

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
FARROUPILHA- *CAMPUS* SANTA ROSA

CURSO SUPERIOR LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

GABRIELA HOFFLING DE PAULA NETO

RELATÓRIO DE ATIVIDADES DE ESTÁGIO

SANTA ROSA, RS
2025

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
FARROUPILHA- *CAMPUS* SANTA ROSA

GABRIELA HOFFLING DE PAULA NETO

RELATÓRIO DE ATIVIDADES DE ESTÁGIO

Trabalho apresentado como requisito para
obtenção do título de Licenciada em
Matemática, do curso de Licenciatura em
Matemática do Instituto Federal
Farroupilha – *Campus* Santa Rosa.

Orientadora: Dra. Julhane Alice Thomas
Schulz

Coorientadora: Ma. Mariele Josiane Fuchs

SANTA ROSA, RS
2025

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
FARROUPILHA- *CAMPUS* SANTA ROSA

A Orientadora Professora Dra. Julhane Alice Thomas Schulz, a Coorientadora Professora Ma. Mariele Josiane Fuchs e a Estagiária Gabriela Hoffling de Paula Neto, abaixo assinados, cientificam-se do teor do Relatório de Atividades de Estágio, do Curso de Licenciatura em Matemática.

RELATÓRIO DE ATIVIDADES
DE ESTÁGIO

Elaborado por
Gabriela Hoffling de Paula Neto

como requisito parcial para obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Dra. Julhane Alice Thomas Schulz
Orientadora

Ma. Mariele Josiane Fuchs
Coorientadora

Gabriela Hoffling de Paula Neto
Estagiária

SANTA ROSA, RS
2025

DADOS DE IDENTIFICAÇÃO

1 Estagiária

- 1.1 Nome:** Gabriela Hoffling de Paula Neto
- 1.2 Curso:** Licenciatura em Matemática
- 1.3 Turma:** MAT T12
- 1.4 Endereço:** Av. Júlio Fehlaue, nº 191 - Centro
- 1.5 Município e Estado:** Santa Rosa - RS
- 1.6 CEP:** 98 780 310
- 1.7 Telefone:** (55) 9 9647 3674
- 1.8 E-mail:** gabriela.2022011363@aluno.iffar.edu.br

2 Escola

- 2.1 Nome:** Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha - *Campus Santa Rosa*
- 2.2 Endereço:** Av. Cel. Bráulio de Oliveira, nº 1400 - Central
- 2.3 Município e Estado:** Santa Rosa - RS
- 2.4 CEP:** 98 787 740
- 2.5 Telefone:** (55) 2013 0200
- 2.6 E-mail:** de.sr@iffarroupilha.edu.br

3 Estágio

- 3.1 Área de realização:** Educação Básica – Ensino Médio
- 3.2 Coordenadora do Curso:** Ma. Mariele Josiane Fuchs
- 3.3 Professor(a) Orientadora:** Dra. Julhane Alice Thomas Schulz
- 3.4 Professora Coorientadora:** Ma. Mariele Josiane Fuchs
- 3.5 Supervisora do estágio/Regente da turma:** Ma. Elizangela Weber
- 3.6 Carga horária total:** 140h
- 3.7 Data de Início e término:** 06 de agosto de 2025 a 10 de dezembro de 2025.

Dedico esse trabalho a minha família, por me ouvirem, incentivarem, apoiarem, com toda atenção e dedicação, e a todos que contribuíram de qualquer forma para a conclusão do mesmo.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por guiar sempre meus passos nos momentos de dificuldade enfrentados nesse meu percurso pelo Curso de Licenciatura em Matemática. Também por todas as minhas conquistas e vitórias, e por me iluminar para fazer este relatório de estágio.

À minha família, pais, irmãs e amigos, minha gratidão por todo incentivo, paciência e carinho, foram momentos de muita aflição mas que soubemos contornar. À meu namorado Lucas Rigo, um muito obrigada, foi você quem esteve sempre ao meu lado me apoiando, me dando forças e me guiando.

Agradeço a todos os meus colegas do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha (IFFar), em especial Débora, Gabriela, Natine e Maria, por nos tornarmos amigas, e que hoje são luz para meu conhecimento e realização em minha vida.

Um agradecimento ao IFFar - *Campus* Santa Rosa e a todos os professores, especialmente as minhas orientadora e coorientadora, professora Dra. Julhane Alice Thomas Schulz e a professora Ma. Mariele Josiane Fuchs, que contribuíram para a elaboração deste relatório, ao oferecerem apoio em ler cada página e me orientar na obtenção do meu título acadêmico de licenciada, após todo o processo formativo emergido desse estágio de docência.

Ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha - *Campus* Santa Rosa, meu agradecimento por me receber com carinho e oferecer a oportunidade de meu estágio docente no Ensino Médio. Agradeço especialmente a professora regente da turma, professora Ma. Elizangela Weber, aos alunos e a todos que contribuíram para minha jornada de aprendizado.

À empresa onde trabalhei Boticário, agradeço pelo apoio quando não pude estar presente por motivos do estágio. Não poderia deixar de agradecer a minha melhor amiga de 4 patas: Sindy. Obrigada por todas as risadas e conforto que trouxeram ao meu coração neste longo período construindo este relatório.

Por fim, o maior agradecimento se deve a mim mesma. Obrigada por passar tantas noites em claro, por trabalhar arduamente, por ter fé e esperança em uma vida melhor. Obrigada por de toda forma se empenhar na construção deste relatório, no desenvolvimento dos planos de aula, materiais/recursos com muito estudo, que refletiram positivamente nas intervenções como docente em regência de classe e

que agora, culminam em relatos, análises e reflexões no presente relatório de Estágio.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: IFFar- Campus Santa Rosa.....	15
Figura 2: Espaço acadêmico.....	16
Figura 3: Laboratório de Matemática.....	16
Figura 4: Imagem da turma do 2º ano MEI - T3 do Ensino Médio.....	36
Figura 5: Imagem da turma do 2º ano MEI - T3 do Ensino Médio.....	37
Figura 6: Celulares dos alunos guardados na caixa (fim de aula) e bilhete de autorização.....	41
Figura 7: Pilha utilizada pelos alunos.....	42
Figura 8: Dobradura e recorte para encontrar a área da pilha.....	43
Figura 9: Aluno desenvolvendo o exercício no quadro branco.....	46
Figura 10: Conjunto dos Sólidos de Revolução.....	47
Figura 11: Roteiro.....	48
Figura 12: Alunos manipulando os materiais.....	49
Figura 14: Trapézio rotacionado pelo software Geogebra, formando um tronco de cone.....	51
Figura 15: Professora estagiária dando suporte ao aluno laudado.....	52
Figura 16: Professora estagiária manipulando o Globo Terrestre.....	55
Figura 17: Alunos realizando a atividade investigativa do “Sorvete”	57
Figura 18: Alunos saboreando o sorvete.....	58
Figura 19: Alunos em duplas realizando o trabalho.....	59
Figura 20: Mimo recebido pelo Dia do Professor.....	60
Figura 21: Erros cometidos pelos alunos no trabalho avaliativo, questão número 1.....	61
Figura 22: Parágrafo de conclusões sobre a utilização de IA.....	63
Figura 23: Feedback dos alunos.....	65
Figura 24: Confraternização e homenagem à professora estagiária e regente..	67

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	10
2 A ESCOLA – CAMPO DE INTERVENÇÃO DO ESTÁGIO.....	13
2.1 Histórico do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha - Campus Santa Rosa.....	13
2.2 Contexto Social.....	18
2.3 Contexto Cultural.....	21
2.4 Dinâmica Pedagógica.....	23
3 PRESSUPOSTOS TEÓRICOS E METODOLÓGICOS.....	30
3.1 A Educação Matemática no Campo de Intervenção do Estágio.....	30
3.2 A turma do Estágio.....	35
3.3 Os Procedimentos Didáticos Metodológicos do Estágio.....	38
3.4 A Relação Teoria e Prática na Formação do Professor.....	69
4 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	74
REFERÊNCIAS.....	77
APÊNDICES.....	81

1 INTRODUÇÃO

O estágio tem como objetivo proporcionar ao futuro professor o contato com seu campo de atuação, sendo uma etapa essencial e enriquecedora na formação acadêmica do licenciando. Esse processo ocorre por meio da observação e da regência, tornando a formação mais significativa e oferecendo a oportunidade de refletir de maneira crítica sobre a prática pedagógica. O estágio é um momento fundamental na formação do futuro professor, permitindo-lhe vivenciar a prática pedagógica por meio da observação, participação e regência de classe, refletindo criticamente sobre sua atuação futura (Pimenta; Lima, 2004).

O presente Relatório de Estágio apresenta as atividades realizadas no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha - *Campus* Santa Rosa¹, com a turma do 2º ano do Ensino Médio, do Curso Técnico em Mecatrônica Integrado, desenvolvidas para o Componente Curricular de “Estágio Curricular Supervisionado IV” do Curso de Licenciatura em Matemática, da mesma instituição. As atividades ocorreram no período de 11 de setembro a 30 de outubro de 2025, contabilizando 8 encontros com carga horária final de 20 horas de regência de classe.

Os objetivos deste estágio visavam a ação docente em sala de aula, na área da Matemática, buscando compreender a relação e a interação professor-aluno; a organização escolar e o processo de ensino e de aprendizagem, bem como os processos de avaliação, buscando enriquecer-se de vivências, experiências e conhecimentos.

Desse modo, o estágio supervisionado é parte fundamental do currículo do Curso de Licenciatura em Matemática, oferecendo aos futuros professores contato com o seu futuro ambiente de trabalho. Ele também é essencial para o desenvolvimento da identidade docente, permitindo que o licenciando aprimore os saberes necessários à sua prática docente.

Durante o estágio, o licenciando experimenta teorias e metodologias, compreende a dinâmica social e interpessoal da sala de aula e reflete sobre a prática pedagógica, as formas de interação, os métodos de ensino e avaliação da aprendizagem, além dos objetos do conhecimento trabalhados. O estágio é um

¹ A partir deste momento, ao nos referirmos ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha - *Campus* Santa Rosa, passaremos a usar a sigla IFFar/*Campus* Santa Rosa.

momento de reflexão e ação que permite ao futuro professor entender a complexidade das interações na sala de aula e do processo educativo, além de integrar teoria e prática, o que é essencial para sua formação e futura profissão (Imbernón, 2009). Assim, o estágio se torna crucial para a formação docente.

Este relatório visa refletir sobre as experiências vividas durante o Estágio Curricular Supervisionado IV, que buscou proporcionar o contato direto com a docência no nível médio de ensino. Permitiu integrar diferentes metodologias, recursos didáticos e teorias com a prática pedagógica, com o intuito de compreender a organização e o funcionamento da instituição de ensino por meio da imersão no ambiente escolar. Para atingir esses objetivos, neste estágio ocorreram atividades como a regência de classe, o planejamento de aulas, a análise conjuntural da instituição e a participação da licencianda em reuniões pedagógicas.

Este trabalho relata atividades realizadas com o 2º ano do Ensino Médio acerca da temática Geometria Espacial, destacando as metodologias utilizadas, como Etnomatemática, Investigação Matemática, Análise de Erros, Jogos e o Método Expositivo e Dialogado. Foram integrados materiais didáticos manipulativos e recursos tecnológicos, como *notebook*, projetor, conjunto Sólidos de Revolução, *software* Geogebra, *Kahoot*, entre outros, visando enriquecer o processo de ensino.

As avaliações foram realizadas numa perspectiva contínua no decorrer das aulas, com as análises embasadas na metodologia de Análise de Erros, permitindo identificar as dificuldades dos alunos e oferecer um retorno construtivo para melhorar o aprendizado. Além dessa avaliação formativa, também foram utilizadas abordagens diagnósticas, com o objetivo de identificar lacunas no conhecimento e promover intervenções específicas. Os alunos foram ainda avaliados de maneira mais ampla, considerando aspectos como participação, comprometimento, pontualidade, entre outros, com o intuito de compreender e valorizar o esforço individual de cada um no processo de aprendizagem.

Todo o trabalho docente desenvolvido e aqui compartilhado, esteve amparado por alguns documentos oficiais como o Plano de Desenvolvimento Institucional - PDI (SANTA MARIA, 2019), o Projeto Pedagógico de Curso: Técnico em Mecatrônica Integrado - PPC (SANTA ROSA, 2021); a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018) e o Plano Nacional de Educação - PNE (BRASIL, 2024).

No capítulo 2 do relatório será apresentada a instituição onde o estágio foi realizado, abordando seu contexto histórico, social, econômico e cultural, além de

sua dinâmica pedagógica. No capítulo 3, serão compartilhadas as experiências da regência de classe, incluindo a caracterização da turma, os relatos e análises sobre as atividades desenvolvidas e a integração entre teoria e prática, que se mostram como aspectos indissociáveis no processo de formação docente.

Por fim, nas considerações finais, serão abordadas as contribuições do estágio para a formação docente da licencianda, destacando o impacto dessa vivência no desenvolvimento profissional. Além disso, essas reflexões também permeiam outras partes do relato, evidenciando a importância do estágio em todo o processo de aprendizado e constituição da identidade docente desta futura professora de Matemática.

2 A ESCOLA – CAMPO DE INTERVENÇÃO DO ESTÁGIO

Este capítulo tem como objetivo apresentar o contexto do IFFar/*Campus* Santa Rosa durante o Estágio Curricular Supervisionado IV. A partir de documentos oficiais da instituição, conversas com a equipe diretiva e observações realizadas pela professora estagiária, será abordada a história da instituição, sua infraestrutura, dinâmica pedagógica e o contexto social, econômico e cultural da comunidade que a constitui. Essa análise visa proporcionar uma compreensão mais profunda da realidade dos alunos e da instituição, oferecendo uma visão mais ampla do ambiente em que este estágio de docência foi desenvolvido.

2.1 Histórico do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha - *Campus* Santa Rosa

O IFFar foi criado a partir da união de instituições federais já existentes, como o Centro Federal de São Vicente do Sul e a Escola Federal de Alegrete. Desde então, a partir da Lei de criação dos Institutos Federais nº 11.892 de 29 de dezembro de 2008, o IFFar tem sido uma referência em educação pública, gratuita e de qualidade para sua região e por ser uma Instituição Pública, usufrui de ampla autonomia em vários aspectos, desde administrativos até os pedagógicos.

Com o objetivo de ampliar a Rede Federal, o IFFar/*Campus* Santa Rosa foi criado um ano após a lei de criação dos IFs, em dezembro de 2009, com atividades letivas iniciadas em 2010. Em resumo, o IFFar/*Campus* Santa Rosa se destaca por sua excelência educacional na região. Sua trajetória é unida com a comunidade local, refletindo não apenas o compromisso institucional com o ensino, a pesquisa e a extensão, mas também sua relevância socioeconômica e cultural para a região (SANTA MARIA, 2019).

O IFFar/*Campus* Santa Rosa, está localizado na avenida Bráulio de Oliveira, nº 1400, no bairro Central, no município de Santa Rosa. O órgão executivo responsável pela administração, coordenação e supervisão de todas as atividades da autarquia do IFFar/*Campus* Santa Rosa, é realizado pela reitoria, que fica localizada em Santa Maria - RS. O Instituto oferece cursos de nível médio e superior, sendo eles: Técnico integrado ao Ensino Médio: Técnico em Edificações, Técnico em Móveis e Técnico em Mecatrônica; Graduação: Bacharelado em Administração, Bacharelado em Arquitetura e Urbanismo, Licenciatura em Ciências Biológicas,

Licenciatura em Matemática, Tecnologia em Alimentos e Tecnologia em Mecatrônica Industrial; Pós-graduação nível Lato Sensu: Especialização em Educação Matemática e Pensamento Computacional na Formação de Professores, *Master of Business Administration* (MBA) em Criatividade, Inovação e Inteligência nos Negócios e Especialização em Gestão da Qualidade e Novas Tendências em Alimentos; e cursos de educação a distância: Curso Técnico Subsequente em Administração. Logo, atende a comunidade de Santa Rosa e da região noroeste, abrangendo cidades como, Tuparendi, Tucunduva, Três de Maio, Santo Cristo, Porto Mauá, Giruá, entre outras. Além disso, o IFFar/*Campus* Santa Rosa conta com polos de Educação a Distância (EAD) nos municípios de Giruá e Candelária.

No que se refere ao histórico organizacional da instituição, é possível destacar os gestores que contribuíram para sua consolidação e desenvolvimento ao longo dos anos. A primeira liderança do IFFar/*Campus* Santa Rosa foi composta pelo Professor Me. Adilson José Hansel, diretor geral de implementação do *Campus* (2008-2009). Já o primeiro diretor geral eleito pela comunidade acadêmica foi o Professor Me. Marcelo Eder Lamb (2010-2016) e atualmente, a gestão está sob a direção da Professora Ma. Analice Marchezan. Sua equipe conta com 62 professores entre efetivos e substitutos, e 56 servidores técnico-administrativos, que desempenham suas funções de forma a garantir a qualidade do ensino. Atualmente, o IFFar/*Campus* Santa Rosa (Figura 1) atende aproximadamente 1155 alunos matriculados.

Figura 1: IFFar- *Campus* Santa Rosa



Fonte: A autora (2025).

Estruturalmente, o IFFar/*Campus* Santa Rosa (Figura 2) tem construções em 5 prédios: administrativo, pedagógico I, pedagógico II, móveis e edificações, mecatrônica, incluindo 25 laboratórios especializados, 17 salas de aula com tecnologia avançada, um ginásio de esportes, um refeitório, um auditório, labmaker e uma biblioteca com mais de 15 mil exemplares. As salas e laboratórios possuem infraestrutura de boa qualidade e instalações modernas. A Biblioteca, além de ampla, conta com salas de estudo para acesso de grupos ou individual, bem como uma sala equipada com computadores disponíveis para que os alunos possam realizar pesquisas e desenvolver seus estudos.

Figura 2: Espaço acadêmico



Fonte: A autora (2025)

O *Campus* também conta com um Laboratório de Matemática (Figura 3), espaço amplamente utilizado pelo Ensino Médio e pelos cursos de formação de professores, tanto inicial quanto continuada. Um ambiente organizado que dispõe de materiais concretos, jogos pedagógicos, sólidos geométricos, e outros recursos que possibilitam o desenvolvimento de atividades práticas e investigativas.

Figura 3: Laboratório de Matemática



Fonte: A autora (2025)

Sua atuação pedagógica está voltada para a plena formação do cidadão-profissional, perpassando pela articulação do ensino, pesquisa e extensão

(SANTA MARIA, 2019). Podem ser destacados, como objetivos mais abrangentes dos Institutos Federais, para além da ampliação das modalidades de ensino, conforme a referida lei de criação, os seguintes:

Realizar pesquisas aplicadas, estimulando o desenvolvimento de soluções técnicas e tecnológicas, estendendo seus benefícios à comunidade; Desenvolver atividades de extensão de acordo com os princípios e finalidades da educação profissional e tecnológica, em articulação com o mundo do trabalho e os segmentos sociais, e com ênfase na produção, desenvolvimento e difusão de conhecimentos científicos e tecnológicos; Estimular e apoiar processos educativos que levem à geração de trabalho e renda e à emancipação do cidadão na perspectiva do desenvolvimento socioeconômico local e regional (SANTA MARIA, 2019, p.18).

Esses objetivos reforçam o papel dos Institutos Federais como agentes de transformação, voltados não apenas à formação técnica e acadêmica, mas também à construção de uma sociedade mais justa, crítica e solidária. Quanto ao desenvolvimento institucional, o IFFar se projeta como um agente estratégico de inclusão e transformação, alinhado ao Plano Nacional de Educação (PNE) e comprometido com a interiorização da oferta educacional, a ampliação do acesso e a redução das desigualdades.

Em sua filosofia, as diretrizes institucionais do IFFar são essenciais para orientar o planejamento estratégico, fundamentando-se na missão, na visão e nos valores da instituição. Esses elementos foram revisados e atualizados com a participação de todas as unidades, seguindo um cronograma de discussões e uma metodologia aprovada pelo Conselho Superior (CONSUP), órgão consultivo e deliberativo. A partir desse processo coletivo, ficaram definidos da seguinte forma,

Missão: Promover a educação profissional, científica e tecnológica, pública e gratuita, por meio do ensino, pesquisa e extensão, com foco na formação integral do cidadão e no desenvolvimento sustentável; Visão: Ser excelência na formação de técnicos de nível médio, professores para a educação básica e demais profissionais de nível superior, por meio da interação entre ensino, pesquisa, extensão e inovação; Valores: Ética; solidariedade; responsabilidade social, ambiental e econômica; comprometimento; transparência; respeito; gestão democrática e inovação. (SANTA MARIA, 2019, p. 23).

Compreender as origens da instituição é essencial no processo de formação inicial do professor, pois fortalece seu entendimento sobre a missão da mesma e sua relevância para a comunidade. Ao conhecer e internalizar os valores de cultura, respeito e ética que a instituição preserva, o licenciando pode integrar esses princípios em sua prática pedagógica, promovendo a formação integral dos alunos. Essa compreensão também permite adotar uma abordagem mais humanizada,

alinhada aos objetivos educacionais da escola, capacitando o futuro professor a exercer a docência de modo consciente, responsável e sensível ao contexto de atuação.

Além disso, ao analisar o contexto institucional, observa-se que o estudante é amplamente favorecido pela estrutura que o IFFar - *Campus* Santa Rosa oferece. O acesso a laboratórios equipados, bibliotecas, espaços de convivência e recursos tecnológicos possibilita experiências formativas e diversificadas. No caso específico da Matemática, a presença do Laboratório de Matemática e do Laboratório de Informática contribui significativamente para o desenvolvimento de práticas pedagógicas mais dinâmicas e investigativas. Esses ambientes permitem explorar materiais manipuláveis, *softwares* educativos e atividades experimentais, favorecendo uma aprendizagem mais concreta e significativa. Assim, a utilização desses espaços potencializa o ensino da Matemática, enriquecendo o trabalho docente e promovendo uma formação mais completa e contextualizada aos alunos.

2.2 Contexto Social

Para a construção de uma sociedade mais justa e igualitária, é essencial compreender a realidade social dos alunos, promovendo uma educação que contribua de forma efetiva e transformadora para o seu desenvolvimento e inclusão. Compreender as condições de vida dos alunos e a forma como estão inseridos na sociedade é fundamental para adotar uma postura comprometida com a transformação social e com a proteção da dignidade humana. Nesse sentido, a Instituição de Ensino deve ser percebida pelos estudantes como um espaço verdadeiramente inclusivo, que oferece oportunidades de crescimento pessoal, acadêmico e profissional (SANTA MARIA, 2019). A instituição oferece um ambiente que promove o crescimento pessoal e profissional, ampliando as oportunidades de formação e inserção no mundo do trabalho.

Deste modo, é importante que os professores reconheçam seus alunos como sujeitos que vivenciam realidades distintas e variadas, integrando essas experiências à prática educativa. Essa compreensão está alinhada à BNCC, que enfatiza uma formação integral, considerando as dimensões cognitiva, emocional, social e cultural dos estudantes (BRASIL, 2018).

A maioria dos alunos pertence à região Noroeste, isso devido à sua excelente localização, qualidade de ensino reconhecida e a oferta de cursos técnicos,

superiores e de pós-graduação que atendem às necessidades econômicas e sociais da região. Os alunos se deslocam até o IFFar - *Campus* Santa Rosa utilizando diferentes meios de transporte, dependendo da distância e da localidade de onde residem. Enquanto os que moram no município contam com transporte escolar subsidiado ou custeado pelas famílias, os demais, aqueles que vêm de outras cidades frequentemente, se mudam para Santa Rosa durante o período das atividades letivas.

A economia de Santa Rosa é diversificada e mantém forte relação com o desenvolvimento regional. Além da agricultura familiar e do agronegócio, que se destacam na produção de soja e leite, o município possui um parque industrial, especialmente nos setores metalmeccânico, com a fabricação de máquinas e implementos agrícolas, e também um polo moveleiro, com indústrias de móveis que atendem o mercado regional e estadual. Esses segmentos, aliados ao crescimento do comércio, dos serviços e da construção civil, consolidam Santa Rosa como um polo econômico importante, gerador de empregos e oportunidades. Assim, reforçando a importância do IFFar quanto a necessidade de formação profissional qualificada para atender às demandas locais.

Alguns estudantes do IFFar/*Campus* Santa Rosa pertencem a famílias em situação de vulnerabilidade socioeconômica e são beneficiários do Programa Bolsa Família. Nesses casos, é comum que também recebam auxílios da Assistência Estudantil, garantindo condições para sua permanência e participação efetiva na instituição. Além disso, para muitos alunos, o almoço servido no refeitório e o lanche da Instituição são as principais refeições do dia, reforçando o papel do IFFar/*Campus* Santa Rosa como espaço de formação acadêmica, e também como ambiente de acolhimento, contribuindo para a permanência e o bem-estar dos alunos.

O IFFar demonstra compromisso com a saúde física e mental, e a permanência de seus alunos por meio da Política de Assistência Estudantil, que promove ações voltadas à garantia do acesso, à continuidade dos estudos e ao sucesso acadêmico, incentivando a participação ativa dos estudantes na vida escolar (SANTA MARIA, 2019). No IFFar/*Campus* Santa Rosa, essa política é desenvolvida pela Coordenação de Assistência Estudantil (CAE), que conta com uma equipe multidisciplinar composta por técnico em enfermagem, médico, nutricionista, odontóloga, psicólogo, pedagogo, assistente social, técnico em

assuntos educacionais e assistente de alunos. Essa equipe trabalha de forma integrada com os demais setores da Instituição, buscando promover inclusão, oferecer suporte às necessidades dos estudantes e contribuir para seu desenvolvimento pessoal, social e acadêmico.

Estes profissionais atuam em diferentes setores, como a Coordenação de Assistência Estudantil (CAE), a Coordenação de Apoio a Pessoas com Necessidades Educacionais Específicas (NAPNE), a Coordenação das Ações Afirmativas (CAA) e o Setor de Assessoria Pedagógica (SAP), com o objetivo de atender e dar suporte aos estudantes de forma integrada. O auxílio didático-pedagógico é um dos alicerces da Assistência Estudantil, voltado a identificar, compreender e superar as dificuldades enfrentadas pelos alunos ao longo do processo de ensino aprendizagem, contribuindo assim, para a melhoria contínua de seu desempenho acadêmico. Para que isso ocorra, são oferecidas diversas atividades, como oficinas temáticas, palestras, monitorias e outras ações que auxiliam os alunos na construção de novos conhecimentos.

O compromisso com a inclusão e igualdade de oportunidades educacionais é reforçado pela Política de Educação Inclusiva, através da qual é adotada uma abordagem que garante a todos os alunos acesso ao conhecimento, independentemente de suas necessidades educacionais, respeitando suas diferenças individuais, diferenças étnicas, de gênero, cultural, socioeconômica, entre outros. Para o Ministério da Educação (BRASIL, 2001, p.08) a inclusão é descrita como a:

Garantia, a todos, do acesso contínuo ao espaço comum da vida em sociedade, sociedade essa que deve estar orientada por relações de acolhimento à diversidade humana, de aceitação das diferenças individuais, de esforço coletivo na equiparação de oportunidades de desenvolvimento, com qualidade, em todas as dimensões da vida (BRASIL, 2001, p.08).

Aliás, para que a Política de Educação Inclusiva seja eficaz no IFFar/*Campus* Santa Rosa, ela conta com um equipe que a ampara, sendo ela constituída por:

Coordenação de Ações Inclusivas (CAI), que abarca os seguintes Núcleos: Núcleo de Apoio às Pessoas com Necessidades Específicas (NAPNE), Núcleo de Estudos Afro-Brasileiros e Indígenas (NEABI) e Núcleo de Gênero e Diversidade Sexual (NUGEDIS). Há também, na Reitoria, o Núcleo de Elaboração e Adaptação de Materiais Didático/pedagógicos – NEAMA do IFFar, que tem como objetivo principal o desenvolvimento de materiais didático-pedagógicos acessíveis (SANTA MARIA, 2019, p.18).

Atualmente o IFFar/*Campus* Santa Rosa possui 30 alunos matriculados e frequentando a instituição que necessitam de Atendimento Educacional

Especializado (AEE). Nessa perspectiva, o trabalho desenvolvido valoriza a diversidade de cada indivíduo, adaptando currículos, metodologias e ambientes de aprendizagem para atender às necessidades de todos os alunos, independentemente de suas características, deficiências ou dificuldades (STAINBACK; STAINBACK; 1999).

Portanto, para garantir a acessibilidade, a instituição disponibiliza uma infraestrutura adequada aos alunos com deficiências físicas e visuais. O IFFar/*Campus* Santa Rosa conta com rampas de acesso, pisos táteis, portas largas e banheiros adaptados, facilitando a locomoção e o acesso aos espaços. Inclusive, quando necessário, são designados monitores para auxiliar nas atividades diárias desses alunos e uma educadora especializada realiza o atendimento de alunos com deficiência intelectual, promovendo acompanhamento individualizado e inclusão no ambiente escolar.

O IFFar reserva vagas para estudantes que se enquadram em diferentes modalidades de cotas, como: alunos oriundos de escolas públicas ou de escolas comunitárias da Educação do Campo; pessoas com deficiência; pessoas autodeclaradas pretas, pardas, indígenas ou quilombolas; além das cotas relacionadas à renda familiar. As vagas ofertadas pelo IFFar são distribuídas da seguinte forma: 60% destinadas ao Programa Especial de Acesso de Estudantes ao IFFar (Cotas); 35% para a Ampla Concorrência (AC); 5% reservadas a Pessoas com Deficiência (PcD) que não tenham cursado integralmente o Ensino Fundamental em escola pública (Cota PcD).

