arranjo simples (ordem importa, sem repetição): $A_{10,3}$

$$A_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)!} \Rightarrow A_{10,3} = \frac{10!}{7!} = 720$$

4. Uma senha de 2 dígitos é formada usando os números 1, 2, 3, 4, 5. Quantas senhas diferentes podem ser feitas?

$$5^2 = 25$$

5. De quantas formas diferentes podemos organizar as letras da palavra **ESCOLA**?

Permutação simples (todas as letras distintas).

A palavra **ESCOLA** tem 6 letras todas distintas

$$6! = 720$$

6. De quantas maneiras 4 alunos diferentes podem sentar em 4 cadeiras em fila?

Permutação simples $4! = 24$

7. Uma escola vai formar placas de identificação para 3 salas de aula. Cada placa será composta por **uma letra** e em seguida de **dois algarismos**

a) Quantas placas diferentes podem ser formadas?

b) Quantas placas podem ser formadas se os dois algarismos não puderem ser iguais?

a) PFC — produto de opções por posição.

1ª posição (letra): 26 opções (A–Z).

2ª posição (1º algarismo): 10 opções (0–9).

3ª posição (2º algarismo): 10 opções (0–9).

Total:

$$26 \cdot 10 \cdot 10 = 2600$$

b) Agora 2º algarismo: 10 opções; 3º algarismo: 9 opções (não pode repetir o 2º).

$$\text{Total: } 26 \cdot 10 \cdot 9 = 2340$$

8. Entre 10 alunos, vamos escolher 3 para uma equipe.

Quantas equipes diferentes podem ser formadas?

$$\binom{10}{3} = \frac{10!}{3!7!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$$

9. Resolva a expressão:

$$\frac{12!}{(9! \cdot 3!)}$$

Resposta: $\frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9!}{9! \cdot 3!} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{6} = 220$

10. De quantas maneiras diferentes pode-se escolher 3 representantes entre 12 alunos?

$$\binom{12}{3} = \frac{12!}{3!9!} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 220$$

8. Avaliação

Verificar quem fez os exercícios levados para casa da aula anterior, avaliação em forma de trabalho sobre o conteúdo de PFC, Permutação Simples e com repetição, Arranjo simples e com repetição e combinação simples, podendo consultar o caderno, com peso 1,0.

9. Bibliografias

BARICENTRO. **Por que fatorial de zero é um?** Disponível em: <https://baricentro2.rssing.com/chan-17137459/article116.html> Acesso em: 24 de ago. de 2025.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular: educação é a base.** Brasília, 2017.

Dante, Luiz Roberto. **Do seu jeito: Matemática: área de Matemática e suas Tecnologias: volume 3: Ensino médio** / Luiz Roberto Dante, Fernando Viana. 1. ed. São Paulo: Ática, 2024.

ESTRATÉGIA EDUCACIONAL. **Questão sobre emplacamento de carros no Brasil.** Disponível em: <https://concursos.estrategia.com/public/questoes/carros-Brasil-eram72bbcd6da2/> Acesso em: 23 de ago. de 2025.

GRUPO OTIMIZA. **Cores de placas de carros: saiba o que significam.** Disponível em: <https://grupootimiza.com.br/cores-de-placas-de-carros-saiba-o-que-significam/> Acesso em: 23 de ago. de 2025.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA (INEP). **Provas e gabaritos.** Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/en/em/provas-e-gabaritos> Acesso em: 30 de ago. de 2025.

Matemática interligada: estatística, análise combinatória e probabilidade / obra coletiva; editora responsável Thais Marcelle de Andrade. 1. ed. São Paulo: Scipione, 2020.

SÓ EXERCÍCIOS. **Questões: ENEM - Princípio Fundamental da Contagem.** Disponível em:

<https://soexercicios.com.br/plataforma/questoes-de-vestibular/ENEM/7908/-principio-fundamental-da-contagem-/1> Acesso em: 24 de ago. 2025.

YOUTUBE. **Por que o fatorial de zero dá 1?** Estude Matemática. Disponível em: <https://www.youtube.com/shorts/gEq-ZMWuplg> Acesso em: 24 de ago. de 2025.

YOUTUBE. **Por Que Zero Fatorial é Igual a 1? ($0! = 1$) | Matemática Rio.** Matemática Rio com Prof. Rafael Procopio. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=SYi-0bLroA> Acesso em: 24 de ago. de 2025.

10. Observações

O principal foco da aula foi a avaliação, com 100 minutos dedicados a um Trabalho Avaliativo individual. Este trabalho teve o objetivo de consolidar o entendimento de todo o conteúdo de Análise Combinatória estudado nas semanas anteriores (PFC, Permutação, Arranjo e Combinação). A permissão para consulta ao caderno durante a avaliação alinhou-se ao objetivo de desenvolver a autonomia e a capacidade de resolução de problemas dos estudantes. A metodologia proposta equilibrou a transmissão de novo conhecimento com uma revisão abrangente e avaliativa dos tópicos anteriores.

Apêndice 1:

Lista de Exercícios

- 1) Um mercado vende 4 tipos de frutas. Quantas formas posso montar uma sacola com 3 frutas (permitindo repetir)?
- 2) Uma empresa oferece 8 modelos de brindes. De quantas formas diferentes pode montar um kit com 5 brindes (repete modelos permitido)?
- 3) Quantas soluções não-negativas tem $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 10x$?
- 4) Se: $CR(x, 4) = 330$

Determine x:

- 5) Uma padaria oferece 5 tipos de pães. De quantas maneiras diferentes uma pessoa pode comprar 6 pães (pode repetir tipos)?
- 6) Uma empresa tem 7 modelos de brindes. De quantas formas pode montar um kit com 4 brindes (repetição permitida, ordem não importa)?
- 7) Uma floricultura tem 10 tipos de flores. Você quer montar um arranjo com 12 flores, mas deve ter pelo menos 1 flor de cada um de 3 tipos específicos (digamos: rosa, lírio e tulipa). De quantas maneiras diferentes pode montar o arranjo (ordem não importa, repetições permitidas)?
- 8) (ENEM 2017) O brinquedo é formado por uma carreta fixa e 10 carrinhos transportados. Cada carrinho é pintado em uma cor entre 4 cores (amarelo, branco, laranja e verde). A empresa exige que haja pelo menos 1 carrinho de cada uma das

quatro cores. A ordem/posição dos carrinhos não gera novo modelo (ou seja, só importa quantas unidades de cada cor aparecem). Quantos modelos distintos podem ser produzidos?

Apêndice 2:



Técnico em Móveis Integrado

Matemática
Prof. Saulo Zatt

Nome: _____ **Data:** 29/09/2025 **Turma:** MOIT14 **Valor** 10 pontos

Trabalho Avaliativo Instruções:

- a) Não serão consideradas questões sem desenvolvimento;**
- b) Respostas com letra legível e sem rasuras;**
- c) as questões podem ser desenvolvidas a lápis, mas a resposta final a caneta;**
- d) não é permitido uso de celular durante o trabalho. Caso constatado, será zerado.**
- e) Caso as respostas finais não estejam a caneta, o aluno não poderá questionar sua nota.**
- f) pode ser consultado ao caderno e uso da calculadora.**
 - 1. Explique, com suas palavras, as diferenças entre:**
 - a) Arranjo simples e combinação simples: destaque o papel da ordem e da repetição.
 - b) Permutação simples e Permutação com repetição: mostre quando cada uma deve ser aplicada.
 - c) Em uma eleição para presidente e vice do grêmio estudantil, a ordem dos escolhidos importa. Já em uma excursão, ao escolher 2 representantes do grupo, a ordem não tem relevância. Justifique essas situações em termos de arranjo e combinação.
 - 2. O Princípio Fundamental da Contagem (PFC) é considerado a base da Análise Combinatória. Explique por quê, e mostre um exemplo prático do dia a dia.**
 - 3. Em uma eleição para presidente e vice do grêmio estudantil, a ordem dos escolhidos importa. Em uma excursão, o grupo de 2 representantes não tem ordem. Justifique, em termos de arranjo e combinação, essa diferença.**

4. Uma senha de acesso é formada por 4 dígitos numéricos (0 a 9), mas o primeiro não pode ser zero e não pode haver repetição de dígitos. Quantas senhas diferentes podem ser criadas?

5. Em que situações reais você aplicaria:

- a) Arranjo simples.
- b) Permutação com repetição.
- c) Combinação simples.

6. Resolva a expressão: $\frac{12!}{(9! \cdot 3!)}$

7. Quantas palavras distintas (anagramas) podem ser formadas com todas as letras da palavra **PROGRAMA**?

8. (ENEM 2017) Um caminhão-cegonha transporta 10 carrinhos. Cada carrinho é pintado de uma entre 4 cores (amarelo, branco, laranja e verde). A empresa exige que haja pelo menos um carrinho de cada cor. A posição dos carrinhos no caminhão não distingue modelos (ou seja, só importa quantas unidades de cada cor aparecem). Quantos modelos distintos podem ser produzidos?

9. Uma empresa tem 12 candidatos para formar uma comissão de 4 pessoas.

- a) Se os cargos são iguais (todos membros), quantas comissões diferentes podem ser formadas?
- b) Se os cargos são distintos (presidente, vice, secretário, tesoureiro), quantas comissões podem ser formadas?

10. Ache n tal que

$$A_{n,2} = \frac{n!}{(n-2)!} = 12.$$

11. Durante um campeonato, 8 equipes participam. De quantas maneiras diferentes podem ser escolhidas 3 equipes para compor o pódio (1º, 2º e 3º lugar)?

12. Um professor deseja escolher 5 alunos, entre 20, para formar um grupo de estudo. Quantas escolhas distintas são possíveis?

13. Uma escola vai formar placas de identificação para 3 salas de aula. Cada placa será composta por uma letra (escolhida entre 26 letras do alfabeto) seguida de dois algarismos (0 a 9).

- a) Quantas placas diferentes podem ser formadas?
- b) Quantas placas podem ser formadas se os dois algarismos não puderem ser iguais?

14. Uma biblioteca deseja formar um conjunto de 4 livros para expor na estante de novidades, escolhendo entre 25 títulos. De quantas maneiras diferentes isso pode ser feito?