Diante do exposto, evidencia-se que o IFFar/*Campus* Santa Rosa desenvolve um trabalho fundamental para a garantia do acesso, permanência e sucesso dos estudantes, atuando como espaço de formação acadêmica e também como agente de transformação social. Assim, o Instituto contribui para a construção de trajetórias formativas mais justas, consolidando-se como um ambiente acolhedor, inclusivo e comprometido com o pleno desenvolvimento de seus estudantes.

2.3 Contexto Cultural

A região noroeste do estado do Rio Grande do Sul (RS) era primitivamente habitada por indígenas do grupo Tapes, e com a chegada dos jesuítas e espanhóis, a partir de 1626, iniciou-se um sistema de redução para catequizá-los. O município de Santa Rosa integrava o território dos Sete Povos das Missões, fundados pelos

jesuítas. Os primeiros povoadores foram os próprios funcionários do serviço de agrimensura, profissionais responsáveis por desenvolver plantas de obras de infraestrutura, obras de saneamento e atuar com o planejamento de estradas e ruas. Mais tarde, ocorreu a colonização propriamente dita, quando afluíram descendentes de alemães e italianos, e outras etnias em menor número (SANTA ROSA, 2025). A solenidade de instalação do município de Santa Rosa aconteceu no dia 10 de agosto de 1931.

Dessa formação histórica marcada pela presença de diferentes povos e culturas, emerge também a diversidade que caracteriza a sociedade atual e se reflete no ambiente educacional. A diversidade é uma característica presente em todos os espaços da sociedade, refletindo diferentes modos de pensar, valores, opiniões e costumes. Essa diversidade étnica evidencia a riqueza cultural da região e contribui para a construção de um ambiente educacional variado.

O PDI do IFFar, sustenta o compromisso com uma educação pública, gratuita, inclusiva e de qualidade, voltada ao desenvolvimento integral das pessoas e à transformação da comunidade. Para garantir um ambiente acolhedor e inclusivo, o IFFar implementa a Política de Assistência Estudantil, que tem como principais objetivos assegurar a permanência dos estudantes, promover a inclusão social, democratizar o acesso ao ensino e criar condições equitativas para todos (SANTA MARIA, 2019).

Com o objetivo de proporcionar uma formação integral e diversificada, o IFFar - *Campus* Santa Rosa oferece aos alunos diversas oportunidades de participação em eventos culturais e acadêmicos. A instituição incentiva os estudantes a apresentar trabalhos, publicar estudos e participar como ouvintes em iniciativas como a Mostra de Educação Profissional e Tecnológica (MEPT), realizada anualmente nos diferentes Campi do IFFar, e a Jornada Integrada do Conhecimento (JIC), aberta também ao público externo para submissão e apresentação de resumos acadêmicos. Para os cursos de Licenciatura, investe na formação pedagógica dos futuros professores, por meio de projetos de ensino, pesquisa e extensão, desenvolvendo o Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), além de disciplinas de Práticas de Ensino de Matemática (PECC), integrando os estudantes diretamente na formação permanente de docentes e profissionais das diversas áreas atendidas pelos serviços à comunidade, considerando os demais cursos oferecidos na instituição.

O IFFar - *Campus* Santa Rosa também incentiva a formação integral dos estudantes por meio do Programa de Promoção da Cultura, Esporte e Lazer. Nesse contexto, são realizadas ações culturais, esportivas e recreativas que contribuem para o desenvolvimento social e emocional dos alunos. Entre as atividades promovidas, destacam-se os Jogos Estudantis e a Mostra Cultural, eventos esses que tem como objetivo estimular a criatividade, a expressão artística, o espírito esportivo e a convivência coletiva, assim fortalecendo vínculos e promovendo integração entre os participantes.

Além disso, a Instituição também valoriza e preserva as manifestações culturais da região, promovendo ações que fortalecem a identidade local, entre elas destacam-se as atividades do grupo de danças tradicionalistas Sentinela Farroupilha e as programações realizadas durante a Semana Farroupilha, que incentivam a participação e a integração entre alunos, servidores e a comunidade. Além de valorizar a cultura regional, também incentiva a prática esportiva e o lazer, um exemplo é o GP Rolimã IFFar/ZUK, corrida de carrinhos de rolimã organizada pelo IFFar - *Campus* Santa Rosa em parceria com a empresa ZUK Rolamentos. O evento que promove a integração entre diferentes gerações, reunindo estudantes, familiares e comunidade, além de resgatar uma brincadeira tradicional, contribui para fortalecer laços sociais, preservar elementos culturais e incentivar hábitos de vida ativos. Essas experiências ampliam as vivências dos alunos, promovem o espírito de cooperação, disciplina e trabalho em equipe, ao mesmo tempo em que favorecem o bem-estar físico e emocional.

Dessa maneira, as oportunidades e incentivos oferecidos pelo IFFar - *Campus* Santa Rosa contribuem significativamente para uma formação acadêmica enriquecedora. Participar de eventos acadêmicos, culturais e esportivos, faz com que os estudantes tenham a chance de vivenciar novas experiências, desenvolver competências pessoais e profissionais, e ampliar seus conhecimentos para além da sala de aula. Essas, fortalecem a autoconfiança, estimulam o protagonismo estudantil e favorecem a integração com a comunidade acadêmica, tornando o processo educativo mais dinâmico, participativo e envolvente.

2.4 Dinâmica Pedagógica

A Lei de criação nº 11.892/2008, que rege a Rede Federal, reformulou o perfil institucional do IFFar, impactando em diversas áreas e em suas atuações. O PDI da

Instituição reflete esse novo modelo, sustentando o compromisso com uma educação pública, gratuita, inclusiva e de qualidade, voltada ao desenvolvimento integral das pessoas e à transformação da comunidade (SANTA MARIA, 2019).

Com relação às ações voltadas ao eixo do ensino, compreende-se a formação como um processo que precisa ir além da qualificação e especialização para o trabalho, promovendo a emancipação humana, a cidadania e a formação crítica. Seu principal objetivo é oferecer trajetórias formativas que estejam relacionadas às realidades locais, de modo a contribuir para o desenvolvimento social, cultural e econômico das comunidades ali atendidas, tudo isto em sintonia com os princípios da educação integrada.

De acordo com Saviani (2008), a educação é um ato político, que visa não apenas preparar para o mercado de trabalho, mas também contribuir para a formação de sujeitos conscientes, críticos e capazes de intervir na realidade social. Nesse sentido, a educação integrada é essencial, pois contribui para o estudante se desenvolver de forma completa, unindo conhecimentos científicos, culturais, éticos e técnicos, formando cidadãos mais preparados para a vida e para colaborar com a sociedade.

Já na área de pesquisa e extensão, o PDI orienta ações que incentivem a produção de conhecimento aplicado, focado na resolução de problemas concretos e que esteja conectado com a sociedade e com a inovação tecnológica e social. Destacam-se, também, a incitação à cultura da propriedade intelectual, o fortalecimento do vínculo com o setor produtivo, a integração de projetos interdisciplinares e a valorização do saber local, com base na sustentabilidade e no protagonismo estudantil (SANTA MARIA, 2019).

No que diz respeito ao eixo da gestão institucional, o PDI assegura a importância de práticas democráticas, transparentes e participativas, que conduzem o alinhamento entre planejamento, avaliação e execução das políticas institucionais. A governança é orientada pela ética, pela responsabilidade social e pela demanda constante pela melhoria da qualidade dos serviços prestados (SANTA MARIA, 2019).

Como método de gestão, o IFFar desenvolve as atividades de planejamento, desenvolvimento e avaliação de forma participativa, por meio de suas instâncias colegiadas, como o Conselho Superior (Consup), o Conselho de Campus (Concamp), o Colégio de Dirigentes (Codir) e o Conselho de Ensino, Pesquisa e

Extensão (Cepe), que garantem a participação direta da comunidade, por meio de diferentes canais e do contato direto com os gestores e instituições (SANTA MARIA, 2019).

Conforme a organização administrativa do IFFar, sua estrutura organizacional possui uma extensa estrutura que foi estabelecida pela Lei Nº 11.892/2008, que instituiu a Rede Federal, e por portarias ministeriais, instituiu os Campi. Seu organograma básico é previsto em seu Regimento Geral (Resolução CONSUP Nº 22/2016): Órgãos Superiores, Órgãos Executivos e Órgão de Assessoramento. Nos campus temos: Gabinete do Diretor Geral; Diretoria de Planejamento e Desenvolvimento Institucional; Diretoria de Administração; Diretoria de Ensino; Diretoria de Pesquisa, Extensão e Produção; Colegiado de Campus (SANTA MARIA, 2019).

Referente ao Currículo e Formação Integral, a proposta curricular do IFFar é elaborada como um “movimento dinâmico e de responsabilidade coletiva, que envolve tomadas de decisão, articulação, interação entre sujeitos, saberes e práticas no planejamento” (SANTA MARIA, 2019, p. 49). Com base nessa perspectiva, “recusam-se a formar consumidores no lugar de cidadãos, a submeter a educação à lógica do capital, colocando o currículo como instrumento do simples treinamento de habilidades e técnicas a serviço da reprodução capitalista” (PACHECO, 2011. p. 7). Portanto, os currículos dos cursos do IFFar são construídos com a ideia de um currículo integrado, na forma e no método, concebido coletivamente e articulado na essência da formação humana integral, politécnica e multidimensional.

Em resumo, o PDI tem por finalidade traduzir as propostas pedagógicas, apresentando sua contextualização, fundamentos, princípios, políticas, prioridades e planejamento, no que diz respeito ao ensino, à pesquisa e à extensão. As quais estão ancoradas nos valores institucionais, embasadas nos Regulamentos, nos PPC's e nas práticas educativas desenvolvidas.

A proposta pedagógica do curso Técnico em Mecatrônica Integrado, curso no qual o estágio de docência foi realizado, segue os princípios e orientações condicionadas pelos documentos institucionais, como o PPC e os Planos de Ensino, que dele emergem com destaque na formação integral dos alunos, considerando tanto os aspectos técnicos quanto sociais e culturais.

Conforme o PPC do Técnico em Mecatrônica Integrado (SANTA ROSA, 2021), o objetivo geral do curso é,

Capacitar profissionais para atuar no projeto, instalação e operação de equipamentos automatizados e robotizados, integrando equipamentos mecânicos e eletrônicos, executar procedimentos de controle de qualidade e gestão e atuar conforme especificações técnicas, normas de segurança, com responsabilidade ambiental, criando condições para o ingresso no mundo do trabalho e para a continuidade dos estudos (SANTA ROSA, 2021, p.10).

O curso de Técnico em Mecatrônica Integrado tem como objetivo formar profissionais preparados para atuar com projetos, instalação e operação de sistemas automatizados, sempre seguindo normas de segurança e cuidando do meio ambiente. Além de capacitar para o mercado de trabalho, também incentiva a continuidade dos estudos, unindo conhecimentos técnicos, responsabilidade e desenvolvimento pessoal.

No IFFar - *Campus* Santa Rosa, o compromisso com a Educação Inclusiva está alinhado ao que estabelece o PDI (SANTA MARIA, 2019). A instituição defende uma educação que respeite as diferenças e assegure igualdade de condições e oportunidades para todos. Nessa direção, no 2º ano da turma 3 (T3) de Mecatrônica (MEI), há um aluno com Transtorno do Espectro Autista (TEA) de grau elevado, que dispõe de acompanhamento por monitor. Esse aluno com TEA necessita de adaptações pedagógicas, apoio, mediação e um ambiente estruturado, com rotinas claras e previsíveis. A professora titular de Matemática busca adotar metodologias diferenciadas para garantir que todos os alunos tenham a oportunidade de aprender. Portanto, são propostas atividades planejadas, acompanhadas do apoio de materiais didáticos manipulativos e tecnológicos, bem como estratégias de recuperação paralela realizadas ao longo do ano. Assim, torna-se possível construir um ambiente educativo acolhedor, inclusivo e que realmente promova o desenvolvimento acadêmico, pessoal e profissional de cada aluno.

De acordo com o Plano de Ensino de Matemática, o objetivo geral do componente curricular, é desenvolver conhecimentos que possam ser utilizados como instrumento de domínio da ciência e da técnica ampliando a capacidade de raciocínio lógico, científico e tecnológico, assim concebendo a Matemática como um elemento de intervenção nas mais diversas áreas da ciência. Busca-se, também, compreender e usar a Matemática como elemento de interpretação e intervenção no mundo, desenvolvendo o saber matemático (SANTA ROSA, 2021).

O Plano de Ensino apresenta-se alinhado à Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2018), em que o objetivo é desenvolver uma visão integrada da

Matemática, aplicando-a à realidade e a diferentes contextos, levando em conta as vivências dos estudantes. Portanto, a Matemática, assume um papel fundamental na formação dos alunos, possibilitando-lhes uma postura crítica e reflexiva do conhecimento, sendo esta essencial para a atuação na área acadêmica e técnica.

As metodologias de ensino têm um papel fundamental no processo educativo, pois é a partir delas que os os alunos assimilam e desenvolvem o conhecimento, formando assim a qualidade do aprendizado e a participação dos estudantes. De acordo com Gadotti (2000, p.72),

Estudar diferentes abordagens e metodologias de ensino é crucial para compreender como as práticas pedagógicas influenciam a aprendizagem dos alunos, principalmente na Matemática, onde o uso de metodologias ativas pode promover uma aprendizagem mais significativa e participativa. (GADOTTI, 2000, p. 72).

Com vistas a isso, no Instituto, são utilizadas diversas abordagens metodológicas, entre elas: expositiva e dialogada, investigação matemática, modelagem matemática, etnomatemática e a resolução de problemas, conforme consta no Plano de Ensino de Matemática do 2º ano. Além disso, são ressaltadas as tecnologias digitais e materiais concretos, que são essenciais para facilitar a compreensão e a representação dos conceitos matemáticos, permitindo que os alunos mobilizem o conhecimento de forma integrada.

A avaliação da aprendizagem dos estudantes do Curso Técnico em Mecatrônica visa à sua evolução para o alcance do perfil profissional que se almeja, sendo ela contínua, progressiva e cumulativa, com predominância dos aspectos qualitativos sobre os quantitativos, bem como dos resultados ao longo do todo processo e, ainda, sobre as provas finais. Durante todo o percurso formativo do estudante deverão ser previstas atividades de recuperação paralela, a fim de evitar compreensões equivocadas dos conteúdos, a reprovação e/ou evasão (SANTA ROSA, 2021).

O sistema de avaliação do IFFar - *Campus* Santa Rosa é regulado por norma própria. Entre os aspectos relevantes tem-se que:

Os resultados da avaliação do aproveitamento são expressos em notas, para o estudante ser considerado aprovado deverá atingir: Nota 7,0 (sete), antes do Exame Final; Média mínima 5,0 (cinco), após o Exame Final. No caso do estudante não atingir, ao final do semestre, a nota 7,0 e a nota for superior a 1,7 terá direito a exame, sendo assim definido: A média final da etapa terá peso 6,0 (seis). O Exame Final terá peso 4,0 (quatro). (SANTA ROSA, 2021, p.33)

A plataforma digital onde são realizados os registros escolares se chama

Sistema Integrado de Gestão de Atividades Acadêmicas (SIGAA) e funciona como um espaço de gestão acadêmica para professores e alunos. Para os professores, o SIGAA é utilizado como um "diário de classe digital", permitindo que os mesmos façam registro das aulas, frequência dos alunos, planos de ensino, materiais didáticos, atividades, provas *on-line* e outras utilidades relacionadas ao componente curricular. Já para os alunos, o SIGAA atua como uma "portal acadêmico digital", disponibilizando acesso às notas, frequência, materiais das aulas, trabalhos e atividades programadas, possibilitando a sua organização e autonomia no acompanhamento das atividades no decorrer do ano letivo.

A professora estagiária teve a oportunidade de participar de uma reunião pedagógica na instituição: o Conselho de Classe. O encontro iniciou com a fala do professor conselheiro da turma, que contou com a presença de um aluno representante da mesma, o vice-líder. Durante a conversa, o conselheiro e o vice-líder destacaram que os alunos estariam sobrecarregados com a quantidade de trabalhos solicitados pelos professores e o acúmulo de avaliações para serem realizadas no mesmo dia. Após esse momento, o aluno representante se retirou da sala e a reunião seguiu com a presença apenas dos professores, da equipe diretiva e integrantes da assistência estudantil. Nesse momento, o conselho avaliou individualmente cada aluno, discutindo aspectos como comportamento, notas e possibilidades de reprovação. Ao final dessa análise, com todos os pontos analisados e discutidos, o conselho de classe dessa turma foi encerrado.

Como professora em formação, participar do Conselho de Classe foi uma experiência significativa para compreender de forma ampla o processo educativo. Pude perceber como o diálogo entre docentes, equipe diretiva e assistência estudantil é essencial para analisar o desempenho acadêmico dos alunos e suas condições emocionais e sociais. A participação do aluno representante reforçou a importância de ouvir os estudantes, considerando suas vivências e demandas. Além disso, observar a avaliação individual de cada aluno me levou a refletir sobre a responsabilidade do professor na organização das atividades e na construção de práticas pedagógicas. Esse momento contribuiu para que eu refletisse sobre a importância de planejar considerando as necessidades dos estudantes, reforçando a ideia de que educar é um ato coletivo, que exige escuta, reflexão e equilíbrio.

Diante dessa experiência de estágio, a prática mostrou-se que um ambiente escolar colaborativo faz toda a diferença no processo educativo. Quando há

comunicação e respeito entre professores, equipe diretiva e demais profissionais da instituição, os desafios do dia a dia são enfrentados com tranquilidade e eficiência. Além disso, essa integração fortalece vínculos, cria um clima acolhedor e favorece o aprendizado. A troca de ideias, o respeito mútuo e o compromisso coletivo tornam-se pilares essenciais para uma instituição que busca evoluir continuamente e promover resultados significativos no processo educativo.

3 PRESSUPOSTOS TEÓRICOS E METODOLÓGICOS

Neste capítulo, serão discutidos os estudos teóricos utilizados para o processo de ensino da Matemática durante o período de Estágio, com o intuito de descrever também as vivências dessa fase da regência de classe. A partir disso, serão apresentadas as atividades realizadas durante a regência, o perfil da turma, os procedimentos didático-metodológicos, além de uma reflexão sobre como teoria e prática interagem e se consolidam de forma única no processo de formação docente que emerge do estágio curricular supervisionado no Ensino Médio.

3.1 A Educação Matemática no Campo de Intervenção do Estágio

A regência de classe é o momento em que se tem a oportunidade de experienciar diferentes metodologias e recursos didáticos, com o objetivo de promover o ensino e a aprendizagem da Matemática. O ensino de Matemática na Educação Básica desempenha um papel essencial na formação educacional, pois contribui para o desenvolvimento do raciocínio lógico, a habilidade de resolução de problemas e a compreensão de conceitos abstratos das simbologias e ferramentas matemáticas necessárias para a formação humana. Quando planejado de forma estratégica e utilizando metodologias variadas, favorece a compreensão dos conceitos abstratos, e também desenvolve a autonomia dos alunos (GUSMÃO, 2017).

A BNCC (BRASIL, 2018) orienta que, no Ensino Médio, o ensino de Matemática tenha como foco o desenvolvimento de habilidades ligadas à investigação, à construção de modelos e à resolução de problemas. Isso significa incentivar os estudantes a pensar de forma autônoma, raciocinar, representar, argumentar e comunicar suas ideias, construindo novos conhecimentos e formas de compreender a Matemática. Sendo assim, é importante que a aprendizagem esteja conectada à realidade dos alunos, considerando suas vivências, o contexto social e econômico, as transformações tecnológicas e o papel das mídias digitais. Neste sentido, os estudantes aprendem a formular problemas, interpretar dados e usar diferentes recursos para compreender o mundo ao seu redor.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM),

A Matemática no Ensino Médio tem um valor formativo, que ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, porém também desempenha um papel instrumental, pois é uma ferramenta que serve para a vida cotidiana e para muitas tarefas específicas em quase todas as

atividades humanas. Em seu papel formativo, a Matemática contribui para o desenvolvimento de processos de pensamento e a aquisição de atitudes, cuja utilidade e alcance transcendem o âmbito da própria Matemática, podendo formar no aluno a capacidade de resolver problemas genuínos, gerando hábitos de investigação, proporcionando confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas, propiciando a formação de uma visão ampla e científica da realidade, a percepção da beleza e da harmonia, o desenvolvimento da criatividade e de outras capacidades pessoais (BRASIL, 2000, p. 40).

Nesse contexto, é fundamental escolher diferentes metodologias que promovam uma aprendizagem eficaz, que atendam às diversas necessidades dos alunos e os mantenham envolvidos e motivados ao longo do processo educativo.

A Geometria é um ramo da Matemática que estuda a medida das formas de figuras planas e espaciais, assim como a posição relativa dessas figuras no espaço e suas propriedades, sendo que

O estudo da geometria é de fundamental importância para desenvolver o pensamento espacial e o raciocínio ativado pela visualização, necessitando recorrer à intuição, à percepção e à representação, que são habilidades essenciais para leitura do mundo e para que a visão da matemática não fique distorcida (FAINGUELERNT, 1999, p.53).

Bem como, é uma parte essencial da Matemática, tanto do ponto de vista das atividades práticas quanto como instrumento para a organização do pensamento lógico e a construção da cidadania. No nosso dia a dia, a Geometria está presente de diversas formas e, por isso, é fundamental que os estudantes tenham conhecimento sobre este ferramental matemático tão real e utilizado no seu cotidiano.

A Geometria Espacial destaca-se por favorecer a compreensão das formas tridimensionais e de suas aplicações práticas no mundo real, especialmente em áreas que envolvem construção, planejamento e análise de estruturas. Alinhada a essa perspectiva, a BNCC ressalta que o ensino de Matemática deve desenvolver competências e habilidades que envolvam compreensão conceitual, raciocínio lógico e resolução de problemas em diferentes contextos (BRASIL, 2018).

A Etnomatemática é também uma metodologia de ensino que parte das práticas culturais, saberes locais, modos de resolver problemas e formas de validação próprias de cada grupo social. Para D'Ambrosio (2001), a Etnomatemática busca entender os processos de geração, organização, transmissão e difusão de conhecimentos matemáticos em diferentes culturas, bem como as formas pelas quais cada povo lida com a resolução de problemas relevantes em seu contexto.

Perante isto, a Etnomatemática se destaca como uma metodologia

indispensável, especialmente no ensino da Geometria, pois aproxima os conceitos matemáticos das experiências e práticas concretas do dia a dia dos estudantes. Ao explorar formas, medidas, proporções e padrões presentes no contexto da Mecatrônica, curso do Ensino Médio Integrado no qual realizou-se esse estágio, o aprendizado torna-se mais significativo, pois se conecta diretamente à realidade dos estudantes. Dessa forma, os estudantes desenvolvem o raciocínio lógico e a capacidade de resolver problemas geométricos, e também aprendem a observar, interpretar e valorizar o mundo ao seu redor sob uma perspectiva matemática.

Além disso, reconhecendo a importância de tornar o ensino da Matemática mais lúdico e, assim, mais atrativo para os alunos, optou-se pela metodologia de Investigação Matemática. Essa abordagem coloca o estudante como protagonista na construção do seu próprio conhecimento, incentivando-o a analisar situações-problema, elaborar hipóteses e testar as conjecturas que cria. Como citam Ponte, Brocado e Oliveira (2013, p.23):

O conceito de investigação matemática, como atividade de ensino-aprendizagem, ajuda a trazer para a sala de aula o espírito da atividade matemática genuína, constituindo, por isso, uma poderosa metáfora educativa. O aluno é chamado a agir como um matemático (PONTE; BROCADO; OLIVEIRA, 2013, p. 23).

Essa metodologia incentiva o aluno a adotar uma postura de investigador, promovendo o desenvolvimento de sua autonomia, o que é fundamental para o desenvolvimento de habilidades atitudinais, relevantes para a vida em sociedade. No entanto, para que isso aconteça de forma eficaz, é essencial que o professor mantenha uma interação equilibrada com os alunos, pois se trata de uma aula diferente do tradicional, em que o docente assume o papel de mediador.

Outra abordagem adotada, para a realização das aulas, foram algumas metodologias ativas, integrando as Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC). Segundo Anjos e Silva (2018), alguns autores utilizam o termo TDIC's para se referir às tecnologias digitais conectadas à rede, enquanto outros destacam a convergência de várias tecnologias digitais, como vídeos, *softwares*, aplicativos, *smartphones*, imagens, consoles e jogos virtuais, que se combinam para formar novas ferramentas tecnológicas.

Bem como, a BNCC apresenta o desenvolvimento de competências e habilidades relacionadas ao uso crítico e responsável das tecnologias digitais, tanto de forma transversal promovendo a compreensão ao uso e a criação de TDIC's em

diferentes práticas sociais, quanto de maneira específica conforme destaca a Competência Geral 5:

Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva (BRASIL, 2018, p. 14).

Acredita-se que o papel do professor na Educação Básica é proporcionar o acesso ao conhecimento de forma ampla, incentivando os estudantes a irem além do caderno, do livro didático e das anotações. Isso envolve explorar novas formas de aprendizagem e promover conexões entre o objeto do conhecimento estudado e o mundo ao seu redor, tornando o processo educativo mais significativo, pois

Um aluno não conectado e sem domínio digital perde importantes chances de se informar, de acessar materiais muito ricos disponíveis, de se comunicar, de se tornar visível para os demais, de publicar suas ideias e de aumentar sua empregabilidade futura (MORAN, 2017, p.53).

Nesse contexto, nas aulas ministradas foram utilizadas tecnologias digitais e ferramentas que favoreceram o envolvimento dos alunos e ampliaram suas interações com o objeto do conhecimento matemático, contribuindo para a construção da aprendizagem. Entre esses recursos, destacam-se o Kahoot, o *software* GeoGebra e as Inteligências Artificiais (IA). Esses recursos favoreceram a participação ativa dos estudantes e o compartilhamento de ideias. Ao interagirem entre si e com os conteúdos matemáticos, os alunos desenvolvem habilidades importantes, como autonomia, comunicação e pensamento crítico. Além disso, as tecnologias tornaram as aulas mais dinâmicas e significativas, promovendo maior engajamento e protagonismo no processo de aprendizagem.

Ao longo da regência foi utilizado o método expositivo e dialogado, uma metodologia didática frequentemente combinada com outras abordagens ou utilizada de forma isolada, sendo bastante comum nas escolas. Esse método promove uma interação constante entre professor e aluno, favorecendo a compreensão e o aprendizado do conteúdo. Logo,

A exposição lógica da matéria continua sendo, pois, um procedimento necessário, desde que o professor consiga mobilizar a atividade interna do aluno de concentrar-se e de pensar, e a combine com outros procedimentos, como o trabalho independente, a conversação e o trabalho em grupo (LIBÂNEO, 2006, p. 161).

Assim, surge como uma alternativa ao ensino tradicional, criando um

ambiente de aprendizagem mais dinâmico, pautado no diálogo, na escuta e na troca de conhecimentos.

Além dessas metodologias, também foi utilizada a análise de erros, que desempenha um papel fundamental no processo de ensino, uma vez que, busca identificar e compreender os erros dos alunos, não só ajuda contribuindo apenas na correção de equívocos, mas revelando lacunas no entendimento conceitual matemático e desenvolvimento de habilidades. Nesse sentido,:

Os erros cometidos pelos alunos são considerados estágios necessários à exploração de problemas e podem ser utilizados, pelo professor ou pelos próprios alunos, para novas descobertas e para discussão dos conceitos envolvidos em um determinado problema matemático (CURY, 1994, p.132).

Do mesmo modo, para Pinto (2000, p. 137), “(...) erro é apenas um sinal de passagem para o acerto, um sinal da presença de um obstáculo que será superado, sem medo e sem culpa. O erro é produtivo, um componente natural do sucesso escolar.”

Em relação à avaliação, a mesma esteve presente em todos os momentos e atividades realizadas, conforme destacado por Hoffmann (2011), que a vê como uma ferramenta formativa e contínua. A autora enfatiza a importância de uma avaliação que vá além da simples atribuição de notas, sendo um instrumento para aprimorar o processo de ensino e aprendizagem. A avaliação possibilita identificar tanto os avanços quanto as dificuldades do estudante, orientando-o na superação desses desafios, já que o foco central do processo educativo deve ser a aprendizagem (LUCKESI, 2005).

As Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (OCNEM) contribuem para a discussão sobre avaliação da aprendizagem e ressaltam sua importância ao enfatizar que “a avaliação formativa, contínua, de acompanhamento, que fornece subsídios valiosos para o professor e para os alunos, deve ser privilegiada” (BRASIL, 2006. p.143). Nesse sentido, a avaliação poderá valorizar não apenas o resultado final, mas também o percurso do aluno, tratando seus erros como oportunidades de aprendizado e crescimento.

Buscou-se, portanto, valorizar os esforços individuais e coletivos, incentivando a reflexão sobre os erros como oportunidades de crescimento. As avaliações foram realizadas de maneira diversificada e integrada ao processo de ensino, com o objetivo de acompanhar o desenvolvimento contínuo dos alunos. Além de atividades práticas, dinâmicas de grupo e autoavaliações, as estratégias buscaram observar o

comprometimento e a evolução dos estudantes. A avaliação foi vista como uma ferramenta de *feedback* constante, permitindo que a professora estagiária ajustasse suas ações no ensino conforme as necessidades individuais observadas na turma.

Essa abordagem criou um ambiente acolhedor, incentivando os alunos a refletirem sobre suas práticas, aprenderem com os erros e se desenvolverem de forma autônoma e confiante. Ao criar um ambiente acolhedor e de apoio, os professores desempenham um papel fundamental, inspirando os alunos a se tornarem aprendizes autônomos, motivados e confiantes em sua jornada educacional.

3.2 A turma do Estágio

A turma do 2º ano MEI - T3 do Ensino Médio, na qual foram ministradas as aulas do estágio, era composta por 26 alunos, sendo 9 meninas e 17 meninos, com idades entre 15 e 17 anos. Assim, ,

A presença feminina em cursos técnicos de áreas tradicionalmente masculinas, como mecânica, eletrotécnica e mecatrônica, ainda é significativamente menor. Essa disparidade reflete construções socioculturais que associam essas áreas a características consideradas masculinas, dificultando o acesso e a permanência das mulheres nesses espaços (SANTOS, 2016, p. 42).

A partir disso, pude notar, que além desta discrepância entre os gêneros, havia uma pequena discrepância entre o ritmo de aprendizagem na turma. Com uma análise mais crítica, certifiquei-me de que os alunos de gênero masculino tinham uma grande facilidade na aprendizagem, já algumas alunas tinham uma defasagem, isto no que diz respeito a uma construção de aprendizagem significativa.

Segundo a professora regente, a turma (Figura 4) era a mais desenvolvida, no que diz respeito ao ritmo de aprendizagem, em comparação às demais turmas de 2º ano, conforme avaliação dos professores. No entanto, uma pequena parte dos alunos apresentavam dificuldades em Matemática, o que tornava o processo de ensino um desafio, exigindo maior cuidado no planejamento e na execução das aulas e atividades. Diante desse cenário, minhas conduções incluíram a utilização de diferentes metodologias, uso de recursos didáticos, oferta de apoio individualizado sempre que possível e a elaboração de atividades de revisão, que permitissem aos estudantes avançarem de forma progressiva.

Figura 4: Imagem da turma do 2º ano MEI - T3 do Ensino Médio



Fonte: A autora (2025).

Durante o período de regência, observou-se que, em uma sala com 26 alunos vindos de diferentes famílias, culturas e contextos, a diversidade de interesses, sonhos e objetivos representa tanto uma riqueza quanto um desafio para o planejamento pedagógico. Dessa forma, foi necessário adotar estratégias que permitissem a todos participar ativamente e compreender o conteúdo de maneira significativa.

No início do período de regência, percebeu-se uma dificuldade de relacionamento entre alguns colegas. Observou-se que a turma não incluía adequadamente o aluno com TEA (Transtorno do Espectro Autista) de grau elevado e a aluna em processo de avaliação para a obtenção de laudo médico. Esse isolamento dificultava a interação entre os estudantes e prejudicava o desenvolvimento das atividades, especialmente aquelas em grupo, que frequentemente eram realizadas sempre com os mesmos pares. Apesar da falta de entrosamento, havia respeito mútuo entre todos os colegas, sem a necessidade de intervenção direta da professora.

A aluna, que está em processo de obtenção de laudo, apresentava dificuldades na aprendizagem de Matemática. De acordo com observações do monitor e com resultados de testes trazidos pela própria aluna, identifica-se um transtorno de aprendizagem caracterizado como discalculia, o qual compromete a compreensão, assimilação e execução de operações matemáticas, mesmo quando sua capacidade intelectual se encontra dentro dos padrões considerados adequados.

A postura da professora estagiária para contornar a situação de isolamento entre os alunos foi pautada no diálogo constante e na sensibilização. Optou-se por dinâmicas mais livres e em grupos, com o objetivo de promover empatia e respeito, destacando a importância da inclusão e da valorização das diferenças. Esses momentos permitiram que os estudantes interagissem, desenvolvendo atitudes mais respeitadas. Como resultado (Figura 5), a devolutiva dos alunos foi positiva, evidenciando mudanças comportamentais, maior aceitação e integração, o que contribuiu para um ambiente mais acolhedor e colaborativo durante as atividades em grupo. Além disso, a professora ofereceu atenção especial e individualizada a esses alunos, garantindo suporte adequado às suas necessidades.

Figura 5: Imagem da turma do 2º ano MEI - T3 do Ensino Médio



Fonte: A autora (2025).

Quanto à realização de tarefas extraclasse, foi observado que uma pequena parte da turma não cumpria as atividades propostas. Isso ficou evidente durante as observações e especialmente durante o período de regência. Acredita-se que muitos alunos não realizavam as tarefas por falta de interesse ou esquecimento. No entanto, havia exceções em que alguns precisam ajudar os pais com afazeres domésticos, cuidar dos irmãos, auxiliar no negócio da família, trabalhar ou lidar com uma rotina de contraturno e carga horária extensa, o que dificultava a realização das atividades. A instituição reconhece que a realidade de muitos alunos pode ser um obstáculo para a realização das tarefas, mas procura sempre dialogar com os estudantes sobre a importância de realizar as atividades e reforça esse ponto com os pais, durante as reuniões com a presença dos mesmos.

A não realização das tarefas pelos alunos pode ter diversas implicações no processo de aprendizagem. Primeiramente, isso pode gerar lacunas no conhecimento, prejudicando o progresso acadêmico futuro. Além disso, representa um desafio significativo para os professores, pois é difícil dar continuidade às abordagens conceituais subsequentes quando essas lacunas ainda se fazem presentes.

Nesse sentido, é importante que os educadores enfatizem a importância de cumprir as tarefas, além de adaptarem suas estratégias de ensino para atender às dificuldades dos alunos. Isso envolve a busca por abordagens pedagógicas mais acessíveis, a exploração de diferentes formas de explicar conceitos matemáticos com o uso de metodologias diferenciadas e recursos didáticos e tecnológicos, como defende Moran (2013, p. 134) “Os educadores devem adotar abordagens pedagógicas flexíveis, que considerem as diferentes necessidades dos alunos, utilizando recursos didáticos e tecnológicos para facilitar o entendimento e garantir o sucesso na aprendizagem.”

De maneira geral, a turma mostrou-se participativa, e a maioria dos alunos demonstraram interesse em compreender os objetos do conhecimento em estudo. Além disso, a maioria apresentava um bom domínio do conhecimento, o que facilitou o trabalho da professora estagiária, permitindo que ela dedicasse mais atenção aos alunos que apresentavam defasagem na aprendizagem.

3.3 Os Procedimentos Didáticos Metodológicos do Estágio

O ensino de Matemática é fundamental na Educação, pois vai além da sala de aula, estando presente em diversos aspectos do cotidiano. Com uma longa trajetória de formação, a Matemática nós oferece ferramentas para compreender o mundo, e também estimula o desenvolvimento do pensamento crítico, da lógica e da habilidade de resolver problemas. Ela nos ajuda a enfrentar desafios de forma mais estruturada e a compreender melhor as complexidades ao nosso redor, uma vez que

O ensino de Matemática vai além da simples aprendizagem de operações e fórmulas, sendo uma ferramenta essencial para o desenvolvimento do raciocínio lógico, da capacidade de resolução de problemas e da compreensão das diversas realidades ao nosso redor (Valente, 2012, p. 78).

Para o estudo de Geometria Espacial no Ensino Médio, referente ao tema Corpos Redondos, a BNCC destaca habilidades como: Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas,

pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais (EM13MAT309); Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras (EM13MAT504); Investigar a deformação de ângulos e áreas provocada pelas diferentes projeções usadas em cartografia (como a cilíndrica e a cônica), com ou sem suporte de tecnologia digital (EM13MAT509) (BRASIL, 2018).

A partir disso, no período de regência, buscou-se trabalhar a disciplina de Matemática, com o tema Geometria Espacial: Corpos Redondos de maneira dinâmica e atrativa, evidenciando sua presença no cotidiano por meio de atividades investigativas e do uso de recursos tecnológicos. Pavanello (2006) enfatiza que o ensino desse campo da Matemática deve priorizar metodologias ativas, que envolvam experimentação, manipulação de materiais concretos e uso de tecnologias digitais. Para isso, foram utilizadas diferentes metodologias de ensino, como a Etnomatemática, Investigação Matemática, Análise de Erros, Expositiva e Dialogada, e as Metodologias Ativas, com o auxílio de Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação. A turma não utilizava livro didático, mas para elaborar os planos de aula foram utilizados os livros: *Matemática Interligada: Geometria Plana e Espacial* (Thais Marcelle de Andrade, 2020); foi a base principal, complementada por outros materiais, como os livros: *Prisma Matemática: Geometria* (José Roberto Bonjorno, 2020) e *Do seu jeito: Matemática* (Luiz Roberto Dante, 2024).

O período de regência teve início em 11/09/2025, com a apresentação do plano de ensino e a definição de alguns acordos com a turma. Entre eles (Figura 6), ficou definido que o uso do celular seria permitido apenas quando solicitado pela professora; caso contrário, os aparelhos deveriam permanecer na caixinha de celulares localizada na mesa do professor. Isto, amparado conforme Lei nº 15.100, de 13 de janeiro de 2025, que dispõe sobre a utilização, por estudantes, de aparelhos eletrônicos portáteis pessoais nos estabelecimentos públicos e privados de ensino da educação básica:

Presidente da República, Luiz Inácio Lula da Silva,
Faço saber que o Congresso Nacional decreta e eu sanciono a seguinte Lei:
Art. 1º Esta Lei tem por objetivo dispor sobre a utilização, por estudantes, de aparelhos eletrônicos portáteis pessoais, inclusive telefones celulares, nos

estabelecimentos públicos e privados de ensino da educação básica, com o objetivo de salvaguardar a saúde mental, física e psíquica das crianças e adolescentes.

Parágrafo único. Para fins desta Lei, consideram-se sala de aula todos os espaços escolares nos quais são desenvolvidas atividades pedagógicas sob a orientação de profissionais de educação.

Art. 2º Fica proibido o uso, por estudantes, de aparelhos eletrônicos portáteis pessoais durante a aula, o recreio ou intervalos entre as aulas, para todas as etapas da educação básica.

§ 1º Em sala de aula, o uso de aparelhos eletrônicos é permitido para fins estritamente pedagógicos ou didáticos, conforme orientação dos profissionais de educação.

§ 2º Ficam excepcionadas da proibição do caput deste artigo as situações de estado de perigo, estado de necessidade ou caso de força maior.

Art. 3º É permitido o uso de aparelhos eletrônicos portáteis pessoais por estudantes, independentemente da etapa de ensino e do local de uso, dentro ou fora da sala de aula, para os seguintes fins:

I - garantir a acessibilidade;

II - garantir a inclusão;

III - atender às condições de saúde dos estudantes;

IV - garantir os direitos fundamentais.

Art. 4º As redes de ensino e as escolas deverão elaborar estratégias para tratar do tema do sofrimento psíquico e da saúde mental dos estudantes da educação básica, informando-lhes sobre os riscos, os sinais e a prevenção do sofrimento psíquico de crianças e adolescentes, incluídos o uso imoderado dos aparelhos referidos no art. 1º desta Lei e o acesso a conteúdos impróprios.

§ 1º As redes de ensino e as escolas deverão oferecer treinamentos periódicos para a detecção, a prevenção e a abordagem de sinais sugestivos de sofrimento psíquico e mental e de efeitos danosos do uso imoderado das telas e dos dispositivos eletrônicos portáteis pessoais, inclusive aparelhos celulares.

§ 2º Os estabelecimentos de ensino disponibilizarão espaços de escuta e de acolhimento para receberem estudantes ou funcionários que estejam em sofrimento psíquico e mental decorrentes principalmente do uso imoderado de telas e de nomofobia.

Art. 5º Esta Lei entra em vigor na data de sua publicação.

Brasília, 13 de janeiro de 2025; 204º da Independência e 137º da República (BRASIL, 2025, p.3).

Após o intervalo, foi acordada uma tolerância de cinco minutos para o retorno dos alunos à sala de aula, sendo necessária autorização da assistência estudantil para entradas após esse tempo. A saída antecipada seria permitida apenas aos alunos que não almoçam na instituição e utilizam o transporte Toda Hora. Além disso, os estudantes seriam avaliados de forma contínua, com a verificação do material escolar no início de cada aula, garantindo o acompanhamento do comprometimento e da organização individual.

Figura 6: Celulares dos alunos guardados na caixa (fim de aula) e bilhete de autorização.



Fonte: A autora (2025)

Esse momento foi importante tanto para a professora estagiária quanto para os alunos, pois, assim como a professora ainda não conhecia bem os alunos, eles também estavam começando a compreender o método de ensino e sua postura em sala de aula. Na primeira aula, enfatizou-se a importância da concentração e atenção durante as explicações, além do compromisso e envolvimento nas atividades propostas. Ainda, foi destacado o processo avaliativo, explicando que a avaliação aconteceria de forma contínua, a cada aula, com a realização de duas avaliações somativas ao final do término do conteúdo.

Nesse momento de apresentação a definição de acordos, também foi útil para que a professora conhecesse melhor os alunos, memorizasse alguns nomes e compreendesse suas disciplinas favoritas, bem como sua relação com a Matemática. Durante a conversa, os estudantes compartilharam suas rotinas no contraturno e comentaram que, por se tratar de um curso integrado, cursam algumas disciplinas de Mecatrônica no período da tarde. Entre as respostas também destacam-se ainda atividades como: cuidar dos irmãos em casa, participar de cursos extracurriculares, trabalhar e praticar esportes.

A partir desse primeiro contato e visando despertar o interesse dos alunos pelo objeto do conhecimento Cilindro, foram propostas perguntas instigadoras, tais como: Vocês já conhecem o cilindro? No cotidiano, onde podemos encontrar o cilindro? Quais objetos tem formato semelhante a um cilindro? Durante o curso, vocês utilizam algum material em formato cilíndrico? Para fabricar uma pilha, como a fábrica sabe qual a quantidade de material necessária? A resposta esperada era que

os alunos reconhecessem o sólido, citassem objetos cilíndricos do dia a dia e que o objeto usado no curso de mecatrônica com formato cilíndrico fosse citada a pilha. As respostas foram triviais, os alunos conheciam o sólido, mencionaram exemplos como garrafa, copo, rolo do papel higiênico, entre outros objetos cilíndricos. Quanto aos objetos cilíndricos utilizados na Mecatrônica, citaram pistão, parafuso, entre outros. E para fazer à referência “pilha” (Figura 7), foram instigados a pensar no que gerava energia aos robôs, chegando às respostas “bateria” e “pilha”. Conforme D’Ambrosio, “O ensino da matemática deve valorizar os saberes e fazeres dos alunos, relacionando-os ao conhecimento científico escolar” (D’AMBROSIO, 2001, p. 45).

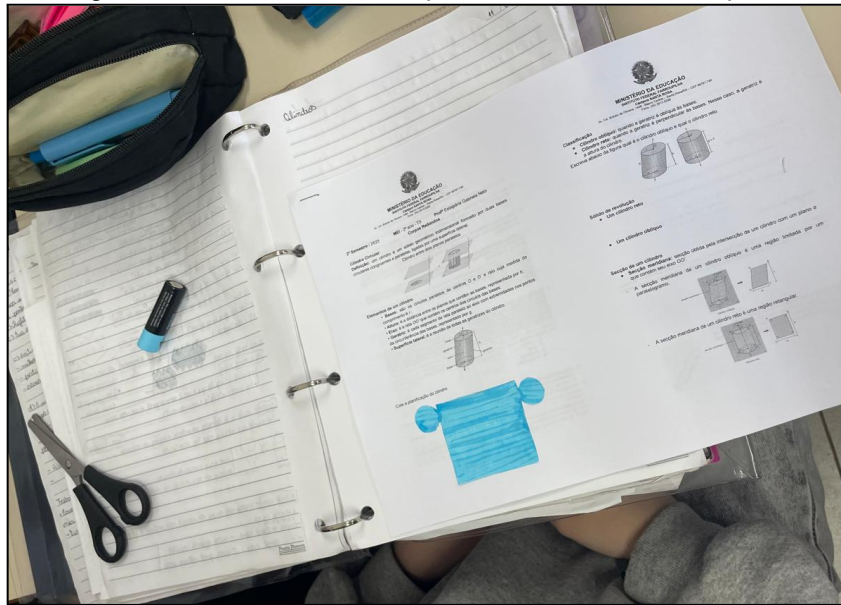
Figura 7: Pilha utilizada pelos alunos.



Fonte: A autora (2025)

Reconhecendo a importância de utilizar diversas metodologias, recursos e materiais para tornar o aprendizado significativo, foi planejada uma aula com o uso de material manipulativo (Plano de Aula 1, conforme Apêndices). Essa abordagem visou enriquecer a experiência dos alunos, tornando o processo de aprendizagem mais dinâmico e envolvente. A partir disso, utilizando a metodologia de etnomatemática, a professora organizou a turma em duplas e entregou uma pilha a cada dupla de alunos, juntamente com papel e tesoura, no qual os alunos deveriam encontrar a área deste cilindro (a pilha), por meio da dobradura envolvendo a pilha e o recorte do papel (Figura 8). Segundo D’Ambrosio (2001), a Etnomatemática defende que o ensino da matemática deve partir das experiências culturais dos alunos, valorizando seus contextos sociais e reconhecendo diferentes formas de pensamento lógico e matemático presentes nas práticas cotidianas.

Figura 8: Dobradura e recorte para encontrar a área da pilha.



Fonte: A autora (2025)

Posteriormente, a professora estagiária projetou e entregou material impresso com o conteúdo, na qual iniciou o estudo do cilindro, os elementos, e a classificação de acordo com sua inclinação. Após isso, deu-se continuidade ao Plano de Aula 1 com um questionamento: Vocês sabem o que são sólidos de revolução? A professora esperava que o termo fosse desconhecido, a partir disso seria explicado que um sólido de revolução é obtido a partir da rotação de uma figura plana em torno de um eixo. No entanto, a maioria dos alunos tinham entendimento sobre o que era um sólido de revolução. Nesse momento, foi demonstrado que o cilindro reto é um sólido de revolução, com o material Conjunto dos Sólidos de Revolução. Assim, com o apoio deste material, os alunos observaram que o cilindro reto é obtido por meio da rotação de um retângulo (figura plana) em torno de um eixo.

A partir da demonstração, foi realizada uma discussão a partir de alguns questionamentos: O cilindro oblíquo também é um sólido de revolução? Qual figura plana pode ser rotacionada para gerar esse sólido? Para responder estas perguntas, os alunos desenharam em um rascunho uma figura plana, que ao ser rotacionada formaria um cilindro oblíquo. Foram desenhadas diversas figuras que se pareciam com um paralelogramo. Os alunos foram, então, questionados novamente: A rotação destas figuras irão formar um cilindro oblíquo? Embora a resposta esperada fosse “não”, os alunos acreditavam que ao rotacionar a figura plana “paralelogramo” formaria um cilindro oblíquo. Então a professora explicou que: “um cilindro oblíquo não é um sólido de revolução, porque a rotação de qualquer figura plana não

formará esse sólido”. Com isso, a turma realizou as anotações em seus materiais sobre os sólidos de revolução.

Ainda, a partir da rotação das figuras, os alunos foram questionados: Caso um cilindro oblíquo seja cortado verticalmente ao meio, qual figura teremos ao abri-lo? A resposta esperada era que a figura formada seria um paralelogramo, e os alunos chegaram a esta conclusão. A outra pergunta foi: Caso se corte ao meio um cilindro reto, qual será a figura formada? A resposta esperada era que a figura encontrada seria um retângulo, e os alunos responderam certo. A partir disso, a professora estagiária explicou que esse corte permite observar a secção meridiana, os alunos compreenderam que a secção meridiana de um cilindro oblíquo é uma região limitada por um paralelogramo e que a medida da base desse paralelogramo é igual ao diâmetro ($2r$) e que a altura do paralelogramo não tem a mesma medida da geratriz, porque se trata de um cilindro oblíquo.

Os alunos também consolidaram o entendimento de que a secção meridiana de um cilindro reto é uma região retangular, e sua medida de base é o diâmetro do círculo, e que a relação entre a geratriz e a altura (as medidas são iguais). Já no cilindro equilátero, cuja secção meridiana é uma região quadrada, os alunos puderam compreender melhor que a base do quadrado é o diâmetro do círculo ($2r$), e puderam visualizar que a medida da altura do quadrado também é o diâmetro, fazendo uma relação entre o diâmetro, a altura e a geratriz, chegando a conclusão que todas as medidas são iguais.

Adiante, para o estudo da área de um cilindro, a professora estagiária solicitou que os alunos voltassem na planificação do cilindro que recortaram e colaram no material no início da aula. Foi explicado que o recorte representa a área da pilha, e para poder calcular a área, alguns questionamentos foram realizados: Quais figuras formam a área desse cilindro? Como se calcula a área de um círculo? Como se calcula a área de um retângulo? Como podemos encontrar a medida da base do retângulo sabendo que é a mesma medida do comprimento da circunferência? Os alunos responderam que as figuras que formam a área do cilindro são dois círculos e um retângulo. Que a área do círculo é $\pi * (raio)^2$ e a área do retângulo é $base * altura$. Assim, a professora demonstrou no quadro branco, porque as medidas da base do retângulo e o comprimento da circunferência são iguais e que esta é dada pelo perímetro da circunferência $2 * \pi * raio$.

O restante da aula seguiu de maneira expositiva e dialogada, a professora explicou que a área do retângulo é chamada de área lateral e a área do círculo é chamada de área da base, e sabendo que a área total do cilindro é dada pela área de um retângulo e dois círculos, a fórmula se dará por: $A_T = A_L + 2 * A_B$. Segundo a BNCC (BRASIL, 2018), o estudo de sólidos geométricos deve ir além da memorização de fórmulas, propondo o desenvolvimento de competências que conectem o conhecimento matemático a contextos práticos e tecnológicos. Em seguida, a professora realizou no quadro branco o desenvolvimento algébrico da fórmula, buscando colocar os termos em evidência. Foi notória, contudo, a dificuldade dos alunos em realizar essa operação de fatoração.

Em seguida, os alunos calcularam a área total da pilha que receberam (a partir da planificação feita), obtendo as medidas com uma régua a fim de realizarem o cálculo. Após todos os alunos concluírem o cálculo, a professora realizou a correção coletiva no quadro, promovendo um diálogo sobre as respostas encontradas, que se mostraram muito próximas entre si chegando à $A_T \simeq 24,63\text{cm}^2$. Enquanto calculavam, a professora projetou o cilindro e sua planificação no *software* GeoGebra, para melhor visualização do sólido.

Posteriormente, a professora explicou como calcular o volume de um cilindro, a partir de alguns questionamentos: Vocês já estudaram os prismas? Recordam como era calculado o volume dos prismas? Os alunos responderam que os prismas já foram estudados anteriormente e recordaram a fórmula, *área da base * altura*. Essa abordagem criou uma semelhança entre os sólidos, para fins de cálculo do volume. Assim, foi formalizado que o volume do cilindro é dado por: $V = A_b * h$ ($V = \pi * r^2 * h$).

Para consolidar o objeto do conhecimento, a professora apresentou um exemplo no quadro branco de cálculo da área de um cilindro e outro exemplo de volume do cilindro. Para sistematização e encerramento da aula, a professora pediu para que fizessem a lista de exercícios do material impresso, caso tivessem alguma dúvida poderiam pedir auxílio, mas apenas três alunos tiraram dúvidas, então a professora passou no quadro branco o gabarito. O aluno com laudo, precisou de uma atenção especial, mas realizou a atividade proposta como previsto, com a ajuda de seu monitor. O restante dos alunos demonstrou bom comportamento e participação efetiva durante a aula.

Em resumo, a turma apresentou um bom desenvolvimento, com poucas dúvidas e intervenções ao longo das atividades. O comportamento em sala de aula foi respeitoso, os alunos deixaram seus telefones na caixinha e entraram para sala de aula nos horários previstos. Foi observado que os alunos do fundo da sala se distraem facilmente e acabam tendo conversas paralelas, mas que atendem às solicitações da professora. Em relação ao objeto do conhecimento Cilindro, os alunos demonstraram interesse e facilidade em desenvolver os cálculos. Dessa forma, conclui-se que os objetivos desta aula foram satisfatoriamente alcançados.

A aula correspondente ao Plano de Aula 2, iniciou-se com a correção das atividades da semana anterior. Retomando as três questões que haviam gerado mais dúvidas entre os alunos e, com o objetivo de favorecer a participação e a construção coletiva do conhecimento, cada uma delas foi resolvida no quadro por um aluno. Ressalta-se que os alunos (Figura 9) que se voluntariaram apresentaram ótima desenvoltura ao realizar e explicar os exercícios, demonstrando segurança e domínio do conteúdo.

Figura 9: Aluno desenvolvendo o exercício no quadro branco.



Fonte: A autora (2025)

Em seguida, foi introduzido o novo objeto de estudo: o Cone. A professora estagiária explorou seus elementos, sua classificação e a seção meridiana. Reconhecendo a importância da diversificação de metodologias e recursos e materiais para tornar o aprendizado mais significativo, utilizou-se o Conjunto dos

Sólidos de Revolução (Figura 10) para analisar sua classificação. Com o apoio desse material, foi demonstrado que o cone reto é um sólido de revolução, obtido a partir da rotação de um triângulo retângulo em torno do seus catetos.

Figura 10: Conjunto dos Sólidos de Revolução.



Fonte: A autora (2025)

A partir dessa observação, iniciou-se uma discussão com a seguinte questão: O cone oblíquo também é considerado um sólido de revolução? Qual figura plana poderia ser rotacionada para gerar esse sólido? Com base nos conhecimentos já construídos sobre o cilindro, os alunos concluíram que o cone oblíquo não é um sólido de revolução. Em seguida, registraram suas conclusões em seus materiais. Essa abordagem teve como propósito enriquecer a experiência de aprendizagem, tornando o processo mais dinâmico, visual e significativo.

Após o intervalo, realizamos o desenho da planificação do cone reto e, por meio de questionamentos orientados, chegamos à construção do setor circular. A partir disso, retomamos a fórmula da área total do cone. Vale destacar que, neste primeiro momento da aula, contamos com a presença da professora regente Elizangela.

Na sequência, desenvolvemos a atividade de Investigação Matemática. Nela, o aluno era incentivado a assumir o papel de matemático, explorando, pesquisando e construindo seu próprio conhecimento de forma ativa.

As atividades de investigação contrastam-se claramente com as tarefas que são habitualmente usadas no processo de ensino aprendizagem, uma vez que são muito abertas, permitindo que o aluno coloque as suas

próprias questões e estabeleça o caminho a seguir. Numa investigação parte-se de uma situação que é preciso compreender ou de um conjunto de dados que é preciso organizar e interpretar. A partir daí formula-se questões, para as quais se procura fazer conjecturas. O teste destas conjecturas e recolha de mais dados pode levar a formulação de novas conjecturas ou à confirmação das conjecturas iniciais. Neste processo podem surgir também novas questões a investigar (PONTE *et al* OLIVEIRA; CUNHA; SEGURADO, 1998, p.10).

O objetivo da investigação foi explorar a relação entre os volumes dos sólidos cilindro e cone. Nesse momento, os alunos se organizaram em grupo de quatro componentes e receberam um roteiro (Figura 11), algumas folhas com figuras para recorte e grãos. Seguindo o roteiro, com a orientação da professora, descobriram como calcular o volume de um cone.

Figura 11: Roteiro.

Roteiro: 1. Recorte as 4 planificações, cole no local indicado e monte os sólidos geométricos correspondentes a essas planificações. Quais sólidos foram formados? 2. Quais características o cilindro e o cone têm em comum? 3. Preencha o cilindro com os grãos. A quantidade de grãos que cabem dentro desse cilindro representam qual grandeza? 4. Qual a fórmula do volume de um cilindro? 5. Agora utilizando os grãos do cilindro, preencha os cones. Qual a relação entre o volume do cilindro e o volume do cone? 6. Sendo assim, como podemos escrever o volume de um cone?
--

Fonte: A autora (2025)

Na sequência, todos os alunos realizaram corretamente o recorte das figuras e identificaram que o cone e o cilindro utilizados possuíam a mesma área de base e a mesma altura. A partir da manipulação dos sólidos (Figura 12), os grupos chegaram à conclusão de que o volume de três cones equivale ao volume de um cilindro com mesma área de base e altura. Essa atividade foi extremamente significativa, pois permitiu que os alunos compreendessem o conceito de volume de forma concreta, sem a necessidade de decorar fórmulas de maneira mecânica, à medida que a partir desse entendimento, teorizou-se que as relações entre as medidas e os formatos dos sólidos passam a fazer sentido, favorecendo a construção de conhecimentos mais sólidos e duradouros.

Figura 12: Alunos manipulando os materiais.



Fonte: A autora (2025)

Para finalizar o estudo do Cone, a professora realizou no quadro um exemplo com os alunos, envolvendo o cálculo de área e volume de um cone. Em seguida, os alunos resolveram os exercícios propostos na lista, desenvolvendo os conceitos estudados. A interação e o diálogo entre a professora e a turma ocorreram de forma satisfatória, indicando bom engajamento.