15. Quantos anagramas distintos podem ser formados com a palavra **TATUAGEM** ?

16. Quantos anagramas diferentes existem da palavra **SUSSURRO**?

Apêndice 3:



Técnico em Móveis Integrado

Matemática
Prof. Saulo Zatt

Nome: _____

Data: 29/09/2025 Turma: MOIT14 Valor 10 pontos

Trabalho Avaliativo Instruções:

- Não serão consideradas questões sem desenvolvimento;
- Respostas com letra legível e sem rasuras;
- as questões podem ser desenvolvidas a lápis, mas a resposta final a caneta;
- não é permitido uso de celular durante o trabalho. Caso constatado, será zerado.
- Caso as respostas finais não estejam a caneta, o aluno não poderá questionar sua nota.
- pode ser consultado ao caderno e uso da calculadora.

Nome: _____

TURMA MOI T14

Valor: 10 Pontos

Data: 29/09/2025

Trabalho Avaliativo

1. Quantas palavras distintas (anagramas) podem ser formadas com todas as letras da palavra **PROGRAMA**?

2. Simplifique a expressão:

$$\frac{8!}{6! \cdot 2!}$$

3. Uma senha de celular deve ter 4 dígitos, cada um podendo ser escolhido entre os números de 0 a 9. Quantas senhas diferentes podem ser criadas?

4. Ache n tal que

$$A_{n,2} = \frac{n!}{(n-2)!} = 12.$$

5. Uma senha de 3 dígitos é formada usando os números de 0 a 9, sem repetição. Quantas senhas podem ser criadas?

6. Uma senha de 2 dígitos é formada usando os números 1, 2, 3, 4, 5. Quantas senhas diferentes podem ser feitas?

7. De quantas formas diferentes podemos organizar as letras da palavra **ESCOLA**?

8. De quantas maneiras 4 alunos diferentes podem sentar em 4 cadeiras em fila?

9. Entre 6 alunos, queremos escolher 2 para formar uma dupla de representantes.

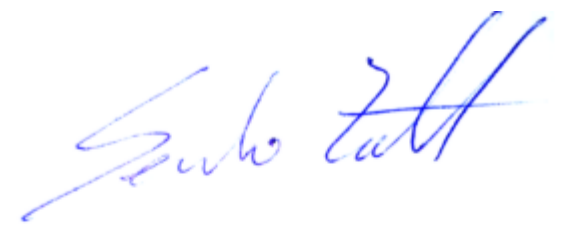
- a) Quantas duplas diferentes podem ser formadas?
b) Se a ordem dos escolhidos importar (primeiro e segundo), quantas escolhas?

10. Quantos anagramas existem da palavra **MAMA**?

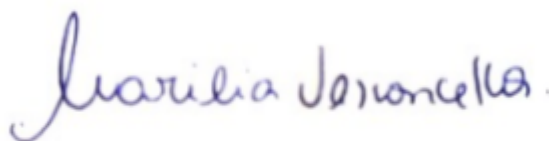
11. Entre 10 alunos, vamos escolher 3 para uma equipe (sem cargos).
Quantas equipes diferentes podem ser formadas?

12. Resolva a expressão:

$$\frac{12!}{(9! \cdot 3!)}$$



Saulo da Rosa Zatt
Aluno – Estagiário



Marília Boessio Tex de Vasconcelos
Supervisor – Parte Concedente



Eduardo Padoin
Professor Orientador – Entidade Educacional

Acadêmico: Saulo da Rosa Zatt
Professor(a) Orientador(a): Eduardo Padoin
Unidade Concedente: Instituto Federal Farroupilha - Campus de Santa Rosa
Estágio – Turma/Nº de alunos: 3º ano do ensino Médio MOI
Professor(a) Regente da Classe: Marília Boessio Tex de Vasconcelos
Nº de Períodos semanal/ Tempo de cada período:
Data/Horário: 06/10/2025 – 3 períodos- Das 7h 30min as 10h

1 .Tema/Assunto:

Análise Combinatória
Probabilidade

2. Objetos de Conhecimento:

Combinação com repetição.
Espaço amostral;
Eventos;
Probabilidade de um evento simples.

3. Habilidades relativas a BNCC:

(EM13MAT311) Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade.

(EM13MAT106) Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro etc.).

4 . Objetivos

Aplicar as fórmulas de combinação com repetição em exercícios contextualizados, analisando as diferenças entre ordem e escolha.

Compreender o conceito inicial de probabilidade e sua ligação com experimentos aleatórios.

Realizar experimentações com dados, moedas e cartas, registrando resultados e comparando com as previsões teóricas.

Participar ativamente dos experimentos, respeitando os colegas e demonstrando curiosidade diante dos resultados obtidos.

5. Metodologia

Método Expositivo e Dialogado;

6. Recursos

Materiais de uso comum, material impresso, *notebook*, *internet*, *slides*, projetor.

7. Desenvolvimento

Incentivação:

Combinação com Repetição (30 minutos)

Desenvolvimento: Com o intuito de desenvolver o conceito de combinação com repetição será apresentado exemplos com o auxílio do slide e escrita no quadro, para melhor compreensão da turma.

Na combinação com repetição, escolhemos p elementos de um conjunto com n tipos de elementos, permitindo repetições e sem importar a ordem.

$$CR(n, p) = \frac{(n + p - 1)!}{p! (n - 1)!}$$

$n \rightarrow$ número de elementos diferentes do conjunto (tipos, sabores, modelos, etc.).

$p \rightarrow$ quantidade de elementos que serão escolhidos (podendo repetir).

$(n + p - 1)! \rightarrow$ fatorial do total ajustado para permitir repetições.

$p! \rightarrow$ fatorial da quantidade escolhida (ordem não importa, por isso dividimos).

$(n - 1)! \rightarrow$ fatorial de $n - 1$, ajuste matemático da fórmula.

Essa fórmula conta de quantas formas é possível escolher p elementos de n tipos, com repetição permitida e sem importar a ordem.

Então podemos fazer uma associação de que:

COMBINAÇÃO SIMPLES, cada elemento do conjunto pode ser escolhido apenas uma vez.

COMBINAÇÃO COM REPETIÇÃO, um mesmo elemento pode ser selecionado várias vezes no mesmo agrupamento.

Ex1: Uma sorveteria oferece 6 sabores diferentes. De quantas formas é possível escolher 2 bolas de sorvete, permitindo repetir sabores?

$$CR(6, 2) = \frac{(6 + 2 - 1)!}{2!(6 - 1)!}$$

$$CR(6, 2) = \frac{7!}{2! \cdot 5!}$$

$$= \frac{7 \cdot 6 \cdot 5!}{2 \cdot 5!}$$

$$= \frac{42}{2} = 21$$

Ex2: Uma confeitaria tem 8 tipos de doces. Você quer montar uma caixa com 15 doces, mas deve incluir pelo menos 2 doces de cada um de 3 tipos específicos (por exemplo: croissant, muffin e donut). De quantas maneiras diferentes pode montar a caixa com repetições permitidas?

Reservar as quantidades mínimas exigidas para os 3 tipos obrigatórios.
Distribuir o restante das unidades livremente entre os $n = 8$ tipos (permitindo zeros), usando combinação com repetição.

Passo 1 — reservar os mínimos

- Total de doces a montar: 15
- Mínimo exigido por cada um dos 3 tipos: 2 unidades → total reservado: $3 \times 2 = 6$
- Restam para distribuir livremente: $r' = 15 - 6 = 9$ doces.

Agora temos o problema padrão: distribuir $r' = 9$ doces indistinguíveis entre $n = 8$ tipos (cada tipo pode receber 0 ou mais desses 9). Isso é combinação com repetição $CR(8, 9)$

$$CR(8, 9) = \frac{(8 + 9 - 1)!}{9!(8 - 1)!} = \frac{16!}{9!7!} = \frac{57\,657\,600}{5040} = 11\,440.$$

Neste momento será distribuída uma lista de exercícios para os alunos levarem para desenvolver em casa, com objetivo de fixar o conteúdo.

Exercícios: (impressos)

1) Um mercado vende 4 tipos de frutas. Quantas formas posso montar uma sacola com 3 frutas (permitindo repetir)?

$$n = 4, p = 3$$

$$\begin{aligned} CR(4, 3) &= \frac{(4 + 3 - 1)!}{3!(4 - 1)!} = \frac{6!}{3! \cdot 3!} \\ &= \frac{720}{6 \cdot 6} = 20 \end{aligned}$$

2) Uma empresa oferece 8 modelos de brindes. De quantas formas diferentes pode montar um kit com 5 brindes (repete modelos permitido)?

$$n = 8, p = 5$$

$$\begin{aligned} CR(8, 5) &= \frac{(8 + 5 - 1)!}{5!(8 - 1)!} = \frac{12!}{5! \cdot 7!} \\ &= \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8}{120} = 792 \end{aligned}$$

3) Quantas soluções não-negativas tem $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 10$?

contar o número de soluções não-negativas é o mesmo que distribuir 10 unidades entre 4 caixas — é um problema de combinação com repetição com $n=4$ tipos e $p=10$

$$CR(4, 10) = \frac{(4 + 10 - 1)!}{10! (4 - 1)!} = \frac{13!}{10! 3!}.$$

$$CR(4, 10) = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10!}{10! 3!} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11}{3 \cdot 2 \cdot 1}.$$

$$CR(4, 10) = \frac{1716}{6} = 286.$$

4) Se: $CR(x, 4) = 330$

Determine x.

$$CR(x, 4) = \frac{(x+4-1)!}{4!(x-1)!} = \frac{(x+3)!}{4!(x-1)!} = 330$$

$$(x+3)(x+2)(x+1)x = 330 \times 24.$$

$$(x+3)(x+2)(x+1)x = 7920$$

encontrar xxx inteiro que satisfaça (produto de 4 inteiros consecutivos = 7920).
Testamos valores próximos (ou observamos que $8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11$ é um candidato):

Calcule $8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11$ detalhadamente:

- $8 \times 9 = 72$
- $72 \times 10 = 720$
- $720 \times 11 = 7920$

Como o produto coincide com 7920, temos $x = 8$.

$$CR(8, 4) = \frac{(8+3)!}{4!(8-1)!} = \frac{11!}{24 \cdot 7!} = \frac{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7!}{24 \cdot 7!} = \frac{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8}{24} = \frac{7920}{24} = 330$$

$x = 8.$

5) Uma padaria oferece 5 tipos de pães. De quantas maneiras diferentes uma pessoa pode comprar 6 pães (pode repetir tipos)?

$n=5, p=6$

$$CR(5, 6) = \frac{(5 + 6 - 1)!}{6! (5 - 1)!} = \frac{10!}{6! 4!}.$$

$$\frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6!}{6! \cdot 4!} = CR(5, 6) = \frac{5040}{24} = 210.$$

6) Uma empresa tem 7 modelos de brindes. De quantas formas pode montar um kit com 4 brindes (repetição permitida, ordem não importa)?

$n=7, p=4$.

$$CR(7, 4) = \frac{(7 + 4 - 1)!}{4! (7 - 1)!} = \frac{10!}{4! 6!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6!}{4! \cdot 6!} =$$

$$\frac{5040}{24} = 210$$

7) Uma floricultura tem 10 tipos de flores. Você quer montar um arranjo com 12 flores, mas deve ter pelo menos 1 flor de cada um de 3 tipos específicos (digamos: rosa, lírio e tulipa). De quantas maneiras diferentes pode montar o arranjo (ordem não importa, repetições permitidas)?

Estratégia: primeiro garanto 1 flor para cada um dos 3 tipos exigidos; após isso distribuo o restante livremente entre os 10 tipos.

- Começo com $n = 10$ tipos e $r = 12$ flores.
- Reservo 1 flor para cada dos 3 tipos obrigatórios → uso 3 flores.

Restam $12 - 3 = 9$ flores para distribuir sem restrição (podem ir até a esses 3 tipos também).

- Agora é problema padrão: distribuir $r' = 9$ indistinguíveis entre $n = 10$ categorias (não-negativas).

$CR(10,9)$

$$CR(10,9) = \frac{(10+9-1)!}{9!(10-1)!} = \frac{18!}{9!9!} = \frac{17\,643\,225\,600}{362\,880} = 48\,620$$

8) (ENEM 2017) O brinquedo é formado por uma carreta fixa e 10 carrinhos transportados. Cada carrinho é pintado em uma cor entre 4 cores (amarelo, branco, laranja e verde). A empresa exige que haja pelo menos 1 carrinho de cada uma das quatro cores. A ordem/posição dos carrinhos não gera novo modelo (ou seja, só importa quantas unidades de cada cor aparecem). Quantos modelos distintos podem ser produzidos?

10 carrinhos pintados com 4 cores; exige-se pelo menos 1 carrinho de cada cor. A ordem não importa — conta-se apenas quantidades de cada cor.

Temos $n=4$ cores, $p=10$ carrinhos, com restrição “cada cor ≥ 1 ”. Procedimento: reservar 1 de cada cor (gasta 4), sobra distribuir $10-4=6$ entre as 4 cores livremente. Então é

$$CR(4,6) = \frac{(4+6-1)!}{6!(4-1)!} = \frac{9!}{6!3!}.$$

$$\frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6!}{6! \cdot 3!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{504}{6} = 84.$$

Incentivação (50 minutos utilizando slide)

Probabilidade

Objetivo: Despertar o interesse, diferenciar fenômenos e introduzir a ideia de incerteza e acaso.

O professor inicia com a pergunta: **"O que é mais provável: chover amanhã ou o sol nascer no Oeste?"** Inicia-se uma discussão sobre a diferença entre *certeza* e *possibilidade*.

Apresentar dois tipos de fenômenos

1. **Determinístico:** Resultado previsível (Ex: Soltar uma bola e ela cair; Calcular a área de um quadrado).
2. **Aleatório:** Resultado imprevisível (Ex: Lançamento de um dado; Resultado da Mega-Sena).

Atividade do Dado Cego: Com o auxílio de um dado, o professor pede: "Sem olhar o dado, qual número de 1 a 6 vocês acham que irá cair? Agora, o professor irá

lançar o dado." Discutir: Por que você não tinha como saber o resultado? O professor formaliza: **Isso é um Experimento Aleatório.**

Será apresentado os conceitos com o objetivo de formaliza-los, apresentar a fórmula clássica e desenvolver a capacidade de listar Espaços Amostrais e Eventos. (slides)

Espaço Amostral (Ω) 'Omega'

É o conjunto de todos os resultados possíveis de um Experimento Aleatório.

Ex 1: Qual o conjunto de resultados possíveis ao lançar um dado?

$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

São classificados em **discretos** ou **não discretos**. Os espaços amostrais discretos são aqueles em que é possível contar os elementos utilizando números naturais.

Um espaço amostral **não discreto** (também chamado de espaço amostral contínuo) é aquele que não é possível contar todos os elementos do conjunto.

Ex: Medir o tempo de vida (em horas) de uma lâmpada LED recém-fabricada até que ela se queime.

O tempo de vida de uma lâmpada não é um valor que pode ser contado em unidades inteiras (como "1 hora", "2 horas", etc.). Ele pode assumir qualquer valor dentro de um intervalo.

A lâmpada pode durar 1000 horas, ou 1000,5 horas, ou 1000,5378 horas, e assim por diante. Não há uma separação clara entre os valores possíveis.

Evento (A)

É qualquer **subconjunto** do Espaço Amostral. É representado por uma letra maiúscula.

Ex: Qual é o evento A: "Sair um número ímpar no dado"?

Evento Certo: Quando o evento é igual ao espaço amostral. Algo que sempre acontece.

Ex: Sair um número **natural maior que zero** no dado.

Evento Possível: Algo que pode acontecer, mas não é garantido.

Ex: Sair um número **ímpar** no dado.

Evento Impossível: Quando o evento é vazio. Algo que não pode acontecer.

Ex: Sair um número **maior que 6** no dado.

Ex: Lançar duas moedas honestas (Moeda 1 e Moeda 2) e observar a face que fica voltada para cima em cada uma. Qual seria o espaço amostral deste evento?

Moeda 1	Moeda 2	Resultado
Cara (K)	Cara (K)	(K, K)
Cara (K)	Coroa (C)	(K, C)
Coroa (C)	Cara (K)	(C, K)
Coroa (C)	Coroa (C)	(C, C)

$$\Omega = \{(K, K), (K, C), (C, K), (C, C)\}$$

Em quantos podemos obter pelo menos uma Coroa (C)?

Moeda 1	Moeda 2	O Resultado Satisfaz?
Cara (K)	Coroa (C)	Sim
Coroa (C)	Cara (K)	Sim
Coroa (C)	Coroa (C)	Sim

$$A = \{(K, C), (C, K), (C, C)\}$$

Fórmula:

$$p(A) = \frac{\text{número de resultados favoráveis}}{\text{número total de resultados possíveis}} \quad \text{ou}$$

$$p(A) = \frac{\text{número do evento (A)}}{\text{número amostral } (|\Omega|)} = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$$

Ex: Sabendo que um baralho de cartas contém 52 cartas, sendo 4 naipes diferentes numerados de 1 a 13. Qual a probabilidade de retirarmos uma carta de número 10?

O Espaço Amostral é o conjunto de **todos os resultados possíveis**.

O baralho contém **52 cartas** no total.

$n(\Omega)=52$

Evento (Casos Favoráveis), $n(A)$

O Evento A é retirar uma carta de **número 10**.

Um baralho tem 4 naipes: Copas, Ouros, Espadas e Paus.

Existe uma carta de número 10 para cada naipe.

$n(A)=4$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{52}$$

$$P(A) = \frac{1}{13}$$

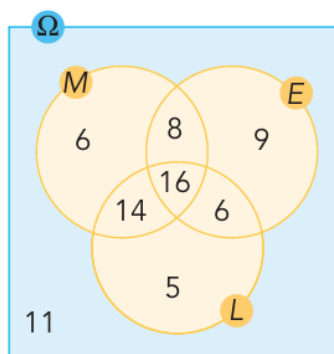
Em formato decimal (aproximado): $P(A) \approx 0,0769$

Em porcentagem (aproximada): $P(A) \approx 7,69\%$

Ex:

Em um grupo de 75 jovens, 16 gostam de música, esporte e leitura; 24 gostam de música e esporte; 30 gostam de música e leitura; 22 gostam de esporte e leitura; 6 gostam somente de música; 9 gostam somente de esporte; e 5 jovens gostam somente de leitura.

Podemos representar o diagrama de Venn considerando M = música, E = esporte e L = leitura



a) Qual é a probabilidade de, ao escolher aleatoriamente 1 desses jovens, ele gostar de música?

$n(\Omega) = 75$

Seja o evento A: “escolher 1 estudante que goste de música”, então temos:

$n(A) = 6 + 8 + 16 + 14 = 44$

Probabilidade de gostar de música:

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{44}{75} \approx 0,586 = 58,6\%$$

b) Qual é a probabilidade de, ao escolher aleatoriamente 1 desses jovens, ele não gostar de qualquer dessas atividades?

$n(\Omega) = 75$

$(B) = 6 + 9 + 5 + 8 + 14 + 6 + 16 = 64$. “gostam de algo”

Portanto, o número de jovens que **não gostam de nenhuma** das três atividades é:
 $75 - 64 = 11$.

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{11}{75}$$

“nao gostam de nenhuma da atividades”

Fechamento:

Desenvolvimento: Será entregue aos alunos uma lista de exercícios para fixação e memorização do conteúdo. (**70 minutos** para desenvolvimento e retirada de dúvidas)

Exercícios:

1. "O que é mais provável: o sol nascer amanhã no Oeste ou ao lançar um dado sair o número 6?"

Sol nascer no Oeste → **evento impossível** ($P=0$).

Dado sair 6 → há 6 resultados possíveis ($n(\Omega)=6n$) e apenas 1 favorável ($n(A)=1$):

$$P(6)=1/6 \approx 0,1666 \text{ (16,7\%)}$$

2. Um dado e duas moedas serão lançados.

a) qual o espaço amostral das duas moedas?

$$\Omega=\{CC,CK,KC,KK\}$$

onde C= cara, K= coroa.

$$n(\Omega)=4n$$

b) Probabilidade de sair exatamente uma cara?

Casos favoráveis: {CK,KC}.

$$n(A) = 2 \Rightarrow P(A) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0,5$$

c) Probabilidade de sair duas coroas.

Casos favoráveis: {KK}.

$$n(A) = 1 \Rightarrow P(A) = \frac{1}{4} = 0,25$$

d) Espaço amostral do dado + duas moedas

Um dado: tem 6 resultados possíveis → {1,2,3,4,5,6}

Duas moedas: cada moeda pode dar Cara (C) ou Coroa (K).