Apesar de algumas conversas paralelas, estas não prejudicaram o andamento da aula nem a compreensão do conteúdo. Conforme Piaget (1976) e Vygotsky (1987), a interação social é essencial para a construção do conhecimento, mas deve ser mediada para garantir o aprendizado significativo. A interação entre os próprios alunos também foi positiva, trabalharam bem em grupo, demonstrando cooperação, troca de ideias e ajuda mútua na realização das atividades.

Os objetivos da aula foram alcançados, não houve dificuldades que impedissem o desenvolvimento do conteúdo previsto. A atividade investigativa contribuiu para tornar o aprendizado mais significativo e facilitou a comparação entre os volumes dos dois sólidos estudados. A maioria dos alunos conseguiu concluir os exercícios ainda em aula, desenvolvendo corretamente os conceitos.

Nesta aula (Plano de aula 3), estiveram presentes a professora regente da turma, Elisângela, e a professora orientadora, Julhane, para acompanhar o desenvolvimento da atividade. Essa observação teve como objetivo acompanhar e avaliar o desempenho da professora estagiária durante a regência, analisando aspectos como planejamento, condução da aula, domínio do conteúdo e interação com os alunos. Além disso, esse momento possibilitou um olhar mais atento sobre o desenvolvimento das metodologias escolhidas e a articulação entre teoria e prática. A presença das professoras foi fundamental para oferecer orientações e sugestões que contribuíram significativamente para o aprimoramento da prática docente e para o desenvolvimento profissional durante o estágio.

Para iniciar a aula, foram retomados com os alunos os exercícios da aula anterior, os quais foram propostos como tarefa de casa para aqueles que não os haviam concluído. Alguns alunos apresentaram dúvidas e, para favorecer a participação, algumas questões foram resolvidas por eles no quadro branco, com a mediação e explicações complementares da professora estagiária.

Por conseguinte, para dar início ao objeto do conhecimento Tronco de Cone, a professora utilizou a metodologia de Investigação Matemática. Na etapa de problematização, foi apresentada uma situação envolvendo uma mini caixa d'água (Figura 13) e a turma foi questionada sobre qual sólido geométrico poderia representá-la. De imediato, os alunos responderam que se tratava de um tronco de cone, diferente do que havia sido previsto inicialmente, no qual demonstram que já possuíam algum conhecimento prévio sobre o tema.

Figura 13: Professora estagiária manipulando a mini caixa d'água.



Fonte: A autora (2025)

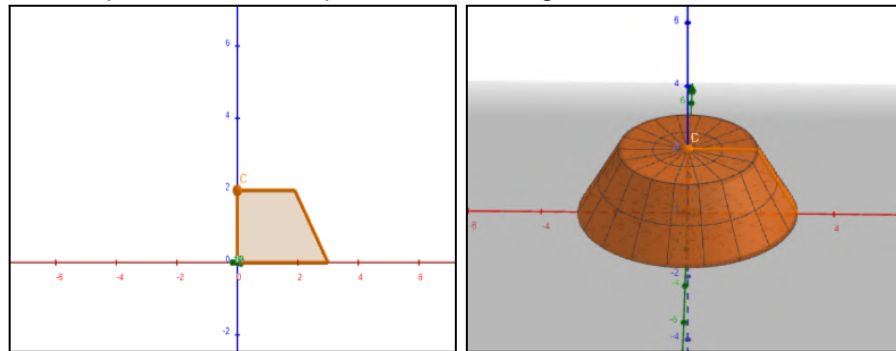
A partir da observação caixa de água, a professora os conduziu a uma problematização: Qual é aproximadamente a quantidade de material necessário para fabricar uma caixa de água desse formato, considerando que o raio do seu topo mede 1m e o raio de sua base mede 83 cm e nela cabem 2.000 litros de água?

Também foi colocado um cone de papel sobre a miniatura da caixa d'água, dando continuidade à atividade com novos questionamentos para estimular a observação e o raciocínio dos alunos. Em seguida, foram estudados os elementos e a classificação do tronco de cone, aprofundando a compreensão sobre suas características e relações com o cone original.

Buscando incorporar recursos tecnológicos na abordagem do conteúdo por meio do *software* GeoGebra (Figura 14), este permitiu aos alunos visualizarem de forma dinâmica que um tronco de cone reto pode ser obtido pela rotação de um trapézio reto em torno de um eixo. Segundo Freire,

[...] o *software GeoGebra* promove processos de aprendizagem específicos e possibilita a criação de situações que propiciam novos modos de ação e validação, nas quais os alunos interagem com o computador durante a realização das atividades e criam novas possibilidades com o uso de figuras geométricas dinâmicas, expõem fórmulas e teoremas vistos antes apenas em livros didáticos de forma estática (FREIRE, 2015, p. 85).

Figura 14: Trapézio rotacionado pelo *software* Geogebra, formando um tronco de cone.



Fonte: A autora (2025)

A partir dessa observação, foram realizados alguns questionamentos sobre a classificação do tronco de cone, promovendo a reflexão e a consolidação do conteúdo estudado.

Durante a dedução das fórmulas de área e volume do tronco de cone, os alunos acompanharam o raciocínio e colaboraram ativamente no desenvolvimento das etapas. Eles, no entanto, questionaram se seria necessário memorizar todo o processo de dedução. A professora explicou que no dia a dia escolar, normalmente utilizamos apenas as fórmulas prontas, mas que compreender sua origem é fundamental, pois esse entendimento permite deduzi-las quando necessário, especialmente em situações em que as fórmulas não estiverem disponíveis.

Para encerrar a aula, foi retomado e resolvido o problema proposto no início da aula, relacionado à caixa d'água. Em seguida, os alunos realizaram uma lista de exercícios para consolidar o conteúdo estudado. Devido ao tempo maior dedicado à dedução e à discussão teórica, o período em sala para a resolução dos exercícios foi reduzido, fazendo com que a maioria dos exercícios ficassem como tarefa para casa. No entanto, a professora estagiária conseguiu dedicar uma atenção especial ao aluno com laudo (Figura 15), que, por se tratar de um conteúdo mais extenso e complexo, necessitou de acompanhamento para compreender e resolver alguns dos exercícios propostos.

Figura 15: Professora estagiária dando suporte ao aluno laudado.



Fonte: A autora (2025)

O mesmo tem Transtorno do Espectro Autista (TEA) de grau elevado. O TEA é uma condição do neurodesenvolvimento que tem por característica a dificuldade na comunicação, na interação social e na existência de comportamentos repetitivos e interesses restritos, que se manifestam em diversos níveis e intensidades. Cada pessoa com TEA é única, podendo apresentar desde grandes habilidades e/ou necessidades de apoio.

A inclusão do aluno com Transtorno do Espectro Autista no ensino regular demanda não apenas a oferta de recursos e serviços, como o Atendimento Educacional Especializado, mas também uma prática pedagógica que considere as especificidades desse estudante, promovendo sua participação e aprendizagem de forma efetiva (MANTOAN 2006, p. 43).

Nesta perspectiva, o aluno com TEA precisa de adaptações pedagógicas, apoio, mediação e um ambiente estruturado, com rotinas claras e previsíveis. Portanto, deve-se respeitar seus ritmos, modos de aprender e suas necessidades sensoriais, sociais e emocionais. Seu monitor o acompanha durante a rotina escolar, auxiliando-o nas atividades pedagógicas, na organização das suas tarefas, na comunicação e interação social com colegas, e o apoia nos deslocamentos.

O profissional de apoio escolar é indispensável para garantir que os alunos com necessidades específicas, como aqueles com Transtorno do Espectro Autista, possam participar das atividades escolares, interagir com seus pares e desenvolver sua autonomia dentro do ambiente escolar (MANTOAN, 2006, p. 52).

O monitor não substitui o professor, mas atua como um facilitador do processo de inclusão. O aluno com TEA frequenta o AEE, logo "O AEE é fundamental para

promover a eliminação de barreiras e garantir que os alunos com TEA desenvolvam habilidades acadêmicas, sociais e de autonomia, favorecendo sua inclusão no ensino regular" (BRASIL, 2008, p. 15). Neste sentido, faz-se necessário este apoio profissional, contribuindo significativamente para o processo de aprendizagem e de socialização do mesmo.

A interação entre a professora e os alunos ocorreu de forma um pouco diferente das aulas anteriores. A presença das professoras observadoras parece ter deixado a estagiária um pouco nervosa, o que refletiu no comportamento da turma, que se mostrou mais retraída e silenciosa, participando menos do que o habitual. Em alguns momentos, foi necessário incentivar com mais frequência o diálogo para obter respostas às perguntas feitas durante a explicação. Apesar disso, os objetivos da aula foram alcançados, e os alunos demonstraram boa compreensão do conteúdo abordado, sem apresentar dificuldades significativas.

Ao longo da regência (Plano de Aula 4), ao chegar para ministrar a aula em uma das manhãs, os alunos demonstraram curiosidade ao verem a professora estagiária no corredor segurando o globo terrestre. Logo, iniciamos a aula, retomando as questões da aula anterior, já que alguns alunos ainda tinham dúvidas. Três dessas questões foram resolvidas por eles no quadro branco, enquanto a professora estagiária acompanhava as resoluções, esclarecia o conteúdo e realizava questionamentos para verificar a compreensão. Logo, avançamos para o novo conteúdo: Esfera.

O Método Expositivo e Dialogado foi uma das metodologias de ensino mais utilizadas durante a regência de classe. Segundo Anastasiou e Alves, este método

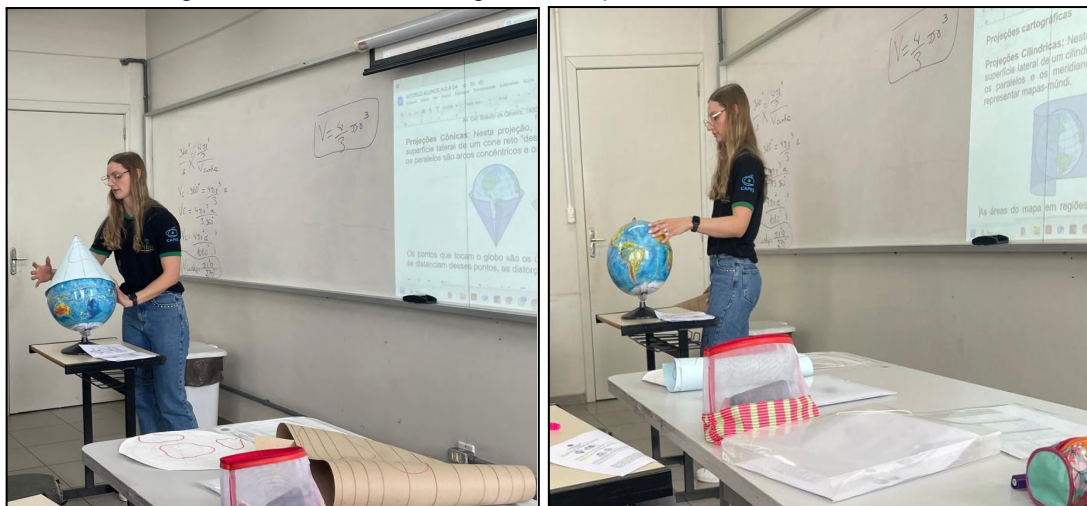
(...) é uma exposição de conteúdo, com a participação ativa dos estudantes, cujo conhecimento prévio deve ser considerado e pode ser tomado como ponto de partida. O professor leva os estudantes a questionário, interpretarem e discutirem o objetivo de estudo, a partir do reconhecimento e do confronto com a realidade (ANASTASIOU; ALVES 2004, p. 79) .

Desse modo, começamos estudando a definição da esfera e seus elementos. Em seguida, trabalhamos a visualização do semicírculo gerando o sólido de revolução, a partir do Conjunto dos Sólidos de Revolução, resultando na formação da esfera. Esse momento foi conduzido por meio da metodologia expositiva e dialogada, orientada por questionamentos que estimularam a participação e reflexão dos alunos.

A aula prosseguiu com a dedução das fórmulas do volume e da área da esfera. Para a dedução do volume, analisamos a esfera comparando-a a um sólido “S”, composto por um cilindro de raio r e altura $2r$, do qual são retirados dois cones congruentes. A partir dessa comparação, aplicamos o Princípio de Cavalieri, o qual afirma que, se dois sólidos tridimensionais possuem a mesma altura e áreas de seções transversais (cortes paralelos à base) iguais em todas as alturas, então seus volumes também são iguais. Assim, foi possível demonstrar que o volume da esfera corresponde a $\frac{4}{3}\pi r^3$.

Com o globo terrestre, trabalhamos o fuso esférico e a cunha esférica. A professora estagiária explicou que o fuso esférico é uma parte da superfície da esfera formada pela rotação de uma semicircunferência em torno de um de seus diâmetros. Já a cunha esférica é um sólido que corresponde a uma “fatia” da esfera, semelhante a um gomo de laranja (semicírculo). Com o globo terrestre, também foi trabalhado a representação da superfície esférica da Terra. Por meio de questionamentos, chegamos às diferentes projeções cartográficas (cilíndrica, cônica e azimutal) e às suas deformações. Para facilitar a visualização (Figura 16), a professora estagiária envolveu o globo com papel.

Figura 16: Professora estagiária manipulando o Globo Terrestre.



Fonte: A autora (2025)

Sabendo da importância dos recursos didáticos no processo de ensino e aprendizagem, o professor deve confiar na capacidade do aluno de construir seu próprio conhecimento. Para isso, é essencial propor atividades que façam sentido e estejam relacionadas ao conteúdo trabalhado, favorecendo a compreensão e a participação ativa dos alunos.

O professor poderá concluir juntamente com seus alunos, que o uso dos recursos didáticos é muito importante para uma melhor aplicação do conteúdo, e que, uma maneira de verificar isso é na aplicação das aulas, onde poderá ser verificada a interação do aluno com o conteúdo. Os educadores devem concluir que o uso de recursos didáticos deve servir de auxílio para que no futuro seus alunos aprofundem e ampliem seus conhecimentos e produzam outros conhecimentos a partir desses. Ao professor cabe, portanto, saber que o material mais adequado deve ser construído, sendo assim, o aluno terá oportunidade de aprender de forma mais efetiva e dinâmica. (SOUZA, 2007, p. 110).

No entanto, caso o entendimento do objeto do conhecimento não tenha ficado totalmente claro apenas com o uso do globo terrestre, a professora estagiária também utilizou um vídeo explicativo sobre as projeções cartográficas, reforçando e retomando os conceitos trabalhados em aula. Durante a exibição do vídeo, foi possível perceber que muitos alunos estavam cansados, possivelmente em decorrência das demandas acadêmicas. Inclusive, uma aluna chegou a adormecer enquanto o conteúdo sobre projeções cartográficas era apresentado.

Apesar disso, acredita-se que o uso de recursos como o Globo Terrestre, as planificações e o Conjunto de Sólidos de Revolução contribuíram significativamente para a compreensão do objeto do conhecimento estudado. A utilização desses recursos visuais e manipulativos tornou a abordagem mais concreta, facilitando a assimilação dos conceitos. O conteúdo programado no plano de aula foi concluído, e os exemplos desenvolvidos, sendo a maior parte dos exercícios para serem concluídos como tarefa de casa.

No Plano de Aula 5, ao iniciar a aula, a professora estagiária pretendia corrigir as questões da aula anterior. No entanto, como os alunos não apresentaram dúvidas e demonstraram segurança em relação ao conteúdo, optou-se por seguir com a continuidade da aula normalmente. Durante a chamada, a professora estagiária observou que vários alunos estavam ausentes, pois estavam representando a instituição em um evento. Assim, aproveitou-se esse momento para verificar os cadernos e conferir se haviam realizado o tema de casa e se havia ainda alguma dúvida.

Dando continuidade à aula, a professora trabalhou uma lista de revisão. As atividades propostas tinham como objetivo retomar conteúdos já estudados e reforçar aqueles que estavam sendo desenvolvidos no momento. Essa prática auxilia o estudante a lembrar e exercitar o conhecimento, permitindo que identifique o que já domina e o que ainda precisa aprimorar. Embora não tenha sido

possível concluí-la integralmente durante o período de aula, a maioria dos alunos conseguiu resolver cerca de metade das questões propostas.

Na sequência, realizamos a atividade do “sorvete” (Figura 17). Nesse momento, os alunos se organizaram em grupos de quatro integrantes. Cada grupo recebeu um roteiro, fita métrica, régua, uma casquinha de sorvete, um pote e uma bola (representando a bola de sorvete), que foram utilizados na atividade investigativa. O objetivo era, de forma prática investigar qual recipiente comporta maior quantidade de sorvete: a casquinha (cone) ou o pote (tronco de cone), utilizando a bola de sorvete (esfera) como referência.

Figura 17: Alunos realizando a atividade investigativa do “Sorvete”.



Fonte: A autora (2025)

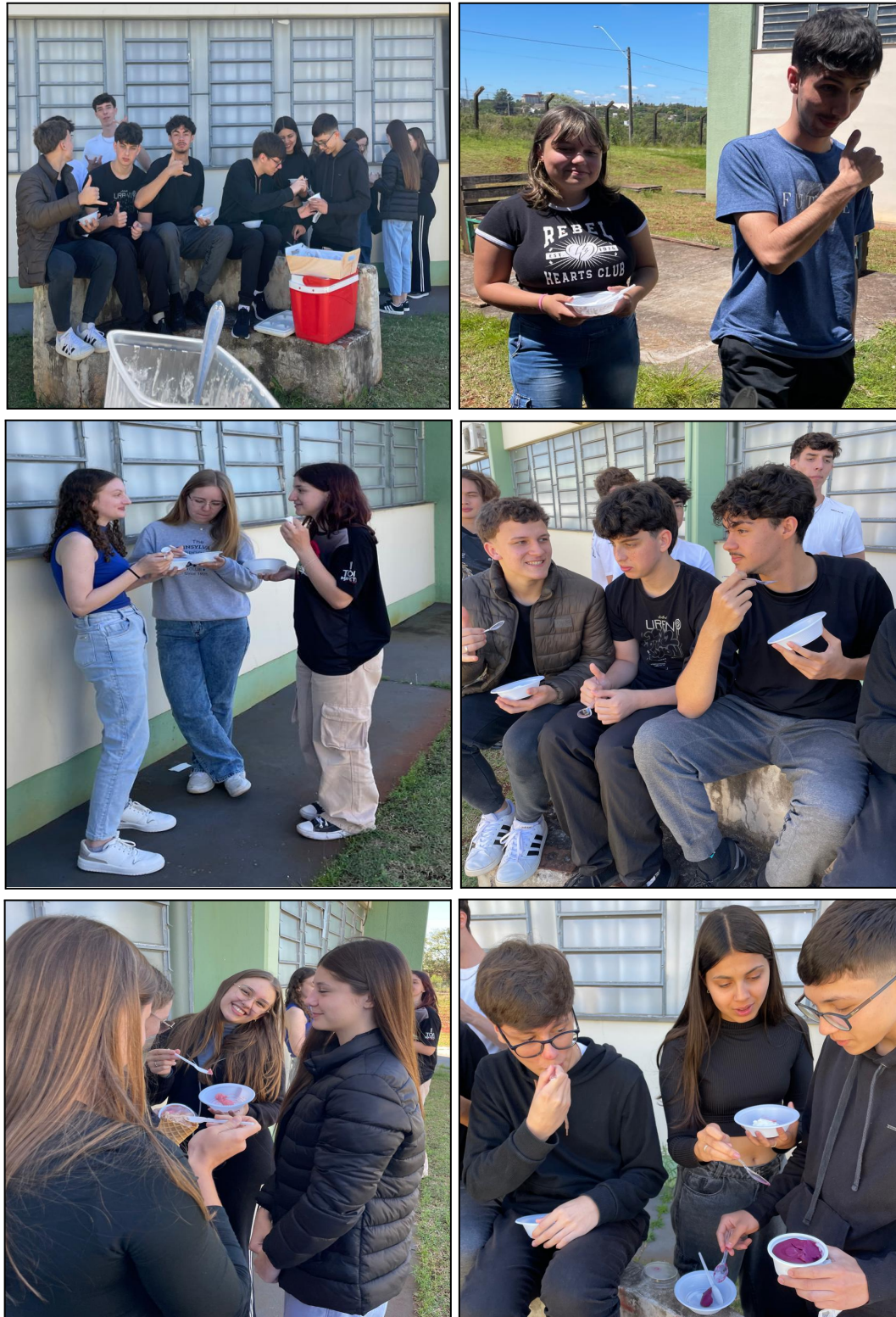
Essa atividade prática, em consonância com a perspectiva de Lorenzato (2006), evidencia que a abstração pode surgir a partir do concreto, uma vez que permite aos estudantes manipular materiais, realizar medições reais e transformar suas observações em conceitos matemáticos abstratos. Para o autor, é justamente a interação com o concreto que favorece a construção de significados mais profundos

e uma compreensão mais sólida dos princípios matemáticos. Logo, os alunos desenvolveram com facilidade as medições e os cálculos propostos.

O exercício prático solidificou os conceitos matemáticos abordados na aula, e também promoveu o trabalho em equipe, a troca de ideias e o desenvolvimento do conhecimento de forma lúdica e significativa. Essa abordagem é fundamental para a aprendizagem ativa, como defendido por Piaget (1973), que ressalta a importância de experiências práticas para a construção do conhecimento. Foi possível perceber o quanto estavam entusiasmados e engajados com a dinâmica, tornando o processo de aprendizagem mais leve e prazeroso.

De forma espontânea, os alunos questionaram a professora estagiária se ganhariam sorvete de verdade, além da casquinha e do potinho utilizados na atividade prática. A professora respondeu afirmativamente, e que o momento de degustar o sorvete seria após o término da atividade. O encerramento da aula foi no pátio (Figura 18), onde os alunos puderam saborear o sorvete.

Figura 18: Alunos saboreando o sorvete.



Fonte: A autora (2025)

A aula foi encerrada com um clima de satisfação e motivação, por parte dos alunos e da professora estagiária, evidenciando o sucesso das metodologias desenvolvidas.

No decorrer do estágio, iniciamos uma manhã retomando as questões da lista de revisão da aula anterior, uma vez que alguns alunos ainda apresentavam algumas dúvidas. O Plano de Aula 6 foi destinado à avaliação somativa, realizada por meio de um trabalho em duplas (Figura 19), permitindo a mobilização e a consolidação dos conhecimentos estudados.

Figura 19: Alunos em duplas realizando o trabalho.



Fonte: A autora (2025)

O trabalho colaborativo em sala de aula, como na organização em duplas, favorece a interação, o desenvolvimento do pensamento crítico e a construção compartilhada do conhecimento, aspectos essenciais para uma aprendizagem significativa (VYGOTSKY, 2001).

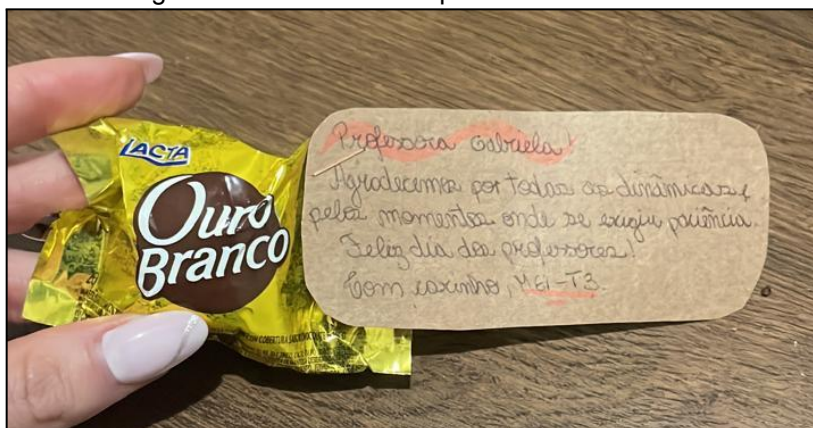
Neste sentido, o trabalho em dupla permitiu a troca de conhecimentos, promovendo uma construção conjunta do saber, além de estimular a comunicação, a organização de pensamento e a resolução de conflitos. Além disso, tornou a aula mais dinâmica, interessante e motivadora, estimulando a participação dos alunos. Bem como, foi favorável para alunos incluídos, que se sentiram mais acolhidos no processo de ensino e aprendizagem.

O trabalho avaliativo teve caráter quantitativo, atribuindo 4 pontos de acordo com critérios previamente estabelecidos. Foram considerados o desempenho individual e coletivo durante a execução das tarefas, a organização das ideias, o raciocínio lógico aplicado na resolução das atividades e a clareza na apresentação das soluções. Os alunos desenvolveram o trabalho avaliativo dentro do tempo previsto, demonstrando bom comportamento, não havendo casos de indisciplina

nem tentativas de cola.

Ao final da aula, os alunos deixaram um mimo (Figura 20) para a professora estagiária, pois naquela semana comemorava-se o Dia do Professor.

Figura 20: Mimo recebido pelo Dia do Professor.



Fonte: A autora (2025)

Esse gesto simples, fez com que a professora se sentisse profundamente honrada e reconhecida pelo trabalho desenvolvido. O carinho demonstrado pelos alunos reforçou a importância do vínculo construído ao longo das aulas e evidenciou que, além do conteúdo, também foram cultivados respeito e afeto no espaço da sala de aula.

Na penúltima aula (plano de aula 7), a professora estagiária iniciou a aula utilizando a metodologia de análise de erros, na qual os alunos analisaram os erros cometidos no trabalho avaliativo da aula anterior. Concordando com Cury (2007, p. 14) sobre o fato de que, a análise das respostas dadas pelos estudantes a um problema permite ao professor e aos alunos, “a possibilidade de entender, mais de perto, como se dá a apropriação do saber dos estudantes”.

A análise das respostas, além de ser uma metodologia de pesquisa, pode ser, também, enfocada como metodologia de ensino, se for empregada em sala de aula, como “trampolim para a aprendizagem” (BORASI, 1985), partindo dos erros detectados e levando os alunos a questionar suas respostas, para construir o próprio conhecimento (CURY, 2007, p. 14).

Diante disso, foram apresentados os principais tipos de erros de acordo com Cury (1994) que podem ocorrer na resolução de exercícios, tais como: erro de interpretação, erro de linguagem/simbologia, erro conceitual, erro procedimental, erro de transcrição de dados, erro não identificado e erro por falta de atenção.

Em seguida, cada dupla recebeu uma questão que continha um erro pré-determinado. A tarefa consistia em identificar qual tipo de erro havia sido cometido, explicar sua origem e, por fim, apresentar a resolução correta do

exercício.

Consequentemente, os alunos realizaram a correção, descrevendo o tipo de erro cometido em cada uma. Observou-se que a maior dificuldade da turma ocorreu na questão de número 1 (Figura 21), que apresentava o seguinte enunciado: “A área lateral de um tronco de cone vale $560\pi\text{cm}^2$. O raio da base maior e a geratriz têm as medidas iguais. O raio da base menor vale 8 cm e a altura do tronco mede 16 cm. Determine a geratriz”. Os erros mais recorrentes estavam relacionados à aplicação da fórmula de Bhaskara e ao uso dos produtos notáveis, que, em alguns casos, não foram adequadamente desenvolvidos pelos alunos.

Figura 21: Erros cometidos pelos alunos no trabalho avaliativo, questão número 1.

Handwritten student work showing errors in solving for the slant height (g) of a truncated cone. The work is divided into four panels:

- Top Left:** Shows the formula $l \cdot g \cdot (g + r) = 560\pi$ and the calculation $g = \sqrt{70} = 8,366 \text{ cm}$.
- Top Right:** Shows the formula $560\pi = \pi \cdot g \cdot (g + r)$ and the calculation $g = 16,6 \text{ cm}$.
- Bottom Left:** Includes a diagram of a right triangle with sides 16, $g-8$, and g . The calculation is $g^2 = (g-8)^2 + 16^2$, leading to $g = 11,95 \text{ cm}$.
- Bottom Right:** Shows the formula $AL = \pi \cdot g \cdot (R + r)$ with $R = 8$. The calculation is $560\pi = \pi \cdot g \cdot (g + 8)$, leading to $g = 11,95 \text{ cm}$.

Fonte: A autora (2025)

O principal objetivo da atividade era levar os alunos a refletirem sobre os equívocos cometidos. Dessa forma, eles puderam identificar que, na maioria das vezes, os erros estavam relacionados à falta de atenção, a falhas procedimentais e/ou conceituais. Apesar desses pequenos equívocos, durante a correção do trabalho foi possível observar que a turma demonstrou uma boa compreensão do conteúdo, uma vez que nenhum aluno obteve nota inferior à média estabelecida.

Em seguida, foi realizada uma avaliação que abordou todo o conteúdo estudado ao longo do estágio. Conforme Perrenoud (1999), a avaliação somativa desempenha um papel importante ao medir o resultado da aprendizagem dos alunos. A prova foi elaborada com base nos exercícios já trabalhados ao longo

do estágio e teve como objetivo avaliar o progresso dos estudantes na compreensão dos conceitos de Geometria Espacial estudados.

Segundo Luckesi (2011), a avaliação não deve ser compreendida apenas como um instrumento para verificar a aprendizagem, mas como um processo contínuo que visa apoiar o desenvolvimento do aluno. Desse modo, a avaliação somativa não foi o único método utilizado para analisar o desempenho dos alunos, que foi monitorado através de um processo contínuo.