Espaço amostral de 2 moedas = {CC,CK,KC,KK}

Logo, $n(\Omega_{\text{moedas}}) = 4$

$$n(\Omega) = 6 \times 4 = 24$$

LISTANDO OS ELEMENTOS TEMOS

(1,CC), (1,CK), (1,KC), (1,KK)

(2,CC), (2,CK), (2,KC), (2,KK)

(3,CC), (3,CK), (3,KC), (3,KK)

(4,CC), (4,CK), (4,KC), (4,KK)

(5,CC), (5,CK), (5,KC), (5,KK)

(6,CC), (6,CK), (6,KC), (6,KK)

3. Uma urna contém 5 bolas vermelhas, 3 azuis e 2 verdes.

a) Probabilidade de sair uma vermelha

$$P(V) = \frac{5}{10} = 0,5 = 50\%$$

b) Probabilidade de não sair verde

Casos favoráveis = bolas vermelhas + azuis = 5+3= 8

$$P(\text{não verde}) = \frac{8}{10} = 0,8 = 80\%$$

c) Probabilidade de retirar 2 bolas azuis sem reposição

Primeira retirada:

$$P_1 = \frac{3}{10}$$

Após retirar uma azul, restam 2 azuis em 9 bolas.

$$P_2 = \frac{2}{9}$$

Probabilidade conjunta (multiplicação):

$$P(2 \text{ azuis}) = P_1 \times P_2 = \frac{3}{10} \times \frac{2}{9} = \frac{6}{90} = \frac{1}{15} \approx 0,0667 = 6,67\%$$

4. Foram lançados simultaneamente dois dados: um no formato de cubo com as faces numeradas de 1 a 6; outro no formato de octaedro regular com as faces numeradas de 1 a 8.

Qual é a probabilidade de:

- a) o mesmo número ser sorteado nos dois dados?
- b) a soma dos números ser maior do que 10?
- c) o produto dos números ser 6?
- d) os dois números serem ímpares?
- e) os números 4 e 6 não serem sorteados?

Número total de casos possíveis:

$$n(\Omega) = 6 \times 8 = 48$$

a) Mesmo número nos dois dados

casos favoráveis (1,1) (2,2) (3,3) (4,4) (5,5) (6,6)

$$n(A) = 6 \Rightarrow P = \frac{6}{48} = \frac{1}{8} = 12,5\%$$

b) Soma maior que 10

casos favoráveis (3,8) (4,7) (4,8) (5,6) (5,7) (5,8) (6,5) (6,6) (6,7) (6,8)

$$n(A) = 10 \Rightarrow P = \frac{10}{48} = \frac{5}{24} \approx 20,8\%$$

c) Produto igual a 6

casos favoráveis (1,6) (2,3) (3,2) (6,1)

$$n(A) = 4 \Rightarrow P = \frac{4}{48} = \frac{1}{12} \approx 8,3\%$$

d) Ambos números ímpares

casos favoráveis (1,1) (1,3) (1,5) (1,7) (3,1) (3,3) (3,5) (3,7) (5,1) (5,3) (5,5) (5,7)

$$n(A) = 12 \Rightarrow P = \frac{12}{48} = \frac{1}{4} = 25\%$$

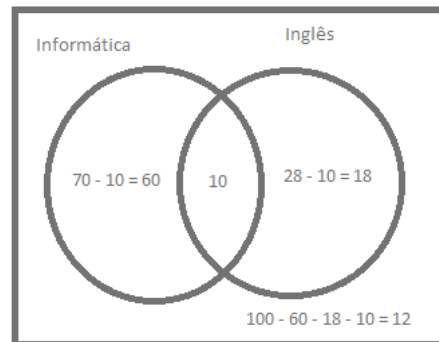
e) Nenhum número 4 ou 6 aparece

casos favoráveis (1,1) (1,2) (1,3) (1,5) (1,7) (1,8) (2,1) (2,2) (2,3) (2,5) (2,7) (2,8) (3,1) (3,2) (3,3) (3,5) (3,7) (3,8) (5,1) (5,2) (5,3) (5,5) (5,7) (5,8)

$$n(A) = 24 \Rightarrow P = \frac{24}{48} = \frac{1}{2} = 50\%$$

Item	Casos favoráveis	Probabilidade
(a) Mesmo número	6	$1/8 = 12,5\%$
(b) Soma > 10	10	$5/24 \approx 20,8\%$
(c) Produto = 6	4	$1/12 \approx 8,3\%$
(d) Ambos ímpares	12	$1/4 = 25\%$
(e) Sem 4 ou 6	24	$1/2 = 50\%$

5. Foram entrevistados 100 estudantes em uma enquete. Desses, 70 responderam que frequentavam um curso de Computação, 28 responderam que frequentavam um curso de Inglês e 10 responderam que frequentavam ambos, Computação e Inglês. Qual é a probabilidade de um desses estudantes, selecionado ao acaso:



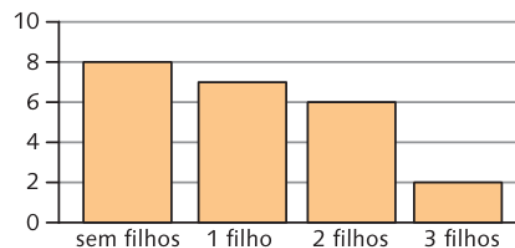
a) estar frequentando somente o curso de Computação?

$$P(A) = \frac{60}{100} = \frac{3}{5} = 60\%$$

b) não estar frequentando nenhum desses cursos?

$$P(A) = \frac{12}{100} = 12\%$$

6) (ENEM) As 23 ex alunas de uma turma que completou o Ensino Médio há 10 anos se encontraram em uma reunião comemorativa. Várias delas haviam se casado e tido filhos. A distribuição das mulheres, de acordo com a quantidade de filhos, é mostrada no gráfico abaixo.



Um prêmio foi sorteado entre todos os filhos dessas ex alunas. A probabilidade de que a criança premiada tenha sido um(a) filho(a) único(a) é:

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{7}{15}$ d) $\frac{7}{23}$ e) $\frac{7}{25}$

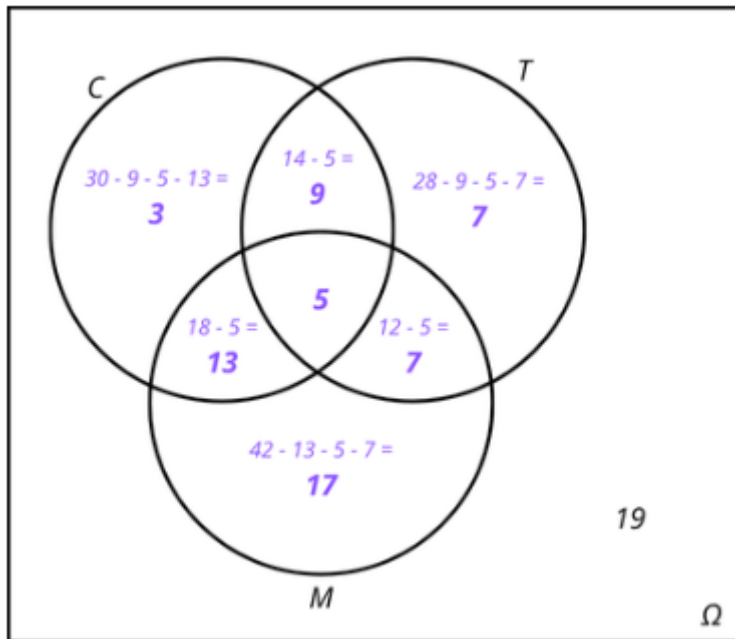
$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{\text{números favoráveis}}{\text{números possíveis}} = \frac{\text{nº de filhos únicos}}{\text{nº de filhos}} = \frac{7}{25}$$

7. Em uma enquete, foram entrevistadas 80 pessoas sobre os meios de transporte que utilizavam para ir ao trabalho ou à escola. Dessas, sabemos que 12 utilizavam metrô e trem, 14, carro e trem, e 18, carro e metrô; 5 utilizavam os 3 meios de transporte: carro, metrô e trem. No total, 30 responderam carro, 42 responderam

metrô, e 28 responderam trem. Qual é a probabilidade de que uma dessas pessoas, selecionada ao acaso, utilize:

- a) apenas metrô?
- b) apenas trem?
- c) trem e metrô, mas não carro?
- d) nenhum dos 3 veículos?
- e) apenas 1 desses veículos?

Resposta: Podemos representar as informações por meio do diagrama de Venn.



Ao todo temos 61 respostas.

- a) Das 80 pessoas entrevistadas, 17 responderam apenas metrô.

$$p(A) = \frac{17}{80} = 0,2125 = 21,25\%$$

- b) Das 80 pessoas entrevistadas, 7 responderam apenas trem.

$$p(B) = \frac{7}{80} = 0,0875 = 8,75\%$$

- c) Das 80 pessoas entrevistadas, 7 responderam trem e metrô, mas não carro.

$$p(C) = \frac{7}{80} = 0,0875 = 8,75\%$$

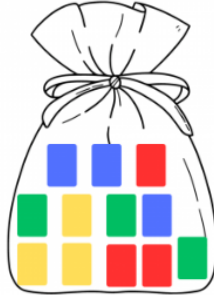
- d) 80 pessoas foram entrevistadas, mas pelo diagrama obtemos 61 respostas. Portanto, 19 pessoas não utilizam nenhum dos três veículos.

$$p(D) = \frac{19}{80} = 0,2375 = 23,75\%$$

- e) Das 80 pessoas entrevistadas, 7 responderam apenas trem, 17 responderam apenas metrô e 3 responderam apenas carro.

$$p(E) = \frac{7+17+3}{80} = \frac{27}{80} = 0,3375 = 33,75\%$$

8. Uma sacola contém fichas nas cores azul, amarelo, verde e vermelho. Sem olhar dentro da caixa, um estudante vai pegar uma ficha.



Agora, leia com atenção as afirmações abaixo e escreva nos parênteses (V) se a afirmação for verdadeira ou (F) se a afirmação for falsa. Caso seja falsa, corrija-a para que seja verdadeira.

- () O estudante retirar uma ficha azul é um evento possível.
- () O estudante retirar uma ficha rosa é um evento certo.
- () O estudante retirar uma ficha vermelha é um evento impossível.

Resposta:

V;

F (pra ser um evento certo, todas as fichas deveriam ser rosas);

F (pois há a possibilidade de ele retirar 3 fichas vermelhas da sacola).

8. Avaliação

A avaliação da aula ocorrerá com o acompanhando o desenvolvimento dos estudantes ao longo das atividades realizadas, observando a participação e o empenho de cada aluno.

9. Bibliografias

BARICENTRO. **Por que fatorial de zero é um?** Disponível em: <https://baricentro2.rssing.com/chan-17137459/article116.html> Acesso em: 24 de ago. de 2025.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular: educação é a base.** Brasília, 2017.

Dante, Luiz Roberto. **Do seu jeito: Matemática: área de Matemática e suas Tecnologias: volume 3: Ensino médio** / Luiz Roberto Dante, Fernando Viana. 1. ed. São Paulo: Ática, 2024.

ESTRATÉGIA EDUCACIONAL. **Questão sobre emplacamento de carros no Brasil.** Disponível em:

<https://concursos.estrategia.com/public/questoes/carros-Brasil-eram72bbcd6da2/>
Acesso em: 23 de ago. de 2025.

GRUPO OTIMIZA. **Cores de placas de carros: saiba o que significam.** Disponível em: <https://grupootimiza.com.br/cores-de-placas-de-carros-saiba-o-que-significam/>
Acesso em: 23 de ago. de 2025.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA (INEP). **Provas e gabaritos.** Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos> Acesso em: 30 de ago. de 2025.

Matemática interligada: estatística, análise combinatória e probabilidade / obra coletiva; editora responsável Thais Marcelle de Andrade. 1. ed. São Paulo: Scipione, 2020.

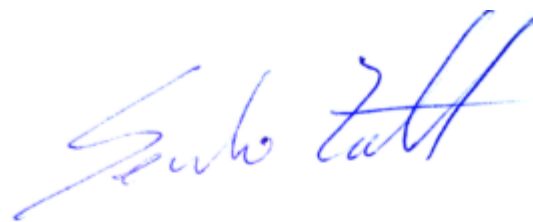
SÓ EXERCÍCIOS. **Questões: ENEM - Princípio Fundamental da Contagem.** Disponível em: <https://soexercicios.com.br/plataforma/questoes-de-vestibular/ENEM/7908/-principio-fundamental-da-contagem-/1> Acesso em: 24 de ago. 2025.

YOUTUBE. **Por que o fatorial de zero dá 1?** Estude Matemática. Disponível em: <https://www.youtube.com/shorts/gEq-ZMWuplg> Acesso em: 24 de ago. de 2025.

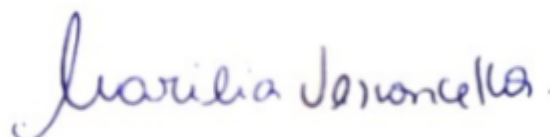
YOUTUBE. **Por Que Zero Fatorial é Igual a 1? ($0! = 1$) | Matemática Rio.** Matemática Rio com Prof. Rafael Procopio. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=_SYi-0bLroA Acesso em: 24 de ago. de 2025.

10. Observações

O ponto de destaque foi a seção de Probabilidade. A aula foi iniciada com uma "Atividade do Dado Cego" e discussão sobre o acaso, o que se mostrou uma estratégia eficaz para despertar a curiosidade e engajar os alunos. Essa abordagem prática facilitou a formalização dos conceitos de Experimento Aleatório, Espaço Amostral e Evento (A), conforme os objetivos. O planejamento cumpriu as habilidades da BNCC ao guiar os estudantes na identificação e descrição do espaço amostral Ω , e garantiu a fixação do conteúdo por meio da distribuição de listas de exercícios para estudo em casa.



Saulo da Rosa Zatt
Aluno – Estagiário



Marília Boessio Tex de Vasconcelos
Supervisor – Parte Concedente



Eduardo Padoin
Professor Orientador – Entidade Educacional

Plano de Aula Semanal nº6

Acadêmico: Saulo da Rosa Zatt
Professor(a) Orientador(a): Eduardo Padoin
Unidade Concedente: Instituto Federal Farroupilha - Campus de Santa Rosa
Estágio – Turma/Nº de alunos: 3º ano do ensino Médio MOI
Professor(a) Regente da Classe: Marília Boessio Tex de Vasconcelos
Nº de Períodos semanal/ Tempo de cada período:
Data/Horário: 13/10/2025 – 3 períodos- Das 7h 30min as 10h

1 .Tema/Assunto:

Probabilidade.

2. Objetos de Conhecimento:

Probabilidade condicional.

Probabilidade de eventos independentes.

3. Habilidades relativas a BNCC:

(EM13MAT106) Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro etc.).

(EM13MAT311) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade de eventos aleatórios, identificando e descrevendo o espaço amostral e realizando contagem das possibilidades.

4 . Objetivos

Entender o que é um experimento aleatório e reconhecer suas principais características.

Identificar o espaço amostral em diferentes tipos de situações.

Calcular a probabilidade de um evento simples ocorrer em um experimento.

Resolver problemas que envolvam espaço amostral e probabilidade, aplicando o raciocínio lógico.

Explicar de forma clara e organizada os passos utilizados nos cálculos de probabilidade.

5. Metodologia

Método Expositivo e Dialogado.

6. Recursos

Materiais de Uso Comum (MUCs), materiais impressos, notebook, internet, projetor.

7. Desenvolvimento

Correção da Lista de Exercícios

Tempo de duração: 25 minutos

Desenvolvimento: Para que os alunos possam tirar suas dúvidas da aula anterior, será desenvolvido junto com a turma no quadro alguns exercícios em que houver mais dificuldades.

Incentivação:**Tempo de duração: 15 minutos**

Com intuito de retomar alguns conhecimentos da aula anterior.

O professor levará um baralho comum (52 cartas) e mostrará à turma.

O professor pede a uma aluna para retirar uma carta sem mostrar a ninguém.

A partir disto a turma irá fazer 3 perguntas a aluna com o intuito de reduzir o universo de possibilidades, por exemplo:

1. “A carta é de copas ou ouros?”
2. “É uma figura (Valete, Dama, Rei)?”

Após cada pergunta ser feita, será registrados no quadro quantas cartas ainda são possíveis de ser a carta escolhida.

Como a informação restrita (resposta à pergunta) muda o universo possível?

Isso é a essência da **probabilidade condicional**: a chance de um evento considerando que outro já ocorreu.

Desenvolvimento:**Tempo de duração: 50 minutos**

A **probabilidade condicional** de A dado que B já ocorreu se define como:

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, \text{ desde que } P(B) > 0$$

Isto é: entre os casos em que B ocorre, qual fração desses também satisfaz A .

$P(A B)$	“Probabilidade de A dado B ”	É a probabilidade condicional — queremos saber a chance de A acontecer sabendo que B já aconteceu.
$P(A \cap B)$	“Probabilidade da interseção de A e B ”	É a probabilidade de A e B acontecerem ao mesmo tempo (ou de o resultado pertencer aos dois eventos).
$P(B)$	“Probabilidade de B ”	É a probabilidade de o evento B acontecer — serve como referência , pois estamos restringindo o universo apenas aos casos em que B ocorre.

Ex1: Um baralho comum possui 52 cartas, divididas em 4 naipes, e cada naipe contém 13 cartas (do Ás ao Rei).

Dessas, as cartas de figura são o Valete (J), a Dama (Q) e o Rei (K) — portanto, existem 3 figuras em cada naipe.

Desejamos calcular a probabilidade de a carta retirada ser um Rei, sabendo que já se sabe que ela é uma figura.

Identificação dos eventos

A: evento “a carta é um Rei”

B: evento “a carta é uma figura (Valete, Dama ou Rei)”

Queremos determinar $P(A|B)$:

a probabilidade de a carta ser um Rei, dado que ela é uma figura.

Etapa 1 — Determinar as probabilidades simples

Total de cartas do baralho: $n(\Omega) = 52$

Cartas que são figuras: $n(B) = 3 \text{ figuras} \times 4 \text{ naipes} = 12$

Cartas que são Reis: $n(A) = 1 \text{ Rei por naipe} \times 4 = 4$

Cartas que são Rei e figura ao mesmo tempo (interseção):

Todo Rei é também uma figura $\Rightarrow n(A \cap B) = 4$

Etapa 2 — Calcular as probabilidades

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{12}{52} = \frac{3}{13}$$

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(\Omega)} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

Etapa 3 — Aplicar a fórmula da probabilidade condicional

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A | B) = \frac{\frac{1}{13}}{\frac{3}{13}} = \frac{1}{3}$$

Etapa 4 — Interpretação

Se já sabemos que a carta sorteada é uma figura (ou seja, uma das 12 figuras do baralho), então há 1 chance em 3 de que essa carta seja um Rei.

Em termos percentuais:

$$P(A | B) = \frac{1}{3} \approx 0,3333 = 33,33\%$$

Ex 2: Em um processo seletivo de uma corporação, 500 candidatos participaram. Dos 500:

- 300 foram aprovados no teste teórico;
- 200 foram aprovados no teste físico;
- 150 foram aprovados nos dois testes (teórico e físico).

Se um candidato sorteado aleatoriamente foi aprovado no teste físico, qual a probabilidade de que ele também tenha sido aprovado no teste teórico? Ou seja, calcule $P(\text{Teórico} | \text{Físico})$

T : aprovado no teste teórico. $n(T) = 300$.

F : aprovado no teste físico. $n(F) = 200$.

$T \cap F$: aprovados em ambos = 150.

Probabilidades

$$P(F) = \frac{200}{500} = \frac{2}{5} = 0,4.$$

$$P(T \cap F) = \frac{150}{500} = \frac{3}{10} = 0,3.$$

Probabilidade condicional $P(T | F) = \frac{P(T \cap F)}{P(F)} = \frac{0,3}{0,4} = \frac{3/10}{2/5} = \frac{3/10}{4/10} = \frac{3}{4}$.

$\frac{3}{4} = 0,75 = 75\%$.

Entre os 200 candidatos aprovados no teste físico, 150 também foram aprovados no teórico — logo 75% dos aprovados no físico também passaram no teórico.

Eventos Independentes:

Dois eventos são independentes quando o resultado de um não influencia o resultado do outro.

Em outras palavras: saber que o evento B ocorreu não muda a probabilidade de o evento A acontecer (e vice-versa).

Dois eventos A e B são independentes se:

$$P(A | B) = P(A) \quad \text{ou equivalentemente} \quad P(B | A) = P(B)$$

Isto é:

A probabilidade de A ocorrer sabendo que B aconteceu é igual à probabilidade de A ocorrer sem saber nada sobre B.

Usando a definição da probabilidade condicional:

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Se A e B forem independentes, então:

$$\frac{P(A \cap B)}{P(B)} = P(A)$$

Multiplicando ambos os lados por $P(B)$, obtemos a condição de independência:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Essa é a forma mais prática de verificar se dois eventos são independentes. Se o produto $P(A) \cdot P(B)$ for igual à probabilidade conjunta $P(A \cap B)$, então eles são independentes.

- **Eventos independentes:** não há relação entre eles.