Nicol e Macfarlane-Dick (2006) destacam que a avaliação formativa se caracteriza por acompanhar o aprendizado durante o desenvolvimento das atividades, fornecendo informações valiosas tanto para os professores quanto para os alunos. Dessa forma, ao longo das aulas, os estudantes foram avaliados de maneira contínua, considerando seu progresso, participação e evolução no processo de aprendizagem.

Os alunos desenvolveram a avaliação dentro do tempo previsto, mantendo um bom comportamento, e sem registros de indisciplina. Ficou acordado que poderiam sair apenas às 11h, porém, antes desse horário, oito alunos já haviam finalizado a avaliação.

Na correção da prova, constatou-se que apenas duas alunas obtiveram notas abaixo da média, embora com resultados próximos a ela. De modo geral, o desempenho foi satisfatório. Entretanto, observou-se que os erros cometidos pelos alunos são na maioria das vezes por falta de atenção, erro procedimental ou/e conceitual.

A última aula (plano de aula 8) iniciou com a metodologia de Análise de Erros. No primeiro momento, os alunos receberam a avaliação corrigida e foram instruídos a identificar seus equívocos cometidos, utilizando de recursos tecnológicos.

O uso de TDIC's no contexto educacional, bem como a incorporação da Inteligência Artificial (IA), tem se destacado como um importante recurso no processo de ensino e aprendizagem. Além disso, a importância dessas tecnologias é reconhecida e enfatizada na BNCC, que destaca as diretrizes para a integração da cultura digital na educação (BRASIL, 2018).

Essas tecnologias oferecem novas possibilidades de mediação pedagógica, tornando as aulas mais dinâmicas e interativas. No entanto, seu uso também traz desvantagens. À medida que passamos a adotá-la como estratégias de ensino, aumenta-se a responsabilidade de promover seu uso consciente, favorecendo a

construção do conhecimento, sem prejudicar a autonomia e o pensamento crítico dos alunos.

Diante disso, por conseguinte a atividade proposta pela professora estagiária e realizada pelos alunos, foi refazer uma das questões da avaliação em que apresentaram erros, primeiro de forma manual e depois com o auxílio de uma ferramenta de inteligência artificial de sua preferência, assim, comparando os resultados obtidos e verificando sua correção. Além disso, elaboraram um breve parágrafo (Figura 22) apresentando as conclusões alcançadas a partir do uso da ferramenta de IA.

Figura 22: Parágrafo de conclusões sobre a utilização de IA.

The image displays three sections of handwritten student work. The top-left section contains calculations for the volume of a cylinder and a cone, and a final volume calculation. The top-right section shows calculations for the radius and area of a cylinder. The bottom section is a paragraph comparing ChatGPT and DeepSeek.

Left Column (Handwritten Calculations):

As poucas vezes que eu uso IA, costumo usar o Chat GPT. Ele possui uma quantidade de erros baixa, entretanto ele acaba falhando mais em matérias que possuem cálculos com interpretações.

IA $\rightarrow V_{cil} = \pi r^2 h = \pi \times 3^2 \times 7 = 63\pi$
 $V_{con} = \frac{2}{3} \pi r^2 h = \frac{2}{3} \pi \times 3^2 \times 4 = 18\pi$
 $V_{cone} = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \times 3^2 \times 4 = 12\pi$
 $63\pi - 30\pi = 33\pi$
 $V = 33 \times 3 = 99 \text{ cm}^3$
 Δ Resposta correta

Minha $\rightarrow (3 \cdot 3^2 \cdot 7) - \left[\left(\frac{4}{3} \cdot 3 \cdot 3^2 \cdot 2 \right) + \left(\frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 3^2 \cdot 4 \right) \right]$
 $(189) - [(54) + (36)] \rightarrow 189 - 90 = 99 \text{ cm}^3$

Right Column (Handwritten Calculations):

Mateus A. Ruhl Schneider

Gemini (IA)

Cilindro equilateral

$h = 2r$

CÁLCULO DO RAIO:

$V = \pi r^2 h$
 $250\pi = \pi r^2 \times 2r$
 $250\pi = 2r^3 \pi$
 $r^3 = \frac{250\pi}{2\pi}$
 $r^3 = 125$
 $r = 5 \text{ cm} \rightarrow h = 10 \text{ cm}$

$A = 2Ab + A1$
 $A = 2 \cdot \pi r^2 + 2\pi r h$
 $A = 2\pi (5)^2 + 2\pi \cdot 5 \cdot 10$
 $A = 50\pi + 100\pi$
 $A = 150\pi \text{ cm}^2$

Bottom Section (Handwritten Paragraph):

Eu vario entre ChatGPT e DeepSeek, depende o que eu preciso. Para interpretação de imagens o Chat é melhor, mas para busca de informações prefiro DeepSeek. No geral, os dois funcionam bem nas matérias racionais, sendo resolutiva e didática. No entanto, falando das matérias do técnico, eles não possuem um conteúdo específico e várias fórmulas.

Fonte: A autora (2025)

Diante das respostas, percebe-se que parte dos alunos utiliza IA's com frequência, tanto para atividades escolares quanto para tarefas cotidianas, enquanto outros fazem uso apenas ocasionalmente. Observa-se que, embora reconheçam as vantagens dessas ferramentas, também demonstram consciência de suas limitações. Entre as IA's mais mencionadas pelos alunos, destacaram-se o ChatGPT, o Gemini e o DeepSeek.

Embora a inteligência artificial ofereça recursos valiosos para a educação, ela também apresenta limitações, o que evidencia a importância da mediação humana

no processo de aprendizagem. À medida que a IA se integra ao ensino, torna-se essencial orientar os alunos para utilizá-la de forma consciente, cabendo ao professor explorar essas ferramentas de modo pedagógico, assim preparando os alunos para atuar em uma sociedade cada vez mais tecnológica.

No segundo momento, os alunos utilizaram seus telefones celulares para acessar a plataforma *Kahoot* e participaram de um *quiz* com perguntas de revisão sobre o todo o conteúdo estudado até o momento.

O uso de tecnologias digitais, especialmente os jogos digitais, contribui para tornar as aulas mais dinâmicas e engajadas. Esses recursos ajudam os alunos a aprenderem de forma mais ativa, oferecendo desafios, interação e *feedback* imediato, o que favorece o raciocínio, a criatividade e o interesse pelo conteúdo trabalho. Integrar jogos ao ensino aproxima os estudantes da aprendizagem significativa e alinhada com seu cotidiano.

Os jogos, enquanto recurso didático, têm se mostrado eficazes no processo de ensino e aprendizagem, especialmente na Matemática, ao proporcionar um ambiente lúdico e interativo. Eles estimulam a participação ativa dos alunos e favorecem a construção de conceitos de maneira prazerosa e dinâmica. Nesse contexto, os PCN's defendem a importância da utilização de jogos nas salas de aula.

Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações problema que exige soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações; possibilitam a construção de uma atitude positiva perante os erros, uma vez que as situações sucedem-se rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação, sem deixar marcas negativas. (BRASIL, 1998, p. 46).

A atividade gerou grande entusiasmo entre a turma, que demonstrou engajamento e interesse ao interagir com o jogo, tornando a revisão mais dinâmica.

Após a realização do *quiz*, foi entregue aos alunos um questionário de *feedback* (Figura 23), acerca da qualidade das aulas, a assimilação dos conteúdos trabalhados, o processo de aprendizagem e a atuação da professora estagiária.

Figura 23: Feedback dos alunos.

9. A professora estagiária demonstrou domínio dos conteúdos? ☒ Sim () Parcialmente () Não 10. A professora estagiária foi atenciosa e disponível para tirar dúvidas? ☒ Sempre () Às vezes () Raramente 11. Você se sentiu à vontade para participar das aulas? ☒ Sim () Em parte () Não 12. O que você mais gostou nas aulas? <i>A forma como a profª interage e se preocupa com os alunos.</i> 13. O que poderia ser melhorado? <i>Talvez deixar um tempo pequeno aberto para perguntas.</i> 14. Como você avalia o seu próprio aprendizado durante o estágio? ☒ Excelente ☒ Bom () Regular () Precisa melhorar 15. Deixe um recado ou sugestão para a professora estagiária: <i>Gostei muito das interações e das aulas. Espero que você tenha uma carreira incrível. Boa sorte! Obrigada pelos ensinamentos e pelo sorriso!</i>	9. A professora estagiária demonstrou domínio dos conteúdos? ☒ Sim () Parcialmente () Não 10. A professora estagiária foi atenciosa e disponível para tirar dúvidas? ☒ Sempre () Às vezes () Raramente 11. Você se sentiu à vontade para participar das aulas? ☒ Sim () Em parte () Não 12. O que você mais gostou nas aulas? <i>Atividades dinâmicas, mas principalmente a presença da dedução das fórmulas.</i> 13. O que poderia ser melhorado? <i>Atividades de vestibular + dificuldades.</i> 14. Como você avalia o seu próprio aprendizado durante o estágio? ☒ Excelente () Bom () Regular () Precisa melhorar 15. Deixe um recado ou sugestão para a professora estagiária: <i>Calibração maior de conteúdo, sendo equivalente a uma boa explicação, mas o recado que seja justo.</i>
12. O que você mais gostou nas aulas? <i>As atividades com o sagu.</i> 13. O que poderia ser melhorado? <i>A forma de explicar, talvez usar menos slides e fazer os desenhos das folhas de conteúdo menores.</i> 14. Como você avalia o seu próprio aprendizado durante o estágio? ☒ Excelente ☒ Bom () Regular () Precisa melhorar 15. Deixe um recado ou sugestão para a professora estagiária: <i>Explicar as resoluções de questões que pede para os alunos resolver no quadro.</i> <i>→ Gostei bastante que você se preocupa não só se fizemos as atividades, mas se estamos bem além da sala de aulas.</i>	
14. Como você avalia o seu próprio aprendizado durante o estágio? ☒ Excelente ☒ Bom () Regular () Precisa melhorar 15. Deixe um recado ou sugestão para a professora estagiária: <i>Professora, muito obrigada por me ajudar na matéria em que eu mais tenho dificuldade. Agora eu gosto um pouco mais de matemática :)</i>	
14. Como você avalia o seu próprio aprendizado durante o estágio? ☒ Excelente ☒ Bom () Regular () Precisa melhorar 15. Deixe um recado ou sugestão para a professora estagiária: <i>achei muito interessante o dispositivo do professor só em trazer o aprendizado para fora do colégio, continue assim!</i>	
12. O que você mais gostou nas aulas? <i>Dinâmicas utilizadas fora do conteúdo teórico</i> 13. O que poderia ser melhorado? <i>1) veja forma mais simplificada</i> 14. Como você avalia o seu próprio aprendizado durante o estágio? ☒ Excelente ☒ Bom () Regular () Precisa melhorar 15. Deixe um recado ou sugestão para a professora estagiária: <i>Coisar mais questões de vestibulares</i>	
1. As aulas foram dinâmicas e interessantes? ☒ Sempre () Às vezes () Raramente 2. Você sentiu que as aulas ajudaram na sua compreensão dos conteúdos? ☒ Sim () Parcialmente () Não 3. As explicações da professora estagiária foram claras? ☒ Sim () Em parte () Não 4. As atividades realizadas em sala ajudaram no aprendizado? ☒ Sim () Mais ou menos () Não 5. Os conteúdos trabalhados foram importantes e relevantes para o seu aprendizado? ☒ Sim () Parcialmente () Não 6. Você se sentiu desafiado(a) de forma positiva com os conteúdos e atividades? ☒ Sim () Às vezes () Não 7. Qual foi o conteúdo que você mais gostou de aprender? <i>Órbita</i> 8. Qual conteúdo achou mais difícil? <i>Órbita</i> 9. A professora estagiária demonstrou domínio dos conteúdos? ☒ Sim () Parcialmente () Não 10. A professora estagiária foi atenciosa e disponível para tirar dúvidas? ☒ Sempre () Às vezes () Raramente 11. Você se sentiu à vontade para participar das aulas? ☒ Sim () Em parte () Não 12. O que você mais gostou nas aulas? <i>As dinâmicas</i> 13. O que poderia ser melhorado? <i>Nada</i> 14. Como você avalia o seu próprio aprendizado durante o estágio? ☒ Excelente () Bom () Regular () Precisa melhorar 15. Deixe um recado ou sugestão para a professora estagiária: <i>Obrigado por nos ensinar.</i>	1. As aulas foram dinâmicas e interessantes? ☒ Sempre () Às vezes () Raramente 2. Você sentiu que as aulas ajudaram na sua compreensão dos conteúdos? ☒ Sim () Parcialmente () Não 3. As explicações da professora estagiária foram claras? ☒ Sim () Em parte () Não 4. As atividades realizadas em sala ajudaram no aprendizado? ☒ Sim () Mais ou menos () Não 5. Os conteúdos trabalhados foram importantes e relevantes para o seu aprendizado? ☒ Sim () Parcialmente () Não 6. Você se sentiu desafiado(a) de forma positiva com os conteúdos e atividades? ☒ Sim () Às vezes () Não 7. Qual foi o conteúdo que você mais gostou de aprender? <i>Cilindros</i> 8. Qual conteúdo achou mais difícil? <i>Esfera</i> 9. A professora estagiária demonstrou domínio dos conteúdos? ☒ Sim () Parcialmente () Não 10. A professora estagiária foi atenciosa e disponível para tirar dúvidas? ☒ Sempre () Às vezes () Raramente 11. Você se sentiu à vontade para participar das aulas? ☒ Sim () Em parte () Não 12. O que você mais gostou nas aulas? <i>Atividades práticas</i> 13. O que poderia ser melhorado? <i>Não chamar alunos específicos para fazer questões no quadro.</i> 14. Como você avalia o seu próprio aprendizado durante o estágio? ☒ Excelente () Bom () Regular () Precisa melhorar 15. Deixe um recado ou sugestão para a professora estagiária: <i>Adorei as aulas, foram muito boas e foi perceptível o seu empenho e esforço no planejamento das aulas ♥</i>

Fonte: A autora (2025)

A análise do *feedback* dos alunos, permitiu chegar a algumas conclusões importantes. Considerando que a turma apresentava discrepância significativa de conhecimentos entre os alunos, a professora estagiária optou por adotar uma abordagem mais equilibrada, evitando avançar ou aprofundar os conteúdos, de modo a não prejudicar os alunos que demonstravam maiores dificuldades e garantir a equidade na aprendizagem.

No entanto, essa escolha fez com que os alunos com maior facilidade de aprendizagem sentissem falta de exercícios mais complexos. Dessa forma, pode-se observar que, para os estudantes com maior domínio do conteúdo, faltaram questões de nível mais avançado, como eles mesmos citam, questões que aparecem no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). Enquanto que, para aqueles que apresentam defasagens, indicaram no *feedback*, que seriam necessárias explicações adicionais e um acompanhamento mais próximo.

Nota-se também, a partir do relatos do *feedback*, que os alunos demonstraram interesse pelas aulas que envolveram atividades de investigação matemática, jogos, TDIC's e recursos pedagógicos, frequentemente referidas por eles como "dinâmicas". Esse retorno deixou a professora estagiária muito feliz, pois evidencia que os estudantes perceberam e valorizaram sua dedicação no planejamento das aulas e nas estratégias adotadas para tornar o conteúdo mais dinâmico e significativo.

Além disso, os alunos destacaram que a viam não apenas como professora, mas também como alguém próxima, que se preocupava com o bem-estar da turma e não somente com a aprendizagem do conteúdo em si. Esse reconhecimento afetivo reforça a importância da relação humana no processo educativo, mostrando que ensinar também é acolher, ouvir e construir vínculos de confiança.

Para o encerramento da aula, foi realizada uma confraternização (Figura 24) com um lanche especial, marcando o fim do estágio. A professora estagiária agradeceu aos alunos e à professora regente pelos momentos compartilhados, pela colaboração e pela acolhida durante todo o período de regência.

Figura 24: Confraternização e homenagem à professora estagiária e regente.



Fonte: A autora (2025)

Por fim, permanece o sentimento de gratidão e a sensação de dever cumprido ao observar a evolução de cada aluno ao longo desse período. Ao olhar para trás, é possível reconhecer o valor de toda a dedicação investida no planejamento das aulas e na organização dos materiais, que contribuíram significativamente para o desenvolvimento das atividades. Destaca-se, ainda, a importância da orientação recebida tanto pelas professoras orientadoras de estágio quanto pela professora regente, cuja orientação foi fundamental para o bom andamento e qualidade do processo educativo desenvolvido na regência.

3.4 A Relação Teoria e Prática na Formação do Professor

Refletir sobre a relação entre teoria e prática mostra o quanto as duas dimensões se entrelaçam na formação de um professor. A teoria não se limita a um conjunto de conhecimentos isolados, quando introduzida à prática, fortalece a compreensão e o desenvolvimento dos conceitos no cotidiano escolar. Assim, a prática educacional é enriquecida pela teoria, e as experiências vividas em sala de aula contribuem para a evolução e aprimoramento constante das ideias teóricas, criando um ciclo contínuo de aprendizado e desenvolvimento profissional (PIMENTA, 2002).

No entanto, é a prática que permite transformar o conhecimento teórico em habilidades reais e experiências. A interação contínua entre teoria e prática estabelece um ciclo dinâmico de aprendizado, no qual o professor tem a oportunidade de experimentar, questionar e refletir sobre o que aprende e ensina, aprimorando continuamente sua atuação docente. Para Pimenta,

A teoria e a prática são elementos inseparáveis no processo de formação docente. A teoria fornece os fundamentos necessários para a compreensão dos conceitos, enquanto a prática oferece a oportunidade de aplicar esse conhecimento, aprimorando as habilidades e experiências do professor, criando um ciclo contínuo de aprendizado e reflexão (PIMENTA, 2002, p. 134).

Os Estágios Curriculares Supervisionados oferecem aos licenciandos a oportunidade de vivenciar tudo isso. Através dessa experiência, fica explícito que ser professor vai além de simplesmente ensinar conceitos ou ideias. Freire (2011), em *Pedagogia da Autonomia*, afirma que ensinar exige uma reflexão crítica sobre a prática, pois o professor deve estar preparado para lidar com o inesperado e adaptar-se ao contexto dos educandos, sempre em diálogo com a realidade social e cultural em que estão inseridos. Desse modo, ser professor é inspirar, orientar e transformar mentes em formação, criando um ambiente de aprendizado que desperte o interesse e a curiosidade dos alunos, além de estimular o pensamento crítico. É uma profissão que exige dedicação, empatia e um amor constante pela educação.

Em virtude disso, o processo de formação docente requer não apenas o domínio do conteúdo específico e pedagógico da Matemática, mas também a compreensão do papel do professor na sociedade e no ambiente escolar. Dessa forma, o estudo das disciplinas que integram a grade curricular da Licenciatura em Matemática são fundamentais para garantir uma base sólida de conhecimentos na área. Paralelamente, às disciplinas pedagógicas como, Filosofia e História da Educação, Metodologias do Ensino de Matemática, Didática, Currículo e Organização do Trabalho Pedagógico, Políticas, Gestão e Organização da Educação, Diversidade e Inclusão, Indisciplina e Mediação de Conflitos, e Saberes Docentes, entre diversas outras, desempenham um papel essencial na formação de um educador completo, crítico e preparado para enfrentar os desafios da prática docente.

Neste sentido, disciplinas como Sociologia e Filosofia da Educação ajudam o professor a refletir sobre as questões sociais e culturais que impactam a educação,

tornando-o mais crítico e consciente do seu papel. As Metodologias do Ensino de Matemática e a Didática fornecem possibilidades didático pedagógicas para o desenvolvimento eficaz do conteúdo, promovendo uma aprendizagem significativa da Matemática.

As disciplinas como Currículo e Organização do Trabalho Pedagógico ajudam o licenciando a planejar e organizar as atividades escolares, enquanto a formação em Diversidade e Inclusão capacita o professor a adaptar suas práticas para atender a todos os alunos de forma equitativa. As áreas de Políticas, Gestão e Organização da Educação oferecem uma visão crítica sobre as influências externas no currículo e nas práticas escolares, preparando o educador para atuar de maneira eficaz na melhoria da qualidade do ensino.

Por fim, as disciplinas de Indisciplina e Mediação de Conflitos, e Saberes Docentes e Formação Continuada, permitem compreender melhor o comportamento dos alunos, lidar de forma empática com situações desafiadoras e refletir sobre as práticas pedagógicas, assim reconhecendo a necessidade de atualização e aprimoramento constante.

Essas disciplinas interconectadas formam um educador crítico, inclusivo, flexível e atualizado, pronto para enfrentar os desafios da educação e contribuir para o desenvolvimento integral dos alunos. Freire (1996) defende que o educador deve estar sempre em formação, aberto ao diálogo e ao aprendizado. Tardif (2014) complementa que o ato de ensinar é atravessado por múltiplos saberes, e o professor está em constante construção de sua identidade profissional à medida que reflete e ressignifica sua prática. Fiorentini e Lorenzato (2009) reforçam que o professor deve ser um pesquisador de sua própria prática, em constante movimento entre agir, refletir e agir novamente.

Além disso, é fundamental estudar diferentes autores que discutem e refletem sobre o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, o uso de metodologias ativas e o processo de avaliação. As metodologias de ensino têm um papel essencial na educação, pois impactam diretamente a forma como os alunos assimilam e desenvolvem o conhecimento, formando a qualidade do aprendizado e a participação dos mesmos. De acordo com Gadotti,

Estudar diferentes abordagens e metodologias de ensino é crucial para compreender como as práticas pedagógicas influenciam a aprendizagem dos alunos, principalmente na Matemática, onde o uso de metodologias ativas pode promover uma aprendizagem mais significativa e participativa

(GADOTTI, 2000, p. 72).

Ao escolher e desenvolver metodologias adequadas, os professores conseguem atender às diversas necessidades e procedimentos de aprendizagem de seus alunos, criando um ambiente de ensino mais eficaz. Essas metodologias têm um impacto direto na forma como os alunos interagem com o conteúdo, estimulando a curiosidade, a criatividade e o pensamento crítico. Assim, o processo de aprendizagem se torna mais dinâmico, envolvente e significativo, ao conectar os conhecimentos teóricos com a prática e o contexto dos alunos. Conforme Moran,

A escolha e o desenvolvimento de metodologias de ensino adequadas são fundamentais para atender às diversas necessidades dos alunos, promovendo um ambiente de aprendizagem que estimula a curiosidade, a criatividade e o pensamento crítico. Essas metodologias transformam o processo de aprendizagem, tornando-o mais dinâmico e significativo (MORAN, 2015, p. 56).

Ressalta-se também a importância de um bom planejamento, ao elaborar um plano de ensino e, sobretudo, o plano de aula. Espera-se que tudo o que foi planejado seja realizado conforme o previsto. No entanto, os professores enfrentam imprevistos e mudanças durante as aulas, o que exige a adaptação do planejamento para garantir que os objetivos iniciais sejam alcançados. Segundo Libâneo,

O planejamento de ensino é uma das principais ferramentas para o sucesso da prática pedagógica, mas é importante que o professor tenha flexibilidade para adaptar o plano às circunstâncias imprevistas, garantindo que os objetivos de aprendizagem sejam alcançados, independentemente dos desafios que possam surgir (LIBÂNEO, 2013, p. 45).

Nesse contexto, destaca-se também, a necessidade da elaboração dos objetivos, tanto para o professor quanto para os alunos e para as aulas em geral, pois orienta o processo de ensino aprendizagem, definindo o que os alunos devem aprender e direciona as atividades e metodologias. Além disso, os objetivos permitem avaliar o desenvolvimento dos alunos e assegurar a qualidade da aula.

A formação docente é um processo contínuo de aprimoramento, que se dá por meio da interação entre teoria e prática, aliado a um planejamento eficaz e a uma compreensão profunda dos desafios e necessidades do ambiente educacional. Este estágio, por sua vez, foi uma experiência crucial para entender o processo da formação docente. Durante esse período, percebeu-se que o desenvolvimento dos conhecimentos nem sempre ocorre de maneira linear, pois a sala de aula traz desafios, imprevistos, como limitações de recursos e a diversidade dos alunos em relação ao ritmo de aprendizagem de cada um, exigindo constante adaptação das

metodologias.

Os desafios de alunos desmotivados ou com dificuldades de aprendizagem, e a gestão do tempo, proporcionam valiosas reflexões sobre o que funciona ou precisa ser ajustado. Além de um planejamento bem estruturado, a flexibilidade é fundamental para lidar com situações inesperadas. Essa experiência mostra a importância de estar atenta às necessidades dos alunos, ajustar as estratégias pedagógicas e manter o foco nos objetivos de aprendizagem.

Em resumo, o estágio mostrou que a formação docente é um processo contínuo de aprimoramento, que exige domínio e capacidade de desenvolver os conhecimentos compreendidos ao longo da formação docente de maneira reflexiva e adaptável à prática educacional.

Ao iniciar o estágio, parte das expectativas vinha dos estudos teóricos e dos planejamentos elaborados. Acreditava que, seguindo cada etapa do plano e desenvolvendo as metodologias aprendidas ao longo da formação, conseguiria ministrar as aulas de maneira tranquila e organizada. Imaginava que os alunos reagiriam de forma semelhante às propostas e que os recursos selecionados despertariam naturalmente o interesse de todos da turma. No papel, tudo parecia claro e possível, mas a prática mostrou que o cotidiano escolar é imprevisível e complexo.

Durante as aulas, vivi situações que me fizeram repensar algumas escolhas. Em diversos momentos, precisei ajustar o ritmo de ensino na turma, retomando explicações, reformulando atividades para níveis diferentes de complexidade e reorganizando as duplas para favorecer a troca de conhecimentos. Essas adaptações foram necessárias para não prejudicar os alunos com maiores dificuldades e, ao mesmo tempo, garantir condições mais equitativas de aprendizagem para toda a turma.

Por fim, estes desafios, me ensinaram que ser professora envolve mais do que seguir um planejamento: exige sensibilidade para perceber o que a turma necessita, flexibilidade para ajustar as estratégias e coragem para modificar o que não está funcionando. Assim, compreendo que o planejamento é fundamental, mas é na relação direta com os alunos e nas experiências vividas em sala que de fato se aprende a ensinar e se fortalece a identidade docente.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O Estágio Curricular Supervisionado IV proporcionou à professora estagiária uma enriquecedora experiência. Ao refletir sobre o período de regência e as aulas desenvolvidas, percebeu-se que é imprescindível o apoio e orientações, tanto pela professora regente da turma como pelas professoras orientadoras e ainda de toda a equipe pedagógica IFFar/*Campus* Santa Rosa.

Apesar de algumas dificuldades e ajustes necessários ao longo do processo, os objetivos iniciais foram parcialmente alcançados. Embora a maioria dos alunos tenha demonstrado boa compreensão da unidade temática sobre Geometria, observou-se uma discrepância de ritmos de aprendizagem entre eles. Em alguns momentos, a professora optou por não aprofundar o conteúdo, buscando acompanhar o ritmo da turma como um todo, reforçando a importância de práticas que promovam a equidade no processo de ensino.

Além disso, a frequência irregular de alguns alunos, com diversas faltas ao longo do período, prejudicou o acompanhamento contínuo do objeto do conhecimento e comprometeu a participação ativa nas aulas. Como resultado, a avaliação final mostrou que o trabalho individual com a minoria foi positivo. No entanto, alguns alunos que não receberam acompanhamento individual, continuaram enfrentando dificuldades significativas na resolução das questões. Esses resultados evidenciam a necessidade de ajustes na abordagem pedagógica e de um acompanhamento mais próximo para superar essas barreiras de aprendizagem.

Dessa maneira, destaca-se a necessidade de ajustes nas estratégias pedagógicas, como adaptar as atividades e diversificar os métodos de ensino, para atender melhor às dificuldades dos alunos e garantir uma abordagem mais eficaz do conteúdo. Uma possibilidade teria sido a realização de uma recuperação paralela para auxiliar os alunos que apresentavam maiores dificuldades. Entretanto, durante esse período, essa recuperação não chegou a ser desenvolvida, embora pudesse ter contribuído significativamente para reforçar a aprendizagem e reduzir as lacunas observadas. Esse processo de análise e reflexão permitiu à professora estagiária aprimorar sua prática pedagógica, visando melhores resultados no futuro.

Durante este período, uma das reflexões mais importantes foi sobre a necessidade de uma boa organização e planejamento. É essencial dedicar tempo e

atenção à elaboração do Plano de Ensino e do Cronograma, pois eles serviram como base para os Planos de Aula e para todo o período de regência. Da mesma forma, os planos de aula precisam ser cuidadosamente preparados, mas também devem ser flexíveis, pois podem demandar de ajustes. Além disso, destaca-se a importância de analisar os documentos oficiais da escola e de compreender o contexto pedagógico, social e cultural em que ela está inserida, pois isso é fundamental para um ensino mais eficaz e alinhado com a realidade dos alunos.

Conhecer a realidade dos alunos é um alicerce essencial para o processo educativo. Ao compreender as experiências, valores e os desafios enfrentados pelos alunos em suas comunidades e famílias, os educadores conseguem adaptar o ensino de forma a torná-lo mais significativo e relevante. Essa abordagem ajuda a criar um ambiente de aprendizagem que respeita e valoriza a diversidade cultural, reconhecendo as particularidades de cada estudante e promovendo uma interação mais empática entre educador e aluno, o que resulta em um processo educacional mais inclusivo e enriquecedor.