Exemplo: lançar um dado e uma moeda — o resultado do dado não interfere no resultado da moeda.

- **Eventos dependentes:** o resultado de um afeta o outro.

Exemplo: tirar duas cartas sem reposição de um baralho — o resultado da primeira interfere no da segunda, porque o número total de cartas muda.

Ex 1: Ao lançar duas moedas (moeda 1 e moeda 2), cada uma com faces (Cara, Coroa).

Eventos:

A: moeda 1 sai Cara.

B: moeda 2 sai Cara.

Prove que é um evento independente.

São eventos independentes — uma moeda não interfere na outra.

1. $P(A) = \frac{1}{2}; P(B) = \frac{1}{2}.$

2. $P(A \cap B) = \text{probabilidade de (Cara, Cara)} = \frac{1}{4}.$

3. Verificar independência:

$$P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = P(A \cap B)$$

Logo, A e B são independentes.

Ex 2: Um dado e moeda são lançados juntos.

Eventos:

C: resultado do dado é par (2,4,6).

D: resultado da moeda é Cara.

Prove que é um evento independente.

O resultado da moeda não afeta o dado, e vice-versa.

1. $P(C) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.
2. $P(D) = \frac{1}{2}$.
3. $P(C \cap D)$ = probabilidade de (dado é par e moeda é Cara).
 - Espaço total: $6 \times 2 = 12$.
 - Casos favoráveis: $(2,C),(4,C),(6,C) \rightarrow 3$ casos.
 - $P(C \cap D) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$.
4. Verificar:

$$P(C) \cdot P(D) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = P(C \cap D)$$

Logo, eventos são independentes.

Atividade: (20 minutos)

Neste momento o professor irá propor uma atividade em trios, utilizando papel e caneta,

- Formem **trios**. Cada trio pegue papel e caneta.
- Peça que cada trio entregue:
 - 1) respostas numéricas (frações, decimal e %);
 - 2) uma frase curta de interpretação.
- Circular pela sala para verificar procedimentos e esclarecer dúvidas.

Problema:

1. Numa sala com 20 alunos, 12 são meninas; dentre essas 12 meninas, 8 têm cabelo castanho.

Se um aluno é escolhido ao acaso, calcule:

- a) $P(M)$ — probabilidade de ser menina;
- b) $P(C \cap M)$ — probabilidade de ser menina e ter cabelo castanho;
- c) $P(C | M)$ — probabilidade de ter cabelo castanho dado que é menina.

Resposta:

Grupo	Quantidade
Meninas (M)	12
Meninos (não M)	8 (porque $20 - 12 = 8$)
Meninas com cabelo castanho ($C \cap M$)	8
Meninas sem cabelo castanho ($M \cap \neg C$)	$12 - 8 = 4$

a) $P(M)$ — probabilidade de escolher uma menina:

$$P(M) = \frac{n(M)}{n(\Omega)} = \frac{12}{20}$$

$$\frac{12}{20} = \frac{3}{5} = 0,6 = 60\%.$$

b) $P(C \cap M)$ — probabilidade de escolher alguém que seja menina e tenha cabelo castanho:

$$P(C \cap M) = \frac{n(C \cap M)}{n(\Omega)} = \frac{8}{20}.$$

$$\frac{8}{20} = \frac{2}{5} = 0,4 = 40\%.$$

c) $P(C | M)$ — probabilidade condicional: "ter cabelo castanho, dado que é menina".

Use a fórmula:

$$P(C | M) = \frac{P(C \cap M)}{P(M)}.$$

$$P(C | M) = \frac{\frac{8}{20}}{\frac{12}{20}} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \approx 0,6667 = 66,67\%$$

Observação alternativa (interpretação direta): entre as 12 meninas, 8 têm cabelo castanho, logo a fração é $8/12 = 2/3$.

Interpretação (frases prontas para alunos)

- “A chance de um aluno sorteado ser menina é 60%.”
- “A chance de um aluno sorteado ser menina e ter cabelo castanho é 40%.”
- “Se já sabemos que o aluno sorteado é menina, a probabilidade de ela ter cabelo castanho é 66,67%.”

Probabilidade condicional nos ajuda a lidar com novas informações.

Evento Independente significa que o conhecimento de um evento não altera a probabilidade do outro.

Comparar as fórmulas:

- Condicional: $P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$.
- Independência: $P(A \cap B) = P(A) P(B)$.

Fechamento:

Desenvolvimento: Será entregue aos alunos uma lista de exercícios para fixação e memorização do conteúdo. (40 minutos para desenvolvimento e retirada de dúvidas)

Exercícios:

1. Em uma caixa há 8 bolas vermelhas e 4 bolas azuis. Duas bolas são retiradas sem reposição. Qual a probabilidade de a segunda bola ser azul, sabendo que a primeira foi vermelha?

Evento B : primeira bola vermelha. $P(B) = \frac{8}{12}$.

Condicional: $P(A | B)$ = probabilidade de segunda ser azul dado que a primeira foi vermelha. Após retirar uma vermelha, sobram 7 vermelhas e 4 azuis → total 11 bolas. Então $P(A | B) = \frac{4}{11}$.

Logo $P(A \cap B) = P(B) P(A | B) = \frac{8}{12} \cdot \frac{4}{11} = \frac{32}{132} = \frac{8}{33}$.

2. Em um lançamento de dois dados, qual a probabilidade de a soma ser 9 condicionalmente a que um dos dados é 4?

Universo: 36 pares (x, y) .

Evento B : “um dos dados é 4” — isso inclui pares em que o 1º é 4 ou o 2º é 4 (atenção a dupla contagem).

- Pares com primeiro dado = 4: $(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6) \rightarrow 6$ pares
- Pares com segundo dado = 4: $(1, 4), (2, 4), (3, 4), (5, 4), (6, 4) \rightarrow 5$ pares (não repetimos (4,4) duas vezes)
- Total $n(B) = 11$.

Evento A : soma = 9. Pares somando 9: $(3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3) \rightarrow 4$ pares.

Interseção $A \cap B$: pares que satisfazem “um dado é 4” e soma = 9 $\rightarrow (4, 5)$ e $(5, 4) \rightarrow 2$ pares.

Então:

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{2}{36}}{\frac{11}{36}} = \frac{2}{11}.$$

3.Em três lançamentos de uma moeda justa com reposição, qual é a probabilidade de obter cara no 3º lançamento independentemente do que ocorreu antes?

Seja C = evento “terceira jogada é cara”.

Como cada lançamento é independente:

$$P(C) = \frac{1}{2}.$$

Mesmo sabendo os resultados anteriores, $P(C)$ não muda: $P(C | \text{resultados anteriores}) = \frac{1}{2}$

4.Em um baralho (52 cartas), qual a probabilidade de retirar uma carta de espadas e ser um Ás (evento conjunto)? E verifique se os eventos “ser espadas” e “ser Ás” são independentes.

E : evento "espadas" $\rightarrow n(E) = 13$.

A : evento "ás" $\rightarrow n(A) = 4$.

$E \cap A$: cartão que é Ás de espadas $\rightarrow 1$ carta $\rightarrow P(E \cap A) = \frac{1}{52}$.

Probabilidades individuais:

$$P(E) = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}, \quad P(A) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}.$$

Verificar independência:

$$P(E) \cdot P(A) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{13} = \frac{1}{52} = P(E \cap A).$$

Logo são independentes.

5. Em uma escola, 60% dos alunos estudam inglês, 40% estudam espanhol, e 25% estudam ambos. Se um aluno é escolhido, qual a probabilidade de que ele estude inglês condicionalmente a saber que estuda espanhol?

$$P(\text{Inglês}) = 0,60.$$

$$P(\text{Espanhol}) = 0,40.$$

$$P(\text{Inglês} \cap \text{Espanhol}) = 0,25.$$

Então:

$$P(\text{Inglês} \mid \text{Espanhol}) = \frac{P(\text{Inglês} \cap \text{Espanhol})}{P(\text{Espanhol})} = \frac{0,25}{0,40} = 0,625 = 62,5\%.$$

6. Em 75 jovens: 24 gostam de música e esporte, 39 gostam de esporte. Calcule $P(\text{música} \mid \text{esporte})$.

Resposta: $n(M \cap E) = 24; n(E) = 39$

$$P(M \mid E) = \frac{n(M \cap E)}{n(E)} = \frac{24}{39} \approx 0,61538 \rightarrow 61,54\%$$

e 6 pretas. Retira-se uma bola com reposição duas vezes. A: "1ª é branca". B: "2ª é branca". Verifique a independência e calcule $P(A \cap B)$.

Resposta:

$P(A) = 4/10 = 0,4$. Com reposição, $P(B) = 4/10 = 0,4$.

Como é com reposição, os sorteios são independentes: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 0,4 \cdot 0,4 = 0,16$.

Verificação direta com árvore: caminho branca→branca = $4/10 \times 4/10 = 16/100$. Portanto independentes.

8. Avaliação

A avaliação da aula ocorrerá com o acompanhando o desenvolvimento dos estudantes ao longo das atividades realizadas, observando a participação e o empenho de cada aluno.

9. Bibliografias

BARICENTRO. **Por que fatorial de zero é um?** Disponível em: <https://baricentro2.rssing.com/chan-17137459/article116.html> Acesso em: 24 de ago. de 2025.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular: educação é a base**. Brasília, 2017.

Dante, Luiz Roberto. **Do seu jeito: Matemática: área de Matemática e suas Tecnologias: volume 3: Ensino médio** / Luiz Roberto Dante, Fernando Viana. 1. ed. São Paulo: Ática, 2024.

ESTRATÉGIA EDUCACIONAL. **Questão sobre emplacamento de carros no Brasil**. Disponível em: <https://concursos.estrategia.com/public/questoes/carros-Brasil-eram72bbcd6da2/> Acesso em: 23 de ago. de 2025.

GRUPO OTIMIZA. **Cores de placas de carros: saiba o que significam**. Disponível em: <https://grupootimiza.com.br/cores-de-placas-de-carros-saiba-o-que-significam/> Acesso em: 23 de ago. de 2025.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA (INEP). **Provas e gabaritos**. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos> Acesso em: 30 de ago. de 2025.

Matemática interligada: estatística, análise combinatória e probabilidade / obra coletiva; editora responsável Thais Marcelle de Andrade. 1. ed. São Paulo: Scipione, 2020.