Bem como, é importante ressaltar a significância do uso de diferentes metodologias de ensino. O professor necessita constantemente buscar inovações e atualizações em sua prática, aprofundando seus conhecimentos e aprimorando suas abordagens pedagógicas. Isso porque os alunos têm um desejo genuíno por métodos que os motivem a avançar em sua jornada de aprendizagem, envolvendo-os de maneira significativa, despertando seu interesse e dando sentido ao que estão aprendendo.

Conclui-se que o estágio é fundamental para a formação dos futuros professores de Matemática, proporcionando valiosas experiências, interações e diálogos com alunos e colegas professores ao longo do período. A vivência prática, a pesquisa sobre diversas abordagens pedagógicas e a habilidade de enfrentar desafios são fundamentais, não só para a formação acadêmica, mas também para a construção da nossa identidade profissional.

Enquanto licencianda, percebo a importância de continuar aprofundando meus conhecimentos, buscando sempre novas metodologias e tecnologias que possam enriquecer o ensino da Matemática. Como futura professora, minha perspectiva é a de promover um ambiente de aprendizagem inclusivo e favorável às necessidades, ritmos e particularidades dos estudantes, onde eles possam se sentir motivados a compreender e utilizar os conceitos matemáticos, desenvolvendo

habilidades essenciais para a resolução de problemas e o pensamento crítico. Tenho a intenção de contribuir para a formação de cidadãos capacitados para enfrentar os desafios do mundo com confiança e conhecimento, utilizando a Matemática como uma ferramenta poderosa para a compreensão e transformação da realidade.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, T. M. de. **Matemática interligada: geometria espacial e plana**. 1. ed. São Paulo: Schipione, 2020.

ANASTASIOU, L. G. C.; ALVES, L. P.e. **Estratégias de ensinagem**. In: ANASTASIOU, L. G. C.; ALVES, L. P. (Orgs.). **Processos de ensinagem na universidade. Pressupostos para as estratégias de trabalho em aula**. 3. ed. Joinville: Univille, 2004.

BONJORNO, J. R.; JÚNIOR, José Ruy Giovanni; SOUSA, Paulo Roberto Câmara de. **Prisma Matemática: geometria: ensino médio: área do conhecimento: matemática e suas tecnologias**. São Paulo: Editora FTD, 2020

BORASI, R. **Reconceiving mathematics instruction: a focus on errors**. Norwood, NJ: Ablex, 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. Ministério de Educação e Cultura. **LDB - Lei nº 9394/96**, São Paulo: Saraiva, 1996.

BRASIL. Diário Oficial da União. **Lei nº 15.100, de 13 de janeiro de 2025**. Brasília: 13 de janeiro de 2025; 204º da Independência e 137º da República.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. **Resolução n. 2, de 11 de setembro de 2001, institui as Diretrizes Nacionais para a Educação Especial na Educação Básica**. Brasília: CNE/CEB, 2001.

BRASIL, Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio**. Brasília. 2000.

BRASIL. **Diretrizes nacionais para a educação especial na educação básica**. Brasília: MEC/SEESP, 2001.

BRASIL. **Ministério da Educação. Secretaria de Educação Especial**. Política Nacional de Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva. Brasília: MEC/SEESP, 2008.

BRASIL. **Diário Oficial da União**. Lei nº 15.100, de 13 de janeiro de 2025. Brasília: 13 de janeiro de 2025; 204º da Independência e 137º da República.

BRASIL. Ministério da Educação. **Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Secretaria da Educação Básica. **Orientações Curriculares Para O Ensino Médio: Linguagens, Códigos e suas Tecnologias**. Ministério da Educação e Cultura. Volume 1. Brasília, 2006.

CARVALHO, I. **O processo didático**. Rio de Janeiro: Fundação Getúlio Vargas, 1976.

CURY, H. N. **As concepções de Matemática dos professores e sua forma de considerar o erro dos alunos**. Porto Alegre, Tese de Doutorado na Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1994.

CURY, H. N. **Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos**. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

D'AMBRÓSIO, U. **Etnomatemática: Elo entre as tradições e a modernidade**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

DANTE, L. R.; VIANA, F. **Do seu jeito: Matemática: área de Matemática e suas Tecnologias: volume 2: Ensino médio**. 1. ed. São Paulo: Ática, 2024.

FAINGUELERNT, Estela K. **Educação Matemática: Representação e Construção em Geometria**. Porto Alegre: Artmed, 1999.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas, SP: Autores Associados, 2009.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia: Saberes Necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: Saberes necessários à prática educativa**. 43. ed. São Paulo: Paz e Terra, 2011.

FREIRE, A. A. C. **O uso do Geogebra na resolução de problemas matemáticos a partir da teoria de Galperin**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências) – Universidade Estadual de Roraima. Boa Vista, 2015.

GADOTTI, M. **Educação e metodologias ativas: desafios e possibilidades**. São Paulo: Cortez, 2000.

GUSMÃO, C. M. **Metodologias para o Ensino de Matemática: desenvolvendo o raciocínio lógico e a resolução de problemas**. São Paulo: Editora Educação Matemática, 2017.

HOFFMANN, J.; **Avaliação Formativa ou Avaliação Mediadora?**. Porto Alegre: Mediação, 2011.

IMBERNÓN, F. **Formação de professores e profissão docente: uma visão crítica da prática pedagógica**. São Paulo: Cortez, 2009.

IEZZI, G.; DEGENSZAJN, D.; TAMARI, M.; PASMANIK, G. **Identidade Saraiva: Matemática: área de Matemática e suas Tecnologias: volume 2: Ensino médio**. 1. ed. São Paulo: Saraiva, 2024.

LIBÂNEO, J. C. **Didática: teoria da instrução e do ensino**. São Paulo: Cortez, 2006.

- LIBÂNEO, J. C. **Didática e prática pedagógica**. 11. ed. São Paulo: Cortez, 2013.
- LUCKESI, C. C. **Avaliação da Aprendizagem Escolar: Estudos e Proposições**. São Paulo: Cortez, 2011.
- LUCKESI, C. C. **Avaliação da aprendizagem na escola: reelaborando conceitos e criando a prática**. 2 ed. Salvador: Malabares Comunicações e eventos, 2005.
- MANTOAN, M. T. E. **Inclusão escolar: O que é? Por quê? Como fazer?**. São Paulo: Moderna, 2006.
- MORAN, J. M. **Novas tecnologias e mediação pedagógica: transformando a educação**. 3. ed. Campinas: Papirus, 2013.
- MORAN, J. M. **Metodologias ativas para a aprendizagem na educação superior**. Campinas: Papirus, 2015.
- MORAN, J. **Metodologias ativas para uma aprendizagem mais profunda. Metodologias ativas para uma educação inovadora uma abordagem teórico prática**. Porto Alegre, v.1, p.37-77, 2018.
- NICOL, D. J.; MACFARLANE-DICK, D. **Formative assessment and self-regulated learning**. Studies in Higher Education, v. 31, n. 2, p. 199-218, 2006.
- PACHECO, E. **Institutos Federais: uma revolução na educação profissional e tecnológica**. 2. ed. São Paulo: Autores Associados, 2011.
- PERRENOUD, P. **Avaliação: da excelência à regulação das aprendizagens**. Porto Alegre: Artmed, 1999.
- PIAGET, J. **Uma epistemologia genética**. 2. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1976.
- PIAGET, J. **A Psicologia da Criança**. São Paulo: Editora Martins Fontes, 1973a.
- PIAGET, J. **Seis estudos de psicologia**. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1973b.
- PINTO, N. B. **O erro como estratégia didática : estudo do erro no ensino da matemática elementar**. Campinas, SP: Papirus, 2000. (Série Prática Pedagógica)
- PIMENTA, S. G.; LIMA, M. do C. A. de. **Estágio e docência: o estágio supervisionado no ensino de graduação**. 2. ed. São Paulo: Cortez, 2004.
- PIMENTA, S. G. **A prática do ensino: a relação entre teoria e prática na formação docente**. São Paulo: Cortez, 2002.
- PONTE, J. P. BROCARD, J. OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2020
- PONTE, J. P., OLIVEIRA, H., CUNHA, H., & SEGURADO, I. **Histórias de**

investigações matemáticas. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional. 1998 < https://www.researchgate.net/publication/261178171_Historias_de_investigacoes_matemáticas> Acesso em 01/11/2025

SANTA ROSA, Prefeitura Municipal. **História de Santa Rosa/RS.** Disponível em: https://prefeitura.santarosa.rs.gov.br/?page_id=49. Acesso em: 01 set. 2025.

SANTA MARIA. **Plano de Desenvolvimento Institucional, 2019-2026.** Instituto Federal Farroupilha: 2019.

SANTA ROSA. **Projeto Pedagógico de Curso: Técnico em Mecatrônica Integrado.** Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia Farroupilha. Santa Rosa: 2021.

SANTA ROSA. **Plano de Ensino: 2º ano do Ensino Médio – Técnico em Mecatrônica.** Instituto Federal Farroupilha. 2024.

SANTOS, R. **Gênero e escolhas profissionais: desafios das mulheres em cursos técnicos de áreas masculinizadas.** Revista Educação e Pesquisa, v. 42, n. 1, p. 35-50, 2016.

SAVIANI, D. **Pedagogia histórico-crítica: primeiras aproximações.** 11. ed. Campinas: Autores Associados, 2008.

SOUZA, S. E. **O uso de recursos didáticos no ensino escolar.** In: i encontro de pesquisa em educação, IV jornada de prática de ensino, XIII semana de pedagogia da UEM, Maringá, 2007. Arq. Mudi. Periódicos.

STAINBACK, S.; STAINBACK, W. **Inclusão: um guia para educadores.** Porto Alegre: Artmed; 1999.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional.** 16. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2014.

VALENTE, J. A. **A Matemática no ensino: uma abordagem crítica e prática para o cotidiano.** São Paulo: Editora Senac, 2012.

VYGOTSKY, L. S. **A construção do pensamento e da linguagem.** São Paulo: Martins Fontes, 1987.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores.** 7. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

APÊNDICES

Plano de Aula Semanal nº 01

Acadêmico: Gabriela Hoffling de Paula Neto

Professora Orientadora: Dra. Julhane Alice Thomas Schulz

Unidade Concedente: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha - *Campus Santa Rosa*

Estágio – Turma/Nº de alunos: 2º ano MEI T3/ 26 alunos

Professora Regente da Classe: Ma. Elizangela Weber

Nº de Períodos semanal/Tempo de cada período: 3 períodos/50min

Data/Horário: 11/09/2025 – 3 períodos - 9h 10min às 11h 55min (com intervalo de 15min)

1 .Tema/Assunto:

Geometria Espacial: Corpos Redondos

2. Objetos de Conhecimento:

Cilindro

3. Habilidades relativas a BNCC:

(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

4. Objetivos

- Participar ativamente das aulas, interagindo com o professor e com os colegas em um ambiente de aprendizagem colaborativo;
- Relacionar o cilindro com objetos presentes no cotidiano;
- Compreender os elementos do cilindro e sua planificação, por meio de dobraduras no papel e uso do *software* GeoGebra;
- Calcular a área e o volume do cilindro.

5. Metodologia

Etnomatemática;

Método Expositivo e Dialogado.

6. Recursos

Materiais de uso comum: folha, caderno, lápis, caneta, canetão, régua, tesoura, quadro branco, material impresso, entre outros.

Materiais/recursos didáticos: pilha, conjunto Sólidos de Revolução, *software* GeoGebra, entre outros.

Recursos tecnológicos: notebook, projetor, entre outros.

7. Desenvolvimento

Apresentação (1º período/5min)(diálogo entre o professor e os alunos):

(Fala do professor): Quem sou? O que vim fazer? O que espero de mim? O que espero da turma? Quem é você, meu aluno? O que espera das aulas com a professora estagiária? Posso contar com você para termos uma boa aula juntos?

R: Bom dia turma, eu me chamo Gabriela Neto, sou licencianda em de Matemática no IFFAR, estarei com vocês como professora estagiária nas próximas semanas. Espero que possamos aprender juntos, construindo conhecimentos de forma significativa. Desejo que cada um de vocês aproveite ao máximo esse período e que nossas aulas sejam um espaço de crescimento e troca.

(Fala do professor): Agora peço que cada um de vocês também se apresente, para que eu possa conhecer melhor a turma.

R: As demais respostas são individuais de cada aluno.

Incentivação da aula (1º período/10min)(diálogo entre o professor e os alunos):

Em seguida, será apresentado o cronograma, para que os alunos possam acompanhar o andamento das aulas. Então alguns combinados serão realizados com a turma, para que todos compreendam como se dará o período de estágio e para que seja desenvolvido de modo tranquilo. Dentre os combinados estarão:

(Fala do professor):

- Uso de celular somente quando solicitado pela professora, caso contrário deverá estar na caixinha de celulares que fica na mesa do professor;
- Após o intervalo, haverá uma tolerância de 5 minutos para que os alunos entrem em sala de aula, após esse tempo, os alunos devem buscar uma autorização na assistência estudantil;
- A saída antecipada será permitida apenas para os alunos que não almoçam na instituição e utilizam o transporte Toda Hora;
- Além disso, vocês estão sendo avaliados continuamente, então ao final de cada aula, vou passar olhando o material se está completo.

Desenvolvimento da aula (1º período/35min)(experimentação)(material impresso):

A professora vai ressaltar, conforme apresentado anteriormente no cronograma, que a aula será sobre o objeto de conhecimento cilindro. Alguns questionamentos serão realizados aos alunos para dar início ao conteúdo:

(Fala do professor): Vocês já conhecem o cilindro?

Resposta esperada: Espera-se que os alunos respondam que conhecem o sólido geométrico.

(Fala do professor): No cotidiano, onde podemos encontrar o cilindro? Quais objetos tem formato semelhante a um cilindro?

Resposta esperada: Espera-se que os alunos dêem alguns exemplos, caso não haja respostas, a professora vai projetar algumas imagens com objetos em formato cilíndrico (conforme anexo Figura 1).

(Fala do professor): Durante o curso, vocês utilizam algum material em formato cilíndrico?

Resposta esperada: Espera-se que dentro dos materiais citados pelos alunos, esteja a pilha, mas caso não surja essa resposta, a professora questionará se eles estudaram ou utilizaram algum tipo de material que tenha este formato e citar nomes.

(Fala do professor): Para fabricar uma pilha, como a fábrica sabe qual a quantidade de material necessária? (apenas a parte externa)

Resposta esperada: Os alunos devem responder que a quantidade de material usada para fabricar é dada pela área do cilindro.

A partir desses questionamentos, a professora organizará a turma em duplas e entregará uma pilha a cada dupla de alunos, juntamente com um papel e tesoura.

(Fala do professor): Agora, vocês deverão encontrar a área do cilindro, dobrando e cortando o papel como se fossem “embalar” a pilha, de modo que toda a pilha seja contornada somente por uma camada de papel. Devem lembrar que as bases da pilha também devem ser embaladas para que o cilindro seja formado. Sugiro que primeiro desenhe com o lápis, faça a dobradura e depois recortem.



(Fala do professor): Quando os alunos terminarem, a professora vai pedir para que cada dupla mostre como ficaram seus papéis.

Resposta esperada: Espera-se que todos, ou a maioria, contorne o cilindro corretamente, de modo que o papel contenha um retângulo e dois círculos.

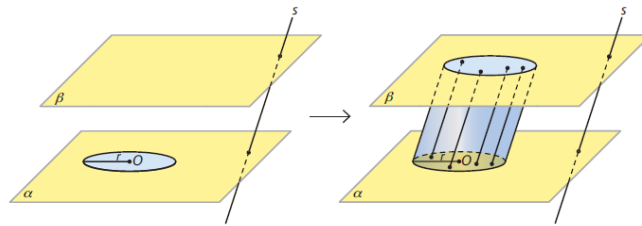


A partir disso, a professora vai projetar e entregar o conteúdo impresso, no qual serão estudados os elementos do cilindro.

(Fala e explicação do professor):

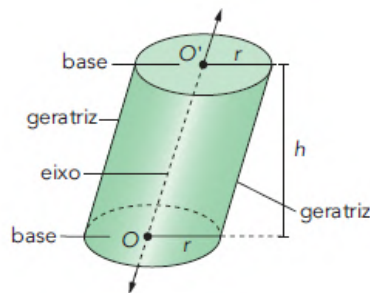
Cilindro Circular

Definição: um cilindro é um sólido geométrico tridimensional formado por duas bases circulares congruentes (iguais) e paralelas, ligadas por uma superfície lateral.



Elementos de um cilindro:

- **Bases:** são os círculos paralelos de centros O e O' e raio cuja medida do comprimento é r .
- **Altura:** é a distância entre os planos que contêm as bases, representada por h .
- **Eixo:** é a reta OO' que contém os centros dos círculos das bases.
- **Geratriz:** é cada segmento de reta paralelo ao eixo com extremidades nos pontos da circunferência das bases, representado por g .
- **Superfície lateral:** é a reunião de todas as geratrizes do cilindro.

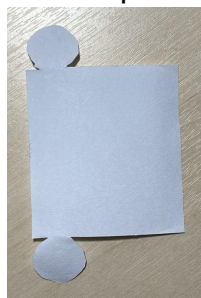


Quando apresentados os elementos do cilindro, a professora vai questionar:

(Fala do professor): A superfície lateral é formada por qual figura geométrica?

Resposta esperada: Espera-se que a partir das dobraduras, os alunos identifiquem que a superfície lateral é formada por um retângulo.

(Fala do professor): Colem no material sua planificação.



(2º período/30min)(explicação):

Após o intervalo, dar-se-á continuidade ao estudo de cilindro, com a classificação de acordo com sua inclinação em relação aos planos de suas bases.

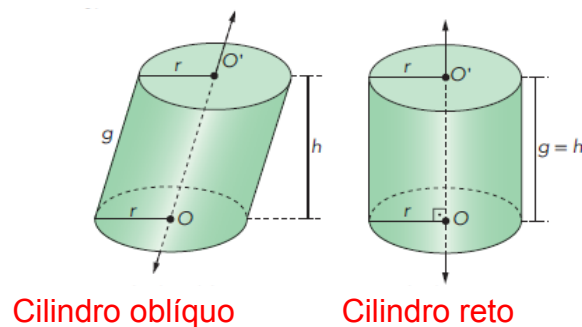
(Fala e explicação do professor):

Classificação:

- **Cilindro oblíquo:** quando a geratriz é oblíqua às bases.
- **Cilindro reto:** quando a geratriz é perpendicular às bases. Nesse caso, a geratriz é a altura do cilindro.

(Fala do professor): Escreva no material qual é o cilindro oblíquo e qual o cilindro reto.

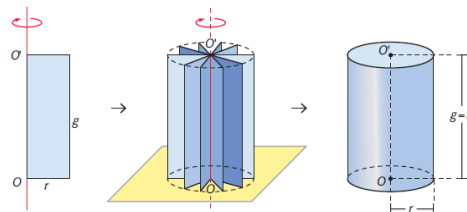
Resposta esperada:



Em seguida, a professora questionará os alunos:

(Fala do professor): Vocês sabem o que são sólidos de revolução?

Resposta esperada: Espera-se que nenhum aluno conheça esse termo e nesse caso será explicado que um sólido de revolução é obtido a partir da rotação de uma figura plana em torno de um eixo.



Nesse momento, será demonstrado que o cilindro reto é um sólido de revolução, com o material Conjunto dos Sólidos de Revolução. Com o apoio do material, os alunos poderão observar que o cilindro reto é obtido a partir da rotação de um retângulo. A partir disso, será realizada uma discussão a partir da pergunta:



(Fala do professor): O cilindro oblíquo também é um sólido de revolução? Qual figura plana pode ser rotacionada para gerar esse sólido? Desenhe em um rascunho uma figura plana, que ao ser rotacionada deverá formar um cilindro oblíquo.

Resposta esperada: Acredito que irão desenhar diversas figuras que se pareçam com um paralelograma.

A professora desenhará no quadro algumas das figuras feitas pelos alunos e em seguida questionará.

(Fala do professor): A rotação destas figuras irão formar um cilindro oblíquo?

Resposta esperada: Não

Então, os alunos perceberão que o cilindro oblíquo não é um cilindro de revolução. Com isso, farão uma anotação em seus materiais:

Anotar no material (professor irá escrever no quadro branco):

- **Um cilindro reto** também é chamado cilindro de revolução, pois pode ser obtido pela rotação de um retângulo em torno de um de seus lados;
- **Um cilindro oblíquo** não é um sólido de revolução, porque a rotação de qualquer figura plana não formará esse sólido.

Ainda, a partir da rotação das figuras, os alunos serão questionados:

(Fala do professor): Caso um cilindro oblíquo seja cortado verticalmente ao meio, qual figura teremos ao abri-lo?

Resposta esperada: Espera-se que os alunos reflitam um pouco e cheguem a conclusão de que a figura formada será um paralelogramo.

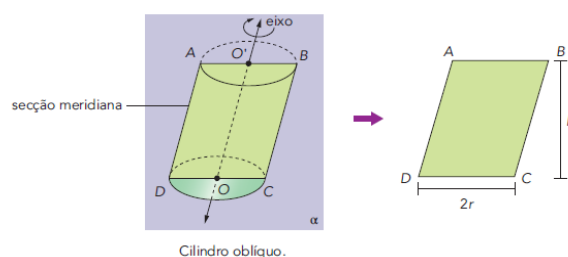
(Fala do professor): Caso se corte ao meio um cilindro reto, qual será a figura formada?

Resposta esperada: Os alunos deverão responder que a figura será um retângulo.

A professora explicará que esse corte permite observar a secção meridiana, conforme será apresentado no material impresso.

(Fala do professor): Esse corte permite observar a secção meridiana:

- **Secção meridiana:** secção obtida pela intersecção de um cilindro com um plano α que contém seu eixo OO' .
- A secção meridiana de um cilindro oblíquo é uma região limitada por um paralelogramo.



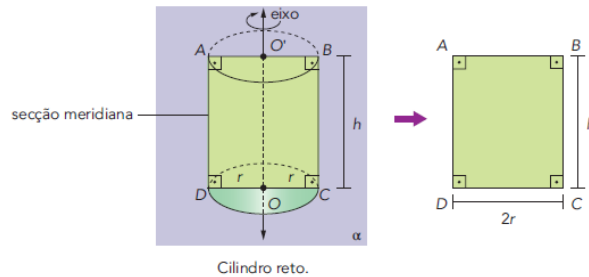
(Fala do professor): Qual é a medida da base desse paralelogramo?

Resposta esperada: Espera-se que os alunos observem que na imagem está $2r$, ou seja, duas vezes o raio, que é a medida do diâmetro do círculo da base.

(Fala do professor): A altura do paralelogramo tem a mesma medida da geratriz?

Resposta esperada: Os alunos devem identificar que a geratriz e a altura tem medidas diferentes, porque se trata de um cilindro oblíquo.

- A secção meridiana de um cilindro reto é uma região retangular.



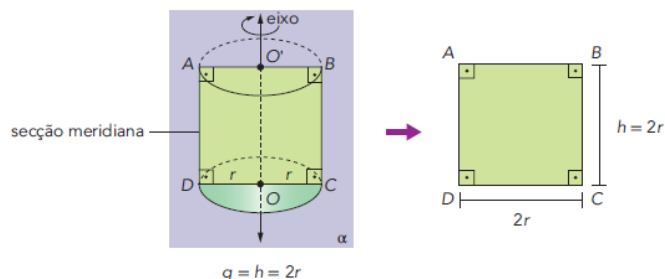
(Fala do professor): Qual é a medida da base do retângulo?

Resposta esperada: Os alunos devem responder que é o diâmetro do círculo.

(Fala do professor): Qual é a relação entre a geratriz e a altura?

Resposta esperada: Espera-se que os alunos identifiquem que as medidas são iguais.

- Cilindro equilátero é um cilindro reto cuja secção meridiana é uma região quadrada.



(Fala do professor): Qual é a medida da base do quadrado formado?

Resposta esperada: A resposta dada pelos alunos deve ser o diâmetro do círculo.

(Fala do professor): Qual é a medida da altura do quadrado?

Resposta esperada: Os alunos devem responder que também é diâmetro.

(Fala do professor): Qual a relação entre o diâmetro, a altura e a geratriz?

Resposta esperada: Espera-se que respondam que todos são iguais.

(2º período/20min. 3º período/10min.)(explicação):

Para o estudo da área de um cilindro, a professora vai solicitar que os alunos voltem na planificação do cilindro que recortaram e colaram no material no início da aula. Será explicado que o recorte representa a área da pilha. Para poder calcular a área, alguns questionamentos serão feitos:

(Fala do professor): Quais figuras formam a área desse cilindro?

Resposta esperada: Os alunos devem responder que são dois círculos e um retângulo.

(Fala do professor): Como se calcula a área de um círculo?

Resposta esperada: A partir dos estudos prévios dos alunos, devem responder $\pi * (\text{raio})^2$.

(Fala do professor): Como se calcula a área de um retângulo?

Resposta esperada: Também a partir do estudo de geometria plana, os alunos devem responder $\text{base} * \text{altura}$.

(Fala do professor): Como podemos encontrar a medida da base do retângulo sabendo que é a mesma medida do comprimento da circunferência?

A professora vai demonstrar porque essas medidas são iguais e os alunos deverão responder que o comprimento da circunferência é consequentemente a base do retângulo que é dada pelo perímetro da circunferência $2 * \pi * \text{raio}$.

Então a professora vai explicar que (*alunos acompanharam no material impresso*):

(Fala do professor): A área do retângulo é chamada de área lateral e a área do círculo é chamada de área da base. Sabendo que a área total do cilindro é dada pela área de um retângulo e dois círculos, a fórmula se dará por:

$$A_T = A_L + 2 * A_B$$

Onde:

$A_T \rightarrow$ Área total do cilindro

$A_L \rightarrow$ Área lateral do cilindro $\rightarrow$ área do retângulo $= 2 * \pi * r * h$

$A_B \rightarrow$ Área da base do cilindro $\rightarrow$ área do círculo $= \pi * r^2$

$$A_T = 2 * \pi * r * h + 2 * \pi * r^2$$

$$A_T = 2 * \pi * r * (h + r)$$

(Fala do professor): Agora vocês alunos, deverão calcular a área total da pilha que receberam, a partir da planificação feita. Devem tirar as medidas com uma régua e realizar o cálculo (fazer o cálculo ao lado da planificação colada).

Quando todos os alunos concluírem o cálculo, será corrigido no quadro pela professora.

Resposta esperada: $A_T = A_L + A_B$

$$A_T = 2 * \pi * r * (h + r)$$

$$A_T = 2 * \pi * 0,7 * (4,9 + 0,7)$$

$$A_T = 1,4\pi * (5,6)$$

$$A_T = 7,84 * \pi \text{ cm}^2$$

$$A_T \simeq 24,63 \text{ cm}^2$$

Enquanto calculam, o professor projetará o cilindro e sua planificação no *software GeoGebra*.

<https://www.geogebra.org/m/fd8bxcjq>

Em seguida, a professora vai explicar como calcular o volume de um cilindro, a partir de alguns questionamentos:

(Fala do professor): Vocês já estudaram os prismas?

Resposta esperada: Os alunos responderão que os prismas já foram estudados anteriormente.

(Fala do professor): Recordam como era calculado o volume dos prismas? **Resposta esperada:** espera-se que alguns alunos recordem da fórmula *área da base * altura*, conforme o princípio de Cavalieri.

Este questionamento dá semelhança aos sólidos, para o cálculo do volume.

Assim, será formalizado que o volume do cilindro é dado por:

$$V = A_b * h$$

$$V = \pi * r^2 * h$$

Em seguida, a professora fará um exemplo no quadro de cálculo da área de um cilindro e outro exemplo de volume.

(Fala do professor): Agora iremos fazer dois exemplos, um de área e outro do volume do cilindro, podem acompanhar no material e depois copiar a resolução.

Exemplo 1: Um tanque cilíndrico tem 3 m de profundidade. Sua base superior é aberta e tem 4 m de diâmetro. Quantos galões de tinta são necessários para pintar o interior deste tanque, se para cada metro quadrado se gasta $\frac{1}{4}$ de galão?

Resolução:

Primeiro serão retirados os dados do problema:

$$h = 3\text{m}$$

$$d = 4\text{m} \rightarrow r = 2\text{m}$$

$\frac{1}{4}$ de galão para cada m^2

Para esse exemplo, é necessário calcular a área do cilindro, considerando que a base superior é aberta e em seguida multiplicar o resultado por $\frac{1}{4}$ para obter a quantidade de galões.

$$A_T = A_L + A_B$$

$$A_T = 2\pi rh + \pi r^2$$

$$A_T = 2 * \pi * 2 * 3 + \pi * 2^2$$

$$A_T = 12 * \pi + \pi * 4$$

$$A_T = 16 * \pi \text{ m}^2$$

$$A_T \simeq 50,24 \text{ m}^2$$

$$\text{galões} = 50,24 * \frac{1}{4}$$

$$\text{galões} = 12,56$$

Resposta: aproximadamente 12,56 galões.

Exemplo 2: Uma seringa tem a forma cilíndrica com 2 cm de diâmetro por 8 cm de comprimento. Quando o êmbolo se afasta 5 cm da extremidade da seringa próxima à agulha, qual é o volume, em mililitros, de remédio líquido que a seringa pode conter?

Resolução:

Retirando os dados:

$$d = 2 \text{ cm} \rightarrow r = 1 \text{ cm}$$

$$h = 5 \text{ cm}$$

Deve-se calcular o volume e transformar o resultado em ml:

$$V = \pi * r^2 * h$$

$$V = \pi * 1^2 * 5$$

$$V = 5 * \pi$$

$$V \simeq 15,7 \text{ cm}^3$$

Cada cm^3 equivale a 1 ml, portanto a quantidade de líquido é aproximadamente 15,7 ml.

Sistematização/Fechamento da Aula (3º período/40min)(material impresso):

Para encerramento de aula, os alunos farão os exercícios da lista que será entregue impressa.

(Fala do professor): Agora, depois de estudarmos o objeto do conhecimento cilindro, vocês terão uma lista de exercícios para fazer. Caso tenham dúvidas posso ir até a classe ajudar, faremos a correção dos exercícios que não conseguirem fazer na próxima aula.

Exercícios:

- 1) Um estojo com formato cilíndrico tem base com 8 cm de medida de comprimento do diâmetro e 15 cm de medida de comprimento da altura. Quantos centímetros quadrados de material são necessários, aproximadamente, para fabricar esse estojo? (Considere $\pi \simeq 3,14$.)

Resolução:

Retirando os dados:

$$d = 8 \text{ cm} \rightarrow r = 4 \text{ cm}$$

$$h = 15 \text{ cm}$$

Calcular a área total



$$A_L = 2\pi r * h$$

$$A_L = 2 * 3,14 * 4 * 15$$

$$A_L = 376,8cm^2$$

$$A_B = \pi r^2$$

$$A_B = 3,14 * (4)^2$$

$$A_B = 50,24cm^2$$

$$A_T = A_L + 2 * A_B$$

$$A_T = 376,8cm^2 + 2 * 50,24cm^2$$

$$A_T = 477,28cm^2$$

- 2) Sabe-se que a medida da área lateral de um cilindro é $20\pi cm^2$. Se o comprimento do raio da base mede 5cm, calcule a medida do comprimento h da altura e a medida da área total A_T do cilindro.

Resolução:

Retirando os dados:

$$A_L = 20\pi cm^2$$

$$r = 5cm$$

Calcular a medida de h e a área total

$$A_L = 2\pi r * h$$

$$20\pi = 2\pi 5 * h$$

$$h = \frac{20\pi}{10\pi}$$

$$h = 2cm$$

$$A_B = \pi r^2$$

$$A_B = \pi * (5)^2$$

$$A_B = 25\pi cm^2$$

$$A_T = A_L + 2 * A_B$$

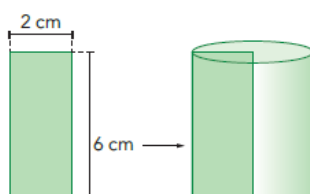
$$A_T = 20\pi + 2 * 25\pi$$

$$A_T = 70\pi cm^2$$

Pode substituir π por 3,14, mas como o problema deu a área lateral utilizando π , não se faz necessário.

$$A_T \simeq 219,8cm^2$$

- 3) O cilindro representado foi obtido por meio da rotação da região limitada por um retângulo em torno do eixo determinado pelo lado, cujo comprimento mede 6 cm. Calcule a medida de área total desse sólido.



Resolução:

Retirando os dados:

$$r = 2\text{cm}$$

$$h = 6\text{cm}$$

Calcular a área total

$$A_L = 2\pi r * h$$

$$A_L = 2 * \pi * 2 * 6$$

$$A_L = 24\pi\text{cm}^2$$

$$A_B = \pi r^2$$

$$A_B = \pi * (2)^2$$

$$A_B = 4\pi\text{cm}^2$$

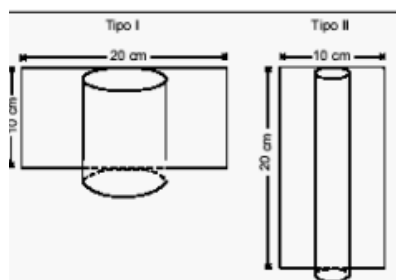
$$A_T = A_L + 2 * A_B$$

$$A_T = 24\pi\text{cm}^2 + 2 * 4\pi\text{cm}^2$$

$$A_T = 32\pi\text{cm}^2$$

- 4) (ENEM) Uma artesã confecciona dois diferentes tipos de vela ornamental a partir de moldes feitos com cartões de papel retangulares de 20cm x 10cm (conforme ilustram as figuras abaixo). Unindo dois lados opostos do cartão, de duas maneiras, a artesã forma cilindros e, em seguida, os preenche completamente com parafina. Supondo-se que o custo da vela seja diretamente proporcional ao volume de parafina empregado, o custo da vela do tipo I, em relação ao custo da vela do tipo II, será:

- a) o triplo
- b) o dobro
- c) igual
- d) a metade
- e) a terça parte



Resolução:

Retirando os dados:

Tipo 1:

$$h = 10\text{cm}$$

$$\text{Circunferência} = 20\text{cm}$$

Tipo 2:

$$h = 20\text{cm}$$

$$\text{Circunferência} = 10\text{cm}$$

Calcular os dois volumes e compará-los:

Tipo 1:

$$\text{Circunferência} = 2\pi r$$

$$20 = 2\pi r$$

$$r = \frac{20}{2\pi}$$

$$r \simeq 3,18\text{cm}$$

$$V_1 = \pi * r^2 * h$$

$$V_1 = \pi * (3,18)^2 * 10$$

$$V_1 = 101,12 * \pi$$

$$V_1 \simeq 317,51\text{cm}^3$$

Tipo 2:

$$\text{Circunferência} = 2\pi r$$

$$10 = 2\pi r$$

$$r = \frac{10}{2\pi}$$

$$r \simeq 1,59\text{cm}$$

$$V_2 = \pi * r^2 * h$$

$$V_2 = \pi * (1,59)^2 * 20$$

$$V_2 = 50,56 * \pi$$

$$V_2 \simeq 158,75\text{cm}^3$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{317,51}{158,75} \simeq 2, \text{portando o dobro}$$

- 5) Calcule a área da superfície total de um cilindro equilátero, sabendo que seu volume é igual a $250\pi \text{ cm}^3$

Resolução:

Retirando os dados:

$$V = 250\pi \text{cm}^3$$

Cilindro equilátero $\rightarrow h = 2r$

Descobrir o raio e a altura a partir do volume e calcular a área total.

$$V = \pi * r^2 * h$$

$$250\pi = \pi * r^2 * 2r$$

$$250\pi = 2r^3 * \pi$$

$$r^3 = \frac{250\pi}{2\pi}$$

$$r^3 = 125$$

$$r = 5\text{cm}$$

$$h = 10\text{cm}$$

$$A_L = 2\pi r * h$$

$$A_L = 2 * \pi * 5 * 10$$

$$A_L = 100\pi cm^2$$

$$A_B = \pi r^2$$

$$A_B = \pi * (5)^2$$

$$A_B = 25\pi cm^2$$

$$A_T = A_L + 2 * A_B$$

$$A_T = 100\pi cm^2 + 2 * 25\pi cm^2$$

$$A_T = 150\pi cm^2$$

- 6) Determine o volume de um cilindro reto, sabendo que ele tem 2,5 dm de altura e sua área lateral é igual à área da base.

Resolução:

Retirando os dados:

$$h = 2,5dm$$

$$A_L = A_B$$

Encontrar o raio a partir da comparação entre a área lateral e a área da base e depois calcular o volume.

$$A_L = 2\pi r * h$$

$$A_B = \pi r^2$$

$$A_L = A_B$$

$$2\pi r * h = \pi r^2$$

$$2\pi r * 2,5 = \pi r^2$$

$$\frac{r^2}{r} = \frac{5\pi}{\pi}$$

$$r = 5dm$$

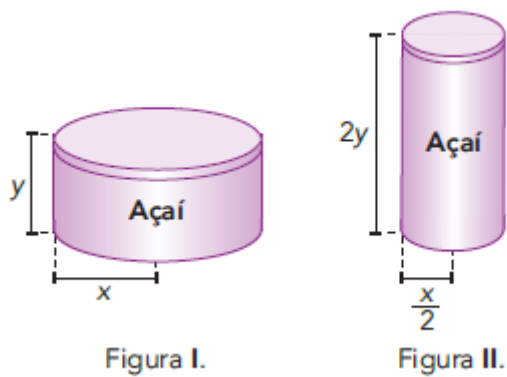
$$V = \pi * r^2 * h$$

$$V = \pi * (5)^2 * 2,5$$

$$V = \pi * 25 * 2,5$$

$$V = 62,5\pi dm^3$$

- 7) Uma polpa de açaí é vendida em 2 tipos de embalagens cilíndricas. Uma delas (figura I) tem raio da base com medida de comprimento x e altura com medida de comprimento y. A outra (figura II) tem raio da base com medida de comprimento x/2 e altura com medida de comprimento 2y. A embalagem representada pela figura I é vendida por R\$ 16,00, e a outra, por R\$ 10,00.



Qual das 2 embalagens é mais vantajoso comprar, considerando a razão entre o preço e a medida de volume de cada embalagem?

Resolução:

Retirando os dados:

Pote 1:

$$r = x$$

$$h = y$$

R\$16,00

Pote 2:

$$r = x/2$$

$$h = 2y$$

R\$10,00

Calcular o volume dos dois potes e comparar a razão entre volume e preço dos dois potes

$$V_1 = \pi * r^2 * h$$

$$V_1 = \pi * x^2 * y$$

$$V_1 = x^2 y \pi$$

$$V_2 = \pi * r^2 * h$$

$$V_2 = \pi * \left(\frac{x}{2}\right)^2 * 2y$$

$$V_2 = \frac{x^2 y}{2} \pi$$

$$V_1 = x^2 y \pi \rightarrow \text{preço 1}$$

$$V_2 = \frac{x^2 y}{2} \pi \rightarrow \text{R\$10,00}$$

$$\text{preço 1} * \frac{x^2 y \pi}{2} = 10 * x^2 y \pi$$

$$\text{preço 1} = \frac{10 * x^2 y \pi}{x^2 y \pi / 2}$$

preço 1 = R\$20,00, portanto a embalagem 1 é mais vantajosa.

- 8) Um reservatório cilíndrico de armazenamento de líquidos tem internamente 8 m de medida do diâmetro e 14 m de medida da altura e está vazio. Se ele receber líquido à razão de 160 litros por minuto, qual é o menor número inteiro de dias necessários para enchê-lo completamente? Use $\pi \approx 22/7$.

Resolução:

Retirando os dados:

$$d = 8\text{m} \rightarrow r = 4\text{m}$$

$$h = 14\text{m}$$

$$160\text{l/min}$$

$$\pi \approx 22/7.$$

Calcular o volume do cilindro e calcular o tempo necessário para encher.

$$V = \pi * r^2 * h$$

$$V = \pi * (4)^2 * 14$$

$$V = \pi * 16 * 14$$

$$V = 224\pi\text{m}^3$$

$$V \approx 704\text{m}^3$$

$$1\text{m}^3 = 1000\text{l}$$

$$V \approx 704.000\text{l}$$

$$\text{tempo} = \frac{704.000}{160} = 4.400 \text{ minutos}$$

$$\text{cada dia tem } 60 * 24 = 1440 \text{ minutos}$$

$$\text{dias} = \frac{4400}{1440} \approx 3,05$$

Em 3 dias não é possível encher, então a resposta é 4 dias.

- 9) Uma vela com formato de cilindro reto, tem área total medindo $108\pi \text{ cm}^2$ e medida do raio da base igual a $\frac{1}{5}$ da medida da altura. Determine a medida de área lateral e a medida de volume dessa vela.

Resolução:

Retirando os dados:

$$A_T = 108\pi\text{cm}^2$$

$$r = \frac{1}{5}h$$

Calcular as medidas de raio e altura, depois calcular a área lateral e o volume.

$$A_T = 2\pi r * (h + r)$$

$$A_T = 108\pi\text{cm}^2$$

$$108\pi\text{cm}^2 = 2\pi r(h + r)$$

$$\frac{108\pi}{2\pi} = r * h + r^2$$

$$r * h + r^2 = 54$$

substituindo $r = \frac{1}{5}h$, temos:

$$\left(\frac{1}{5}h\right) * h + \left(\frac{1}{5}h\right)^2 = 54$$

$$\frac{1}{5}h^2 + \frac{1}{25}h^2 = 54$$

$$\frac{6}{25}h^2 = 54$$

$$6h^2 = 54 * 25$$

$$h^2 = \frac{1350}{6}$$

$$h^2 = 225$$

$$h = 15cm$$

$$r = \frac{1}{5} * 15$$

$$r = 3cm$$

$$A_L = 2\pi r * h$$

$$A_L = 2 * \pi * 3 * 15$$

$$A_L = 90\pi cm^2$$

$$V = \pi * r^2 * h$$

$$V = \pi * (3)^2 * 15$$

$$V = \pi * 9 * 15$$

$$V = 135\pi m^3$$

- 10)(Enem) Um povoado com 100 habitantes está passando por uma situação de seca prolongada e os responsáveis pela administração pública local decidem contratar a construção de um reservatório. Ele deverá ter a forma de um cilindro circular reto, cuja base tenha 5 metros de diâmetro interno, e atender à demanda de água da população por um período de exatamente sete dias consecutivos. No oitavo dia, o reservatório vazio é completamente reabastecido por carros-pipa. Considere que o consumo médio diário por habitante é de 120 litros de água. Use 3 como aproximação para π . Nas condições apresentadas, o reservatório deverá ser construído com uma altura interna mínima, em metro, igual a:

a) 1,12.

b) 3,10.

c) 4,35.

d) 4,48.

e) 5,60.

Resolução:

Retirando os dados:

$d = 5m \rightarrow r = 2,5m$

100 habitantes

120l/dia

7 dias

$\pi = 3$

Calcular o volume necessário para o reservatório e em seguida a medida da altura.

*litro por habitante = $120 * 7 = 840$ litros*

*total de litros = $840 * 100 = 84.000$ litros*

$1m^3 = 1000litros$

$$\frac{84.000}{1.000} = 84m^3$$

$$V = \pi * r^2 * h$$

$$84 = 3 * (2,5)^2 * h$$

$$84 = 18,75h$$

$$h = \frac{84}{18,75}$$

$$h = 4,48m, \text{ alternativa d.}$$

- 11) No intervalo de uma reunião de trabalho, será servido café em uma garrafa térmica cujo reservatório é cilíndrico com as medidas internas 18 cm de altura e 5 cm de raio da base. O café será servido em copinhos plásticos, também cilíndricos, com 4 cm de medida do diâmetro da base, 4 cm de medida da altura e espessura desprezível. Considere $\pi \approx 3,1$.

Resolução:

Retirando os dados:

Garrafa:

$$h = 18\text{cm}$$

$$r = 5\text{cm}$$

Copinhos:

$$d = 4\text{cm} \rightarrow r = 2\text{cm}$$

$$h = 4\text{cm}$$

$$\pi \approx 3,1$$

- a) Se cada um dos 30 participantes quiser se servir uma única vez, enchendo completamente o copinho, haverá café suficiente para todos? Explique sua resposta.

Calcular o volume da garrafa e do copinho e dividi-los.

$$V_G = \pi * r^2 * h$$

$$V_G = 3,1 * (5)^2 * 18$$

$$V_G = 3,1 * 25 * 18$$

$$V_G = 1395\text{cm}^3$$

$$V_c = \pi * r^2 * h$$

$$V_c = 3,1 * (2)^2 * 4$$

$$V_c = 3,1 * 4 * 4$$

$$V_c = 49,6\text{cm}^3$$

$$\frac{V_G}{V_c} = \frac{1395\text{cm}^3}{49,6\text{cm}^3} = 28,125$$

28 copinhos cheios

8. Avaliação

A avaliação dos alunos será contínua, observando especialmente a participação, cooperação e engajamento dos alunos durante a atividade prática. Será avaliado também o entendimento dos conceitos, a habilidade de aplicar as estratégias de resolução, e a capacidade de argumentação dos alunos ao defender suas soluções.

Na avaliação da aula, considerar se os objetivos estabelecidos foram alcançados, se houve, efetivamente, a construção de aprendizagem pelos alunos. Refletir também sobre o que poderia ter sido feito de forma diferente e como essas mudanças poderiam contribuir para melhorar o processo de ensino e aprendizagem.

9. Bibliografias

ANDRADE, Thais Marcelle de. **Matemática interligada: geometria espacial e plana**. 1. ed. São Paulo: Schipione, 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular: educação é a base**. Brasília, 2017.

BONJORNO, José Roberto; JÚNIOR, José Ruy Giovanni; SOUSA, Paulo Roberto Câmara de. **Prisma Matemática: geometria: ensino médio: área do conhecimento: matemática e suas tecnologias**. São Paulo: Editora FTD, 2020

D'AMBRÓSIO. Ubiratan. **Etnomatemática: Elo entre as tradições e a modernidade**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Do seu jeito: Matemática: área de Matemática e suas Tecnologias: volume 2: Ensino médio**. 1. ed. São Paulo: Ática, 2024.

IEZZI, Gelson; DEGENSZAJN, David; TAMARI, Marcio; PASMANIK, Guilherme. **Identidade Saraiva: Matemática: área de Matemática e suas Tecnologias: volume 2: Ensino médio**. 1. ed. São Paulo: Saraiva, 2024.

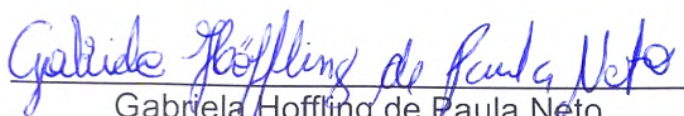
10. Observações

Neste primeiro dia de estágio, realizou-se a parte inicial de apresentação da professora estagiária, dos alunos, a chamada e ainda dos acordos estabelecidos, bem como a apresentação do que seria estudado durante aquele período. A professora regente não estava presente neste dia. A professora estagiária iniciou sua aula com a incentivação programada, na qual foram realizadas algumas perguntas, entre elas: Vocês já conhecem o cilindro? No cotidiano, onde podemos encontrar o cilindro? Quais objetos tem formato semelhante a um cilindro? Durante o curso, vocês utilizam algum material em formato cilíndrico? Para fabricar uma pilha, como a fábrica sabe qual a quantidade de material necessária? A resposta esperada era que os alunos conhecessem o sólido, que citassem alguns objetos cilíndricos usados no dia-a-dia e que o objeto usado no curso de mecatrônica com formato cilíndrico fosse citada a pilha. As respostas foram triviais, os alunos conheciam o sólido, citaram garrafa, copo, rolo do papel higiênico, entre outros objetos cilíndricos usados no dia-a-dia. Os objetos cilíndricos usados no curso de mecatrônica citados formam, pistão, parafuso, entre outros. E para chegar na resposta “pilha”, foram

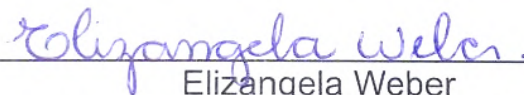
instigados a pensar no que gerava energia aos robôs, então responderam bateria e pilha. A partir disso, utilizando a metodologia de etnomatemática, a professora organizou a turma em duplas e entregou uma pilha a cada dupla de alunos, juntamente com um papel e tesoura, no qual os alunos encontram a área deste cilindro a pilha, isto a partir da dobradura envolvendo a pilha e o recorte do papel. Posteriormente, a professora projetou e entregou o conteúdo impresso, na qual iniciou o estudo do cilindro, os elementos, e a classificação de acordo com sua inclinação. Após isso, seguiu-se normalmente o Plano de Aula com um questionamento: Vocês sabem o que são sólidos de revolução? Esperava-se que nenhum aluno conhecesse esse termo e nesse caso seria explicado que um sólido de revolução é obtido a partir da rotação de uma figura plana em torno de um eixo. Mas a maioria dos alunos tinham entendimento sobre o que era um sólido de revolução. Nesse momento, foi demonstrado que o cilindro reto é um sólido de revolução, com o material Conjunto dos Sólidos de Revolução. Com o apoio do material, os alunos observaram que o cilindro reto é obtido a partir da rotação de um retângulo. A partir disso, foi realizada uma discussão a partir de alguns questionamentos: O cilindro oblíquo também é um sólido de revolução? Qual figura plana pode ser rotacionada para gerar esse sólido? Para responder estas perguntas, os alunos desenharam em um rascunho uma figura plana, que ao ser rotacionada formaria um cilindro oblíquo. Foram desenhadas diversas figuras que se pareciam com um paralelogramo. Então os alunos foram questionados novamente: A rotação destas figuras irão formar um cilindro oblíquo? A resposta esperada seria “não”, mas os alunos acreditavam que ao rotacionar a figura plana paralelograma formaria um cilindro oblíquo. Então a professora explicou que: “um cilindro oblíquo não é um sólido de revolução, porque a rotação de qualquer figura plana não formará esse sólido”. Com isso, fizeram anotações em seus materiais sobre os sólidos de revolução. Ainda, a partir da rotação das figuras, os alunos foram questionados: Caso um cilindro oblíquo seja cortado verticalmente ao meio, qual figura teremos ao abri-lo? A resposta esperada era que a figura formada seria um paralelogramo, e os alunos chegaram a esta conclusão. A outra pergunta foi: Caso se corte ao meio um cilindro reto, qual será a figura formada? A resposta esperada era que a figura encontrada seria um retângulo, e os alunos responderam certo. A partir disso, a professora explicou que esse corte permite observar a secção meridiana, os alunos compreenderam que a secção meridiana de um cilindro oblíquo é uma região

limitada por um paralelogramo e que a medida da base desse paralelogramo é $2r$ e que a altura do paralelogramo não tem a mesma medida da geratriz, porque se trata de um cilindro oblíquo. Compreenderam também, que a secção meridiana de um cilindro reto é uma região retangular, e sua medida de base é o diâmetro do círculo, e que a relação entre a geratriz e a altura (as medidas são iguais). Já no cilindro equilátero, cuja secção meridiana é uma região quadrada, os alunos puderam compreender melhor que a base do quadrado é o diâmetro do círculo ($2r$), e puderam visualizar que a medida da altura do quadrado também é o diâmetro, fazendo uma relação entre o diâmetro, a altura e a geratriz, chegando a conclusão que todas as medidas são iguais. Adiante, para o estudo da área de um cilindro, a professora solicitou que os alunos voltassem na planificação do cilindro que recortaram e colaram no material no início da aula. Foi explicado que o recorte representa a área da pilha, e para poder calcular a área, alguns questionamentos foram realizados: Quais figuras formam a área desse cilindro? Como se calcula a área de um círculo? Como se calcula a área de um retângulo? Como podemos encontrar a medida da base do retângulo sabendo que é a mesma medida do comprimento da circunferência? Os alunos responderam que as figuras que formam a área do cilindro são dois círculos e um retângulo. Que a área do círculo é $\pi * (raio)^2$ e a área do retângulo $base * altura$. Assim, a professora demonstrou no quadro branco, porque as medidas da base do retângulo e o comprimento da circunferência são iguais, que é dada pelo perímetro da circunferência $2 * \pi * raio$. A aula seguiu expositiva e dialogada, a professora explicou que a área do retângulo é chamada de área lateral e a área do círculo é chamada de área da base, e sabendo que a área total do cilindro é dada pela área de um retângulo e dois círculos, a fórmula se dará por: $A_T = A_L + 2 * A_B$. Foi também, realizado no quadro branco o desenvolvimento da fórmula, e depois foi posto os termos em evidência. Notou-se que os alunos tinham dificuldade em pôr os termos em evidência. Em seguida os alunos calcularam a área total da pilha que receberam (a partir da planificação feita), tirando as medidas com uma régua e realizaram o cálculo. Quando todos os alunos concluíram o cálculo, foi dialogado as respostas no quadro pela professora, e chegaram próximos de $A_T \simeq 24,63 \text{ cm}^2$. Enquanto calculavam, a professora projetou o cilindro e sua planificação no *software GeoGebra*, para melhor visualização do sólido. Em seguida, a professora explicou como calcular o volume

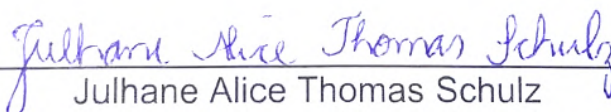
de um cilindro, a partir de alguns questionamentos: Vocês já estudaram os prismas? Recordam como era calculado o volume dos prismas? Os alunos responderam que os prismas já foram estudados anteriormente e recordaram a fórmula, *área da base * altura*. Este questionamento deu semelhança aos sólidos, para o cálculo do volume. Assim, foi formalizado que o volume do cilindro é dado por: $V = A_b * h$ ($V = \pi * r^2 * h$). Por conseguinte, a professora fez um exemplo no quadro de cálculo da área de um cilindro e outro exemplo de volume. Para sistematização e encerramento da aula, a professora pediu para que fizessem a lista de exercícios do material impresso, caso tivessem alguma dúvida poderia pedir ajuda, mas apenas três alunos tiraram dúvidas, então a professora passou no quadro branco o gabarito. O aluno com laudo, precisou de uma atenção especial, mas realizou a atividade proposta como previsto, com a ajuda de seu monitor. O restante dos alunos tiveram bom comportamento e boa participação na aula. A turma parece se desenvolver bem, poucas dúvidas e comentários. Respeitosos, deixaram seus telefones na caixinha e entraram para sala de aula nos horários previstos. Note-se que os alunos do fundo se distraem facilmente e acabam tendo conversas paralelas, mas que são controlados quando são chamados a atenção. Teve um erro de digitação no modelo impresso e entregue para os alunos, mas que foi visto e dialogado com os alunos, no qual fizeram a correção (faltou o quadrado de um raio). Com relação ao objeto do conhecimento Cilindro, os alunos demonstraram interesse e uma facilidade em desenvolver os cálculos. Com relação à trabalhar em dupla, com material lúdico foi interessante, diferente do ensino fundamental, os alunos do ensino médio utilizam sua dupla para tirar dúvidas a compreensão dos conceitos. Dessa forma, concluo que os objetivos foram alcançados. Destaca-se ainda que a utilização do conjunto de sólidos de revolução foi de suma importância para os alunos compreendessem, visualizassem e classificassem um sólido de revolução, tendo assim uma aprendizagem significativa.



Gabriela Hoffling de Paula Neto
Aluna – Estagiária



Elizângela Weber
Supervisora – Parte Concedente



Julhane Alice Thomas Schulz
Professora Orientadora – Entidade Educacional

Anexo

Figura 1: Objetos com formato cilíndrico



Apêndice

Apêndice 1: Modelo do aluno (material impresso)

2º Semestre / 2025

MEI - 2º ano - T3

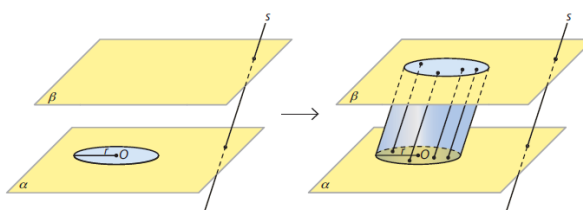
Profª Estagiária Gabriela Neto

Corpos Redondos

Cilindro Circular

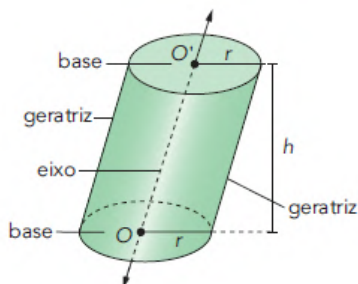
Definição: um cilindro é um sólido geométrico tridimensional formado por duas bases circulares congruentes (iguais) e paralelas, ligadas por uma superfície lateral.

Cilindro entre dois planos paralelos



Elementos de um cilindro

- **Bases:** são os círculos paralelos de centros O e O' e raio cuja medida do comprimento é r ;
- **Altura:** é a distância entre os planos que contêm as bases, representada por h ;
- **Eixo:** é a reta OO' que contém os centros dos círculos das bases;
- **Geratriz:** é cada segmento de reta paralelo ao eixo com extremidades nos pontos da circunferência das bases, representado por g ;
- **Superfície lateral:** é a reunião de todas as geratrizes do cilindro.

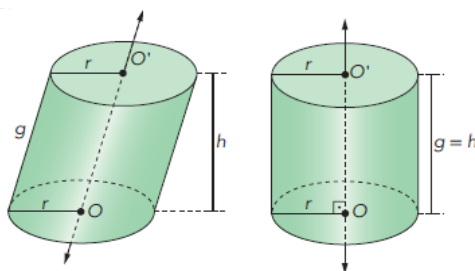


Cole a planificação do cilindro

Classificação

- **Cilindro oblíquo:** quando a geratriz é oblíqua às bases;
- **Cilindro reto:** quando a geratriz é perpendicular às bases. Nesse caso, a geratriz é a altura do cilindro.

Escreva abaixo da figura qual é o cilindro oblíquo e qual o cilindro reto.