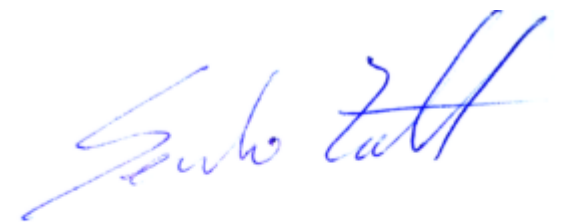
SÓ EXERCÍCIOS. **Questões: ENEM - Princípio Fundamental da Contagem**. Disponível em: <https://soexercicios.com.br/plataforma/questoes-de-vestibular/ENEM/7908/-principio-fundamental-da-contagem-/1> Acesso em: 24 de ago. 2025.

YOUTUBE. **Por que o fatorial de zero dá 1?** Estude Matemática. Disponível em: <https://www.youtube.com/shorts/gEq-ZMWuplg> Acesso em: 24 de ago. de 2025.

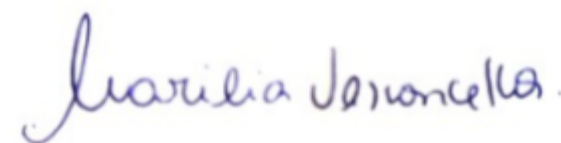
YOUTUBE. **Por Que Zero Fatorial é Igual a 1? ($0! = 1$) | Matemática Rio.** Matemática Rio com Prof. Rafael Procopio. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=_SYi-0bLroA Acesso em: 24 de ago. de 2025.

10. Observações

A aula demonstrou uma progressão lógica ao dar continuidade ao estudo de Probabilidade, introduzindo conceitos mais complexos como Probabilidade Condicional e Eventos Independentes. A sessão foi estrategicamente iniciada com a revisão e a consolidação dos fundamentos de Espaço Amostral e Evento Simples, garantindo que a base teórica dos alunos estivesse sólida antes de avançar. O desenvolvimento do novo conteúdo manteve o Método Expositivo e Dialogado, utilizando a resolução de exercícios contextualizados para demonstrar a aplicação das fórmulas e o raciocínio lógico necessário.



Saulo da Rosa Zatt
Aluno – Estagiário



Marília Boessio Tex de Vasconcelos
Supervisor – Parte Concedente



Eduardo Padoin
Professor Orientador – Entidade Educacional

Plano de Aula Semanal nº7

Acadêmico: Saulo da Rosa Zatt
Professor(a) Orientador(a): Eduardo Padoin
Unidade Concedente: Instituto Federal Farroupilha - Campus de Santa Rosa
Estágio – Turma/Nº de alunos: 3º ano do ensino Médio MOI
Professor(a) Regente da Classe: Marília Boessio Tex de Vasconcelos
Nº de Períodos semanal/ Tempo de cada período:
Data/Horário: 20/10/2025 – 3 períodos- Das 7h 30min as 10h

1 .Tema/Assunto:

Análise Combinatória
Probabilidade

2. Objetos de Conhecimento:

Princípio Fundamental da Contagem;
Fatorial de um número.

Probabilidade condicional.
Probabilidade de eventos independentes.

3. Habilidades relativas a BNCC:

(EM13MAT310) Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo diferentes tipos de agrupamento de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas como o diagrama de árvore.

(EM13MAT315) Reconhecer um problema algorítmico, enunciá-lo, procurar uma solução e expressá-la por meio de um algoritmo, com o respectivo fluxograma.

(EM13MAT106) Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro etc.).

(EM13MAT311) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade de eventos aleatórios, identificando e descrevendo o espaço amostral e realizando contagem das possibilidades.

4 . Objetivos

Retomar os principais conceitos de Análise Combinatória e Probabilidade, reconhecendo as diferenças e aplicações de cada um.

Desenvolver, em duplas, um trabalho de revisão resolvendo problemas de diferentes níveis de complexidade.

Colaborar de forma respeitosa e responsável na atividade em dupla, estimulando a cooperação e a troca de conhecimentos.

5. Metodologia

Método Expositivo e Dialogado.

6. Recursos

Materiais de Uso Comum (MUCs), materiais impressos.

7. Desenvolvimento

Correção da Lista de Exercícios

Tempo de duração: 15 minutos

Desenvolvimento: Para que os alunos possam tirar suas dúvidas da aula anterior, será desenvolvido junto com a turma no quadro alguns exercícios em que houver maiores dificuldades.

Incentivação:

Tempo de duração: 135 minutos

Com intuito de retomar o conteúdo visto até o presente momento, será entregue aos alunos um trabalho avaliativo para ser feito em duplas, o mesmo servirá de estudo para a avaliação que ocorrerá na próxima aula.

Trabalho Avaliativo: (impresso)

1. Um restaurante oferece 3 opções de entrada, 4 de prato principal e 2 de sobremesa.

De quantas formas diferentes um cliente pode montar seu prato completo?

R:

$$3 \times 4 \times 2 = 24$$

2. Quantos são os anagramas possíveis da palavra “ESCOLA”?

R: $6! = 720$

3. Quantos anagramas distintos podem ser formados com todas as letras da palavra “PROGRAMA”?

R: $P = \frac{8!}{2! \times 2!} = \frac{40320}{4} = 10080$

4. Com os algarismos de 1 a 9, quantos números de 3 algarismos distintos podem ser formados?

$$A_{9,3} = \frac{9!}{6!} = 9 \times 8 \times 7 = 504? \rightarrow \text{sem repetição} = 504, \text{ mas entre opções, correto é } 504$$

R:

5. Em uma turma com 10 alunos, serão escolhidos 4 para formar uma comissão. De quantas formas distintas isso pode ser feito?

R:

$$C_{10,4} = \frac{10!}{4!6!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 210$$

6. Uma sorveteria tem 5 sabores diferentes de sorvetes. De quantas formas é possível escolher 3 boas de sorvetes, permitindo repetir os sabores?

R:

$$CR_{5,3} = C_{7,3} = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 35$$

7. Um dado é lançado uma vez. Qual a probabilidade de sair um número par?

R:

Números pares no dado: $3/6 \rightarrow 1/2$

8. De uma turma com 20 alunos, 12 são meninas, e entre elas, 8 têm cabelo castanho.

Se um aluno é escolhido e sabe-se que é menina, qual a probabilidade de ela ter cabelo castanho?

R:

$$P(C|M) = \frac{P(C \cap M)}{P(M)} = \frac{8/20}{12/20} = \frac{8}{12}$$

9. O lançamento de um dado e de uma moeda são eventos independentes. A probabilidade de sair número par e cara é:

$$\text{R: } P(A \cap B) = \frac{3}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

10. Assinale (V) para verdadeiro e (F) para falso. Nas alternativas Falsas justifique sua resposta.

(**F**) A ordem importa nas combinações simples.

(**V**) A probabilidade de um evento impossível é zero.

(**V**) Em um arranjo simples, não há repetição de elementos.

(**V**) Em uma permutação simples com 5 elementos, temos 5! possibilidades.

(**V**) Dois eventos são independentes quando $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$.

11. Uma urna contém 4 bolas vermelhas e 6 boas azuis. Duas bolas são retiradas sem reposição. Qual a probabilidade de a segunda bola ser azul, sabendo que a primeira foi vermelha?

R:

$$P(B_2|V_1) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

12. Em uma seleção com 400 candidatos: 250 foram aprovados na prova objetiva, 120 foram aprovados na prova oral e 80 foram aprovados em ambas as provas (objetiva e oral).

Se um candidato é escolhido ao acaso e sabe-se que ele foi aprovado na prova oral, qual a probabilidade de que ele também tenha sido aprovado na prova objetiva?

R:

Resolução

Definimos os eventos:

- O = "aprovado na prova objetiva"
- R = "aprovado na prova oral"

Queremos $P(O \mid R)$.

Pela definição de probabilidade condicional:

$$P(O \mid R) = \frac{P(O \cap R)}{P(R)}.$$

Convertendo números em probabilidades (dividindo por 400):

$$P(O \cap R) = \frac{80}{400}, \quad P(R) = \frac{120}{400}.$$

Então

$$P(O \mid R) = \frac{\frac{80}{400}}{\frac{120}{400}} = \frac{80}{120} = \frac{2}{3}.$$

Resposta: $\frac{2}{3}$ ($\approx 66\%$).

13. Do baralho padrão de 52 cartas, retiram-se duas cartas sem reposição.
a) Qual a probabilidade de as duas cartas serem Áses?

R:

a) Probabilidade de as duas serem ases:

- Probabilidade de a primeira ser ás: $P(A_1) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$.
- Se a primeira é ás, ficam 3 ases em 51 cartas: $P(A_2 \mid A_1) = \frac{3}{51} = \frac{1}{17}$.

Como os eventos são sequenciais (sem reposição), a probabilidade conjunta é:

$$P(A_1 \cap A_2) = P(A_1) \cdot P(A_2 \mid A_1) = \frac{1}{13} \cdot \frac{1}{17} = \frac{1}{221}$$

b) Mostre que os eventos "primeira carta é Ás" e "segunda carta é Ás" são dependentes, calculando

R: b) Comparar $P(A_2)$ e $P(A_2 | A_1)$.

Probabilidade de a segunda carta ser ás sem qualquer informação sobre a primeira:

- Por simetria, antes de olhar, cada posição tem mesma probabilidade de ser ás:

$$P(A_2) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13} \approx 0,07692.$$

(ou calcular via total: $P(A_2) = P(A_2 | A_1)P(A_1) + P(A_2 | A_1^c)P(A_1^c) = (\frac{3}{51})(\frac{4}{52}) + (\frac{4}{51})(\frac{48}{52}) = \frac{1}{13}$, idem)

Já:

$$P(A_2 | A_1) = \frac{3}{51} = \frac{1}{17} \approx 0,05882.$$

|

8. Avaliação

Avaliação em forma de trabalho sobre o conteúdo de PFC, Permutação Simples e com repetição, Arranjo simples e com repetição, combinação simples e com repetição, probabilidade de evento simples, probabilidade condicional e probabilidade de eventos independentes, em duplas, com peso 0,5.

9. Bibliografias

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular: educação é a base**. Brasília, 2017.

Dante, Luiz Roberto. **Do seu jeito: Matemática: área de Matemática e suas Tecnologias: volume 3: Ensino médio** / Luiz Roberto Dante, Fernando Viana. 1. ed. São Paulo: Ática, 2024.

ESTRATÉGIA EDUCACIONAL. **Questão sobre emplacamento de carros no Brasil**. Disponível em: <https://concursos.estrategia.com/public/questoes/carros-Brasil-eram72bbcd6da2/>
Acesso em: 23 de ago. de 2025.

GRUPO OTIMIZA. **Cores de placas de carros: saiba o que significam**. Disponível em: <https://grupootimiza.com.br/cores-de-placas-de-carros-saiba-o-que-significam/>
Acesso em: 23 de ago. de 2025.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA (INEP). **Provas e gabaritos.** Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/en/em/provas-e-gabaritos> Acesso em: 30 de ago. de 2025.

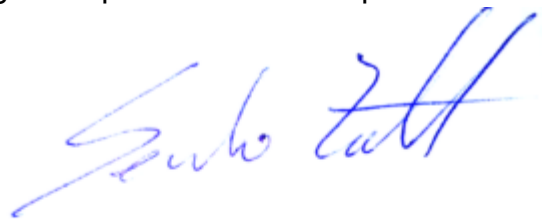
Matemática interligada: estatística, análise combinatória e probabilidade / obra coletiva; editora responsável Thais Marcelle de Andrade. 1. ed. São Paulo: Scipione, 2020.

QCONCURSOS. **Questões do Enem.** Disponível em: https://www.qconcur.com/questoes-do-enem/disciplinas/matematica-matematica/analise-combinatoria-em-matematica/questoes?from_omniauth=true&provider=facebook#_=_ Acesso em: 25 de ago. de 2025.

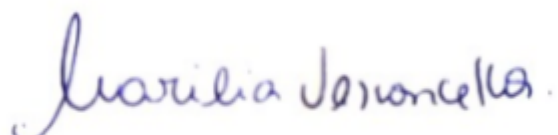
10. Observações

A aula demonstrou uma estrutura objetiva, focada na consolidação dos conteúdos estudados ao longo das semanas, cumprindo os objetivos de retomar os principais conceitos. Após uma breve correção de exercícios para sanar dúvidas da aula anterior, o desenvolvimento foi integralmente dedicado à aplicação de um Trabalho avaliativo em duplas, que serviu como estudo preparatório para a próxima avaliação.

Esta metodologia, ao utilizar a avaliação em pares, estimulou a colaboração e a troca de conhecimentos entre os alunos. O trabalho abrangeu de forma eficaz toda a amplitude do tema, incluindo Princípio Fundamental da Contagem, Permutação, Arranjo, Combinação e os conceitos de Probabilidade Condicional e Eventos Independentes. Dessa forma, a atividade proposta permitiu avaliar a capacidade dos estudantes de integrar e aplicar um vasto leque de conceitos matemáticos.



Saulo da Rosa Zatt
Aluno – Estagiário



Marília Boessio Tex de Vasconcelos
Supervisor – Parte Concedente



Eduardo Padoin
Professor Orientador – Entidade Educacional

Plano de Aula Semanal nº8

Acadêmico: Saulo da Rosa Zatt

Professor(a) Orientador(a): Eduardo Padoin

Unidade Concedente: Instituto Federal Farroupilha - Campus de Santa Rosa

Estágio – Turma/Nº de alunos: 3º ano do ensino Médio MOI

Professor(a) Regente da Classe: Marília Boessio Tex de Vasconcelos

Nº de Períodos semanal/ Tempo de cada período:

Data/Horário: 27/10/2025 – 3 períodos- Das 7h 30min as 10h

1 .Tema/Assunto:

Avaliação

2. Objetos de Conhecimento:

Avaliação

3. Habilidades relativas a BNCC:

(EM13MAT404) – Aplicar o princípio fundamental da contagem, arranjos, permutação e combinação para resolver e interpretar situações-problema em contextos diversos, incluindo o cálculo e a interpretação de probabilidades.

4 . Objetivos

Demonstrar a consolidação dos conhecimentos de Análise Combinatória e Probabilidade trabalhados ao longo das aulas.

Resolver a prova individual utilizando o mapa conceitual como apoio, aplicando corretamente fórmulas e estratégias.

Adotar postura responsável e ética durante a avaliação, demonstrando comprometimento pessoal com o aprendizado.

5. Metodologia

Avaliação de conhecimento.

6. Recursos

Materiais de Uso Comum (MUCs), materiais impressos.

7. Desenvolvimento

Incentivação:

Tempo de duração: 100 minutos

Com intuito de retomar o conteúdo visto até o presente momento, será entregue aos alunos uma prova avaliativa com peso 30, para ser feita individualmente, sem consulta.

Prova Avaliativa : (impresso)

1. Resolva a equação.

$$\frac{n!}{(n+1)!} = \frac{n!}{(n+1) \cdot n!} = \frac{1}{n+1}$$

2. Colocando todos os anagramas da palavra ÂNGULO listados em ordem alfabética, como em um dicionário, em que posição da lista estará a palavra: UONLGÂ?

As letras da palavra UONLGÂ estão na ordem inversa da 1ª posição, portanto esta palavra ocupa a última posição. $P_6 = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$

3. Qual a quantidade de números possível de se formar com quatro algarismos distintos, de 1 a 9, que são múltiplos de 5?

$\underline{8} \cdot \underline{7} \cdot \underline{6} \cdot \underline{1} = 336$ (múltiplos de 5 terminam em 0 ou 5, neste caso apenas em 5) último número somente 1 possibilidade, e os demais 8, 7, 6 possibilidades)

4. Uma estante será montada escolhendo 3 prateleiras diferentes dentre 6 disponíveis. De quantas maneiras é possível selecionar as prateleiras?

$$C(6, 3) = \frac{6!}{3!(6-3)!} = \frac{720}{36} = 20$$

5. Um designer quer escolher 3 tipos de puxadores entre 5 modelos disponíveis, podendo repetir o modelo.

Quantas combinações diferentes são possíveis?

$$C_{rep}(n, p) = \frac{(n + p - 1)!}{p!(n - 1)!}$$

$$C_{rep}(5, 3) = \frac{(5 + 3 - 1)!}{3!(5 - 1)!} = \frac{7!}{3!4!} = 35$$

6. De um baralho com 52 cartas, qual é a probabilidade de retirar uma carta de copas?

$$P = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$$

7. Em uma fábrica, 60% dos móveis são de madeira e, destes, 20% têm defeito. Qual a probabilidade de escolher um móvel de madeira e com defeito?

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$$

$$P = 0,6 \times 0,2 = 0,12$$

8. Ao lançar duas moedas, qual é a probabilidade de sair cara nas duas?

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$P = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

9. Uma empresa de móveis fabrica 4 tipos de mesas e 3 tipos de cadeiras.

Se 2 tipos de mesas são de madeira nobre e 1 tipo de cadeira é estofada, qual é a probabilidade de formar um conjunto com mesa de madeira nobre e cadeira estofada?

$$P = \frac{n(\text{favoráveis})}{n(\text{total})} = \frac{2 \times 1}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

10. Assinale V para verdadeiro ou F para falso.

As alternativas falsas devem ser corrigidas.

(V) O número de permutações das letras da palavra “MESA” é igual a $4! = 24$.

(F) Em uma combinação com repetição, os elementos não podem se repetir.

Na combinação com repetição, os elementos podem se repetir

(V) A probabilidade é sempre um número entre 0 e 1.

(F) Em eventos independentes, o resultado de um evento influencia o outro.

Em eventos independentes, um evento não interfere no outro

(V) A probabilidade condicional é usada quando o resultado de um evento altera o resultado do outro.

(V) O espaço amostral é o conjunto de todos os resultados possíveis.

(V) O princípio fundamental da contagem é utilizado quando queremos todas as possibilidades de um processo composto.

8. Avaliação

A avaliação será em forma de prova com todo o conteúdo desenvolvido no estágio.

9. Bibliografias

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular: educação é a base**. Brasília, 2017.

Dante, Luiz Roberto. **Do seu jeito: Matemática: área de Matemática e suas Tecnologias: volume 3: Ensino médio** / Luiz Roberto Dante, Fernando Viana. 1. ed. São Paulo: Ática, 2024.

ESTRATÉGIA EDUCACIONAL. **Questão sobre emplacamento de carros no Brasil**. Disponível em: <https://concursos.estrategia.com/public/questoes/carros-Brasil-eram72bbcd6da2/> Acesso em: 23 de ago. de 2025.

GRUPO OTIMIZA. **Cores de placas de carros: saiba o que significam**. Disponível em: <https://grupootimiza.com.br/cores-de-placas-de-carros-saiba-o-que-significam/> Acesso em: 23 de ago. de 2025.

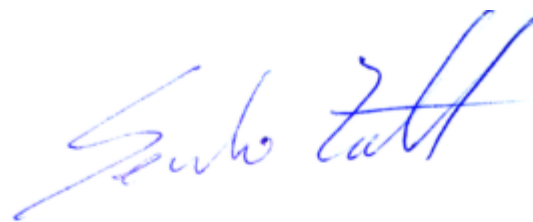
INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA (INEP). **Provas e gabaritos**. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos> Acesso em: 30 de ago. de 2025.

Matemática interligada: estatística, análise combinatória e probabilidade / obra coletiva; editora responsável Thais Marcelle de Andrade. 1. ed. São Paulo: Scipione, 2020.

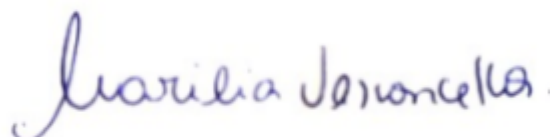
QCONCURSOS. **Questões do Enem**. Disponível em: [https://www.qconcursos.com/questoes-do-enem/disciplinas/matematica-matematica/analise-combinatoria-em-matematica/questoes?from_omniauth=true&provider=facebook#_="](https://www.qconcursos.com/questoes-do-enem/disciplinas/matematica-matematica/analise-combinatoria-em-matematica/questoes?from_omniauth=true&provider=facebook#_=) Acesso em: 25 de ago. de 2025.

10. Observações:

O foco principal foi cumprir o objetivo de verificar a consolidação dos conhecimentos e a capacidade dos alunos de aplicar fórmulas e estratégias em um contexto abrangente. A permissão para o uso do mapa conceitual durante a prova incentivou os estudantes a organizarem o raciocínio e a buscarem as informações de forma autônoma, alinhando-se ao desenvolvimento de postura responsável no aprendizado. A turma demonstrou um bom nível de engajamento e seriedade durante a avaliação. A conclusão do estágio com a aplicação de uma prova abrangente permitiu uma percepção clara da efetividade do planejamento e do progresso pedagógico atingido com os alunos.



Saulo da Rosa Zatt
Aluno – Estagiário



Marília Boessio Tex de Vasconcelos
Supervisor – Parte Concedente



Eduardo Padoin
Professor Orientador – Entidade Educacional