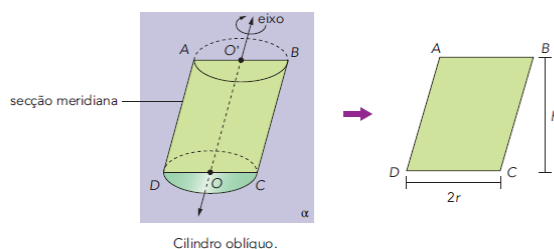


Sólido de revolução

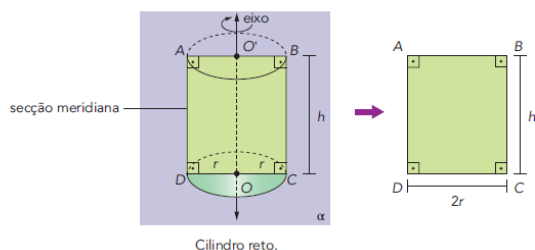
- Um cilindro reto
- Um cilindro oblíquo

Secção de um cilindro

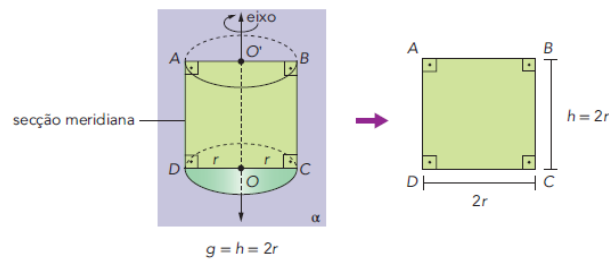
- **Secção meridiana:** secção obtida pela intersecção de um cilindro com um plano α que contém seu eixo OO' .
- A secção meridiana de um cilindro oblíquo é uma região limitada por um paralelogramo.



- A secção meridiana de um cilindro reto é uma região retangular.



- A secção meridiana de um cilindro equilátero é uma região quadrada.



Área de um cilindro reto

$$A_T = A_L + 2 * A_B$$

- **Área de superfície do cilindro (A_B):** área do círculo = $\pi * r^2$
- **Área da lateral do cilindro (A_L):** área do retângulo = $2 * \pi * r * h$
- **Área total do cilindro (A_T):** $A_T = A_L + 2 * A_B$

$$A_T = 2 * \pi * r * h + 2 * \pi * r^2$$

$$A_T = 2 * \pi * r * (h + r)$$

Volume de um cilindro

$$V = A_b * h$$

$$V = \pi * r^2 * h$$

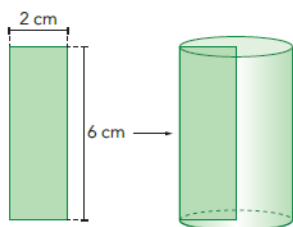
Exemplo 1: Um tanque cilíndrico tem 3 m de profundidade. Sua base superior é aberta e tem 4 m de diâmetro. Quantos galões de tinta são necessários para pintar o interior deste tanque, se para cada metro quadrado se gasta $\frac{1}{4}$ de galão?

Exemplo 2: Uma seringa tem a forma cilíndrica com 2 cm de diâmetro por 8 cm de comprimento. Quando o êmbolo se afasta 5 cm da extremidade da seringa próxima à agulha, qual é o volume, em mililitros, de remédio líquido que a seringa pode conter?



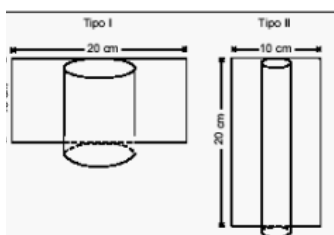
Exercícios

- 1) Um estojo com formato cilíndrico tem base com 8 cm de medida de comprimento do diâmetro e 15 cm de medida de comprimento da altura. Quantos centímetros quadrados de material são necessários, aproximadamente, para fabricar esse estojo? (Considere $\pi \approx 3,14$.)
- 2) Sabe-se que a medida de área lateral de um cilindro é $20\pi \text{ cm}^2$. Se o comprimento do raio da base mede 5cm, calcule a medida de comprimento h da altura e a medida de área total A_T do cilindro.
- 3) O cilindro representado foi obtido por meio da rotação da região limitada por um retângulo em torno do eixo determinado pelo lado, cujo comprimento mede 6 cm. Calcule a medida de área total desse sólido.



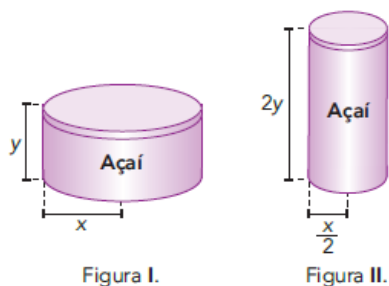
- 4) (ENEM) Uma artesã confecciona dois diferentes tipos de vela ornamental a partir de moldes feitos com cartões de papel retangulares de 20cm x 10cm (conforme ilustram as figuras abaixo). Unindo dois lados opostos do cartão, de duas maneiras, a artesã forma cilindros e, em seguida, os preenche completamente com parafina. Supondo-se que o custo da vela seja diretamente proporcional ao volume de parafina empregado, o custo da vela do tipo I, em relação ao custo da vela do tipo II, será:

- a) o triplo
- b) o dobro
- c) igual
- d) a metade
- e) a terça parte



- 5) Calcule a área da superfície total de um cilindro equilátero, sabendo que seu volume é igual a $250\pi \text{ cm}^3$
- 6) Determine o volume de um cilindro reto, sabendo que ele tem 2,5 dm de altura e sua área lateral é igual à área da base.
- 7) Uma polpa de açaí é vendida em 2 tipos de embalagens cilíndricas. Uma delas (figura I) tem raio da base com medida de comprimento x e altura com medida de comprimento y . A outra (figura II) tem raio da base com medida de comprimento $x/2$

e altura com medida de comprimento $2y$. A embalagem representada pela figura I é vendida por R\$ 16,00, e a outra, por R\$ 10,00.



Qual das 2 embalagens é mais vantajoso comprar, considerando a razão entre o preço e a medida de volume de cada embalagem?

- 8) Um reservatório cilíndrico de armazenamento de líquidos tem internamente 8 m de medida do diâmetro e 14 m de medida da altura e está vazio. Se ele receber líquido à razão de 160 litros por minuto, qual é o menor número inteiro de dias necessários para enchê-lo completamente? Use $\pi \approx 22/7$.
- 9) Uma vela com formato de cilindro reto, tem área total medindo $108\pi \text{ cm}^2$ e medida do raio da base igual a $\frac{1}{5}$ da medida da altura. Determine a medida de área lateral e a medida de volume dessa vela.
- 10)(Enem) Um povoado com 100 habitantes está passando por uma situação de seca prolongada e os responsáveis pela administração pública local decidem contratar a construção de um reservatório. Ele deverá ter a forma de um cilindro circular reto, cuja base tenha 5 metros de diâmetro interno, e atender à demanda de água da população por um período de exatamente sete dias consecutivos. No oitavo dia, o reservatório vazio é completamente reabastecido por carros-pipa. Considere que o consumo médio diário por habitante é de 120 litros de água. Use 3 como aproximação para π . Nas condições apresentadas, o reservatório deverá ser construído com uma altura interna mínima, em metro, igual a:
 - a) 1,12.
 - b) 3,10.
 - c) 4,35.
 - d) 4,48.
 - e) 5,60.
- 11) No intervalo de uma reunião de trabalho, será servido café em uma garrafa térmica cujo reservatório é cilíndrico com as medidas internas 18 cm de altura e 5 cm de raio da base. O café será servido em copinhos plásticos, também cilíndricos, com 4 cm de medida do diâmetro da base, 4 cm de medida da altura e espessura desprezível. Considere $\pi \approx 3,1$.
 - a) Se cada um dos 30 participantes quiser se servir uma única vez, enchendo completamente o copinho, haverá café suficiente para todos? Explique sua resposta.

Plano de Aula Semanal nº 02

Acadêmico: Gabriela Hoffling de Paula Neto

Professora Orientadora: Dra. Julhane Alice Thomas Schulz

Unidade Concedente: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha - *Campus* Santa Rosa

Estágio – Turma/Nº de alunos: 2º ano MEI T3/ 26 alunos

Professora Regente da Classe: Ma. Elizangela Weber

Nº de Períodos semanal/Tempo de cada período: 3 períodos/50min

Data/Horário: 18/09/2025 – 3 períodos - 9h 10min às 11h 55min (com intervalo de 15min)

1. Tema/Assunto:

Geometria Espacial: Corpos Redondos

2. Objetos de Conhecimento:

Cone

3. Habilidades relativas a BNCC:

(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

4. Objetivos

- Compreender os elementos do cone, sua planificação e o cálculo de área;
- Explorar, por meio de investigação, a relação entre os volumes do cilindro e do cone.
- Resolver situações-problema contextualizadas utilizando os conceitos estudados.

5. Metodologia

Investigação Matemática;
Método Expositivo e Dialogado.

6. Recursos

Materiais de uso comum: folha, caderno, lápis, caneta, canetão, régua, tesoura, quadro branco, material impresso, entre outros.

Materiais/recursos didáticos: arroz, conjunto Sólidos de Revolução, *software* GeoGebra, entre outros.

Recursos tecnológicos: notebook, projetor, entre outros.

7. Desenvolvimento

Incentivação da aula (1ºperíodo/15min)(diálogo entre o professor e os alunos):

Para dar início à aula, como combinado na aula anterior, se os alunos tiveram alguma dificuldade nos exercícios passados, iremos corrigir juntos no quadro branco.

(Fala do Professor): Para iniciarmos a aula, alguém ficou com dúvidas nos exercícios anteriores, para que possamos fazer a correção juntos?

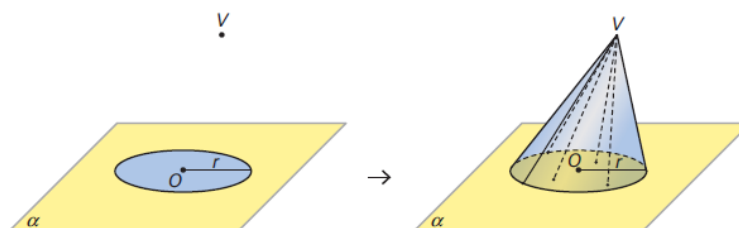
Resposta esperada: Individual que cada aluno.

Desenvolvimento da aula (1º período/35min)(explicação)(material impresso):

Para iniciar o estudo do cone, serão explorados os elementos, a classificação e a secção meridiana do sólido geométrico.

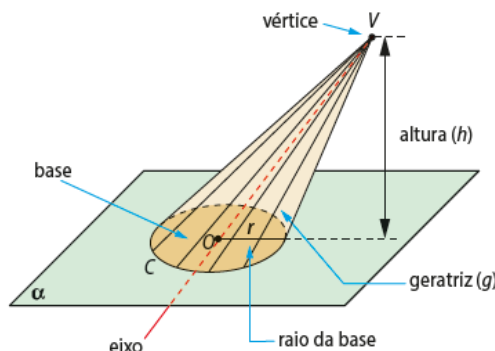
Cone Circular

Definição: Considere um círculo de centro O e raio r , situado em um plano α , e um ponto V , fora de α . Denomina-se cone circular ou apenas cone, a reunião de todos os segmentos de reta que têm uma extremidade em V e outra em um ponto do círculo.



Elementos de um cone

- **Base:** é o círculo de centro O e raio r ;
- **Vértice:** é o ponto V ;
- **Altura:** é a distância entre o plano que contém a base e o vértice V , representada por h ;
- **Eixo:** é a reta OV , que passa pelo centro da base e pelo vértice;
- **Geratriz:** é cada segmento de reta com uma extremidade em V e outra em um ponto da circunferência da base, representada por g ;
- **Superfície lateral:** é a reunião de todas as geratrizes do cone.



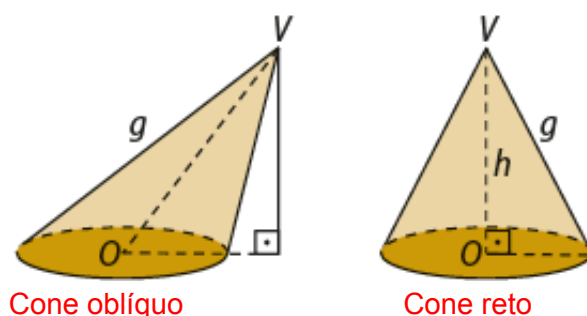
Após o estudo dos elementos do cone, será realizada sua classificação de acordo com a sua inclinação.

Classificação:

- **Cone oblíquo:** quando o eixo é oblíquo ao plano que contém a base;
- **Cone reto:** quando o eixo é perpendicular ao plano que contém a base. Nesse caso, a medida de OV é a medida da altura do cone.

(Fala do professor): Escrevam no material qual é o cone oblíquo e qual é o cone reto.

Resposta esperada:



Nesse momento, será demonstrado que o cone reto é um sólido de revolução, com o material Conjunto dos Sólidos de Revolução. Com o apoio do material, os alunos poderão observar que o cone reto é obtido a partir da rotação de um triângulo. A partir disso, será realizada uma discussão a partir da pergunta:



(Fala do professor) O cone oblíquo também é considerado um sólido de revolução? Qual figura plana pode ser rotacionada para gerar esse sólido?

Resposta esperada: A partir do estudo já realizado no objeto de conhecimento cilindro, os alunos deverão responder que o cone oblíquo não é um sólido de revolução.

Com isso, os alunos farão anotações em seus materiais:

Anotar no material (professor irá escrever no quadro):

- **Um cone reto** também é chamado cone de revolução, pois pode ser obtido pela rotação de um triângulo retângulo em torno de um dos catetos;
- **Um cone oblíquo** não é um sólido de revolução, porque a rotação de qualquer figura plana não formará esse sólido.

Ainda, a partir da rotação das figuras, os alunos serão questionados:

(Fala do professor): Caso um cone oblíquo seja cortado verticalmente ao meio, qual figura teremos ao abri-lo?

Resposta esperada: Espera-se que os alunos reflitam um pouco e cheguem a conclusão de que a figura formada será um triângulo escaleno (todos lados diferentes).

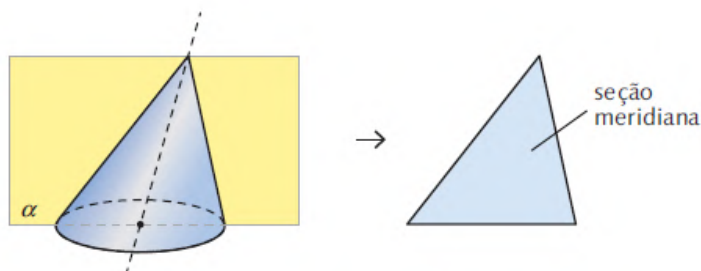
(Fala do professor): Caso se corte ao meio um cone reto, qual será a figura formada?

Resposta esperada: Os alunos deverão responder que a figura será um triângulo retângulo.

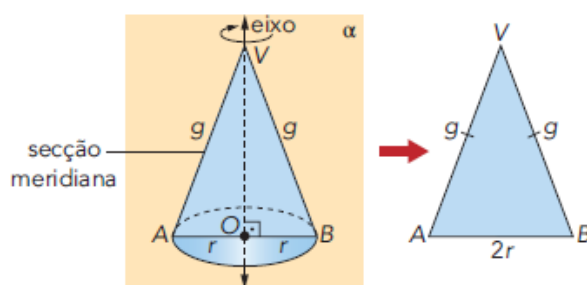
A professora explicará que esse corte permite observar a secção meridiana, conforme será apresentado no material impresso.

(Fala do professor): Esse corte permite observar a secção meridiana:

- **Secção meridiana:** é a secção obtida pela intersecção de um cone com um plano que contém seu eixo OV.
- A secção meridiana de um cone oblíquo é uma região limitada por um triângulo.



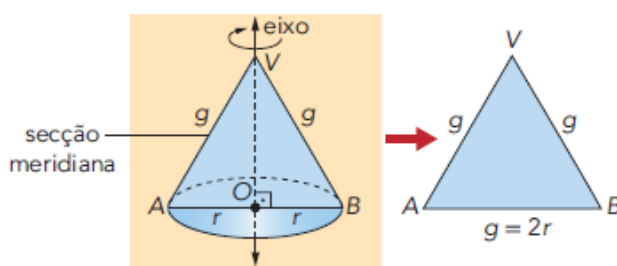
- A secção meridiana de um cone reto é uma região limitada por um triângulo isósceles (lados com medidas iguais, base diferente).



(Fala do professor): Qual é a medida da base do triângulo isósceles?

Resposta esperada: Os alunos devem responder que é o diâmetro do círculo.

- Cone equilátero é um cone reto cuja secção meridiana é um cone equilátero.



(Fala do professor): Qual é a medida da base do triângulo formado?

Resposta esperada: A resposta dada pelos alunos deve ser o diâmetro do círculo (2r).

(Fala do professor): Qual é a medida da geratriz do triângulo?

Resposta esperada: Os alunos devem responder que também é diâmetro.

(Fala do professor): Qual a relação entre o diâmetro e a geratriz?

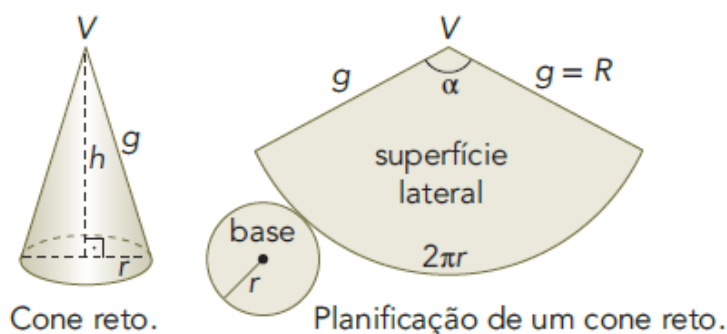
Resposta esperada: Espera-se que respondam que são iguais.

(2º período/20min)(explicação):

Para o estudo da área de um cone vamos planificar a superfície de um cone reto. Os alunos irão desenhar e o professor irá projetar (Figura 1 anexo).

(Fala do Professor): Desenhe a planificação de um cone reto.

Resposta esperada:



(Fala do professor): Quais figuras vocês identificam?

Resposta esperada: Espera-se que os alunos respondam círculo e setor circular.

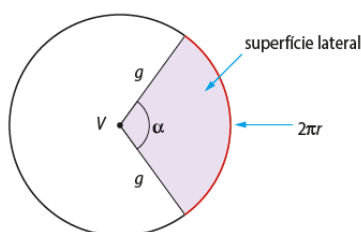
(Fala do professor): Temos uma figura que representa a base e outra figura que representa a lateral, identifiquem cada uma.

Resposta esperada: Os alunos devem dizer que o círculo é a base e o setor circular é a lateral.

(Fala do professor): Qual é a área do círculo?

Resposta esperada: Espera-se que os alunos respondam que é $\pi * r^2$.

Então, a professora irá explicar que o setor circular é parte de um círculo (quadro branco).



$2\pi r$ = comprimento da circunferência

(Fala do professor)(quadro branco): Para encontrarmos a área do setor circular, vamos utilizar uma regra de três envolvendo o comprimento e a área do círculo e do setor circular.

Os alunos deverão copiar em seus materiais impressos.

**Comprimento do
arco do setor**

Área do setor

$$\begin{array}{ccc} 2\pi g & \text{-----} & \pi g^2 \\ 2\pi r & \text{-----} & A_L \end{array}$$

$$2\pi g * A_L = 2\pi r * \pi g^2$$

$$A_L = \frac{2\pi^2 r g^2}{2\pi g}$$

$$A_L = \pi r g$$

Então a professora irá explicar a área total de um cone.

(Fala do professor): Desse modo, a área total do cone é dada por:

$$A_T = A_B + A_L$$

Onde:

$A_B \rightarrow$ Área da base do cone $\rightarrow$ área do círculo $= \pi * r^2$

$A_L \rightarrow$ Área lateral do cone $\rightarrow$ área do setor circular $= \pi * r * g$

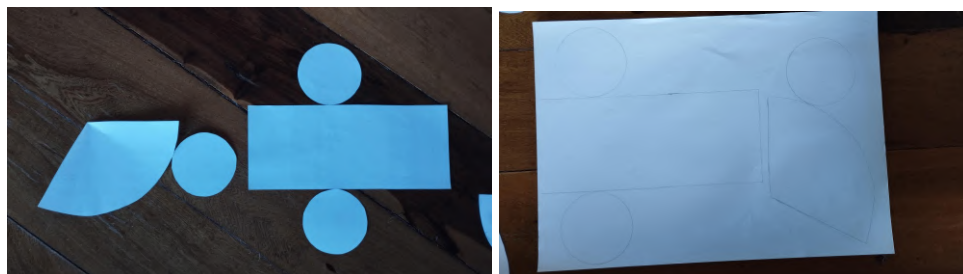
$A_T \rightarrow$ Área total do cone $= A_T = A_B + A_L$

$$A_T = \pi * r^2 + \pi * r * g$$

$$A_T = \pi * r * (g + r)$$

(2º período/30min. 3º período/10min.)(investigação)(material impresso):

Nesse momento, os alunos se organizarão em grupo de quatro componentes e receberão um roteiro, algumas folhas com figuras para recorte e grãos. Seguindo o roteiro, com a orientação da professora, irão descobrir como calcular o volume de um cone.



(Fala do professor): Neste momento, vocês podem formar grupos de 4 componentes, no material impresso, onde diz: “volume de um cone”, tem um roteiro que devem seguir. Vou lhes entregar folhas com figuras para recorte e grãos de arroz para cada grupo, e a partir disso, irão descobrir e calcular o volume do cone.

Roteiro da Investigação:

1. Recorte as 4 planificações, cole no local indicado e monte os sólidos geométricos correspondentes a essas planificações. Quais sólidos foram formados?

Resposta esperada: Eles vão montar um cilindro e três cones.

2. Quais características o cilindro e o cone têm em comum?

Resposta esperada: Todos com a mesma área de base e mesma altura.

3. Preencha o cilindro com os grãos. A quantidade de grãos que cabem dentro desse cilindro representam qual grandeza?

Resposta esperada: Volume.

4. Qual a fórmula do volume de um cilindro?

Resposta esperada: $V = A_b * h$

$$V = \pi * r^2 * h$$

5. Agora utilizando os grãos do cilindro, preencha os cones. Qual a relação entre o volume do cilindro e o volume do cone?

Resposta esperada: O volume do cone é 3 vezes menor que o volume do cilindro.

6. Sendo assim, como podemos escrever o volume de um cone?

Resposta esperada: $V = \frac{A_b * h}{3}$

$$V = \frac{\pi * r^2 * h}{3}$$



A professora vai acompanhar o desenvolvimento dos grupos e auxiliar para que consigam compreender a atividade proposta.

Sistematização/Fechamento da Aula (3º período/40min)(material impresso):

Para encerrar a aula, a professora realizará um exemplo com os alunos, envolvendo o cálculo de área e volume de um cone. Em seguida, os alunos resolverão os exercícios da lista.

(Fala do professor): Agora faremos um exemplo envolvendo o cálculo de área e volume do cone.

Exemplo 1: O chapéu de uma fantasia de fada mostrado na imagem tem o formato da superfície lateral de um cone de revolução de 12cm de medida da altura e $100\pi\text{cm}^3$ de medida de volume. Uma vez que é feito de cartolina, quantos cm^2 desse material foram usados na confecção do chapéu?



Chapéu de fantasia de fada.

Resolução:

Queremos saber a área lateral do cone

Retirando os dados:

$$h = 12\text{cm}$$

$$V = 100\pi\text{cm}^3$$

A partir do volume, deve-se descobrir o valor do raio e com ele calcular a geratriz do cone, lembrando que deve-se calcular apenas a área lateral.

$$r = ?$$

$$V = \frac{A_b * h}{3}$$

$$V = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

$$100\pi = \frac{\pi r^2 12}{3}$$

$$300\pi = 12\pi r^2$$

$$r^2 = \frac{300\pi}{12\pi}$$

$$r^2 = 25$$

$$r = 5 \text{ cm}$$

Para calcular a geratriz, utiliza-se a relação do Teorema de Pitágoras

$$g^2 = r^2 + h^2$$

$$g^2 = 5^2 + 12^2$$

$$g^2 = 25 + 144$$

$$\sqrt{g^2} = \sqrt{169}$$

$$g = 13 \text{ cm}$$

$$A_L = \pi * r * g$$

$$A_L = \pi * 5 * 13$$

$$A_L = \pi * 65$$

$$A_L = 65\pi \text{ cm}^2$$

$$A_L = 204,2 \text{ cm}^2$$

(Fala do professor): Agora, depois de estudarmos o objeto do conhecimento cone circular, vocês terão uma lista de exercícios para realizar. Caso tenham dúvidas posso ir até a classe ajudar, faremos a correção dos exercícios que não conseguirem fazer na próxima aula.

Exercícios:

- 1) Um tanque cônico tem 4 m de medida de profundidade e o topo circular tem medida de comprimento do diâmetro 6 m. Qual é a medida de volume máxima, em litros, que esse tanque pode conter de líquido?

Resolução:

Retirando os dados:

$$h = 4 \text{ m}$$

$$d = 6 \text{ m} \rightarrow r = 3 \text{ m}$$

Deve-se calcular o volume do cone e transformar em litros.

$$V = \frac{A_B * h}{3}$$

$$V = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

$$V = \frac{\pi * (3)^2 * 4}{3}$$

$$V = \frac{\pi * 9 * 4}{3}$$

$$V = 12\pi \text{ m}^3$$

$$V = 12000\pi \text{ l ou } 37.680 \text{ l}$$

- 2) Carina avaliou o projeto da cobertura de um silo.

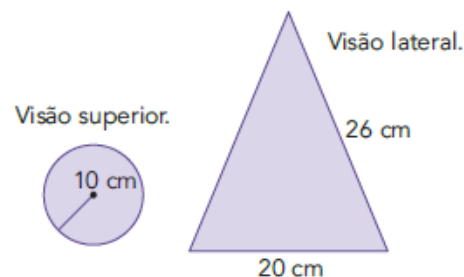
Com essas informações, Carina calculou a medida de volume da cobertura do silo. Qual foi a medida de volume obtida por ela?

Resolução:

Retirando os dados:

$$r = 10\text{cm}$$

$$g = 26\text{cm}$$



Deve-se encontrar a altura a partir do triângulo retângulo e em seguida calcular o volume.

$$g^2 = h^2 + r^2$$

$$26^2 = h^2 + 10^2$$

$$676 = h^2 + 100$$

$$h^2 = 676 - 100$$

$$h = \sqrt{576}$$

$$h = 24\text{cm}$$

$$V = \frac{A_B \cdot h}{3}$$

$$V = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

$$V = \frac{\pi \cdot (10)^2 \cdot 24}{3}$$

$$V = \frac{\pi \cdot 100 \cdot 24}{3}$$

$$V = 800\pi\text{cm}^3$$

$$V \simeq 2512\text{cm}^3$$

- 3) Determine a medida de volume de um cone cujo comprimento da altura mede 6 cm e cujo comprimento da geratriz mede 7 cm. (Considere $\pi \approx 3,14$).

Resolução:

Retirando os dados:

$$h = 6\text{cm}$$

$$g = 7\text{cm}$$

$$\pi = 3,14$$

Deve-se obter o raio a partir do triângulo retângulo e calcular o volume

$$g^2 = h^2 + r^2$$

$$7^2 = 6^2 + r^2$$

$$49 = 36 + r^2$$

$$r^2 = 49 - 36$$

$$r = \sqrt{13}$$

$$V = \frac{A_B \cdot h}{3}$$

$$V = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$$

$$V = \frac{\pi * (\sqrt{13})^2 * 6}{3}$$

$$V = \frac{\pi * 13 * 6}{3}$$

$$V = 26\pi cm^3$$

$$V \simeq 81,64 cm^3$$

- 4) Considere um cone reto cujo comprimento do raio da base mede 5 cm e a abertura do ângulo central mede 45° . Determine:

- a) a medida de área da base;
- b) a medida de área lateral;
- c) a medida de área total.

Resolução:

Retirando os dados:

$$r = 5cm$$

$$\text{ângulo} = 45^\circ$$

$$a) A_B = \pi r^2$$

$$A_B = \pi * (5)^2$$

$$A_B = 25\pi cm^2$$

$$b) A_L = \pi * r * g$$

$$\frac{45^\circ}{360^\circ} = \frac{2\pi r}{2\pi g}$$

$$\frac{45^\circ}{360^\circ} = \frac{2\pi * 5}{2\pi g}$$

$$\frac{1}{8} = \frac{5}{g}$$

$$g = 5 * 8$$

$$g = 40cm$$

$$A_L = \pi * r * g$$

$$A_L = \pi * 5 * 40$$

$$A_L = 200\pi cm^2$$

$$c) A_T = A_B + A_L$$

$$A_T = 25\pi + 200\pi$$

$$A_T = 225\pi cm^2$$

- 5) Uma fábrica de perfumes confecciona frascos no formato de um cone com altura h e raio r . Para melhorar as suas vendas, essa fábrica decidiu aprimorar o design dos frascos criando recipientes no formato de cilindro com altura h e raio r . Desse modo, sobre o volume do novo frasco, podemos afirmar que ele tem:

- a) a metade do volume do frasco cônico.
- b) o dobro do volume do frasco cônico.
- c) um terço do volume do frasco cônico.
- d) o triplo do volume do frasco cônico.
- e) o mesmo volume que o frasco cônico.

Resolução:

Retirando os dados:

Cone de altura h e raio r

Cilindro com altura h e raio r

Quando um cone e um cilindro tem mesma altura e mesma área da base, o volume do cilindro é 3 vezes maior que o volume do cone, portanto a alternativa correta é letra d.

- 6) Um recipiente de vidro possui formato de um cone com raio da base igual a 12 cm e geratriz igual a 16 cm. Sabendo que, para produzir esse vidro, são gastos R\$ 0,15 por cm^2 , utilizando $\pi = 3$, o valor gasto para produzir um desses recipientes de vidro é:

- a) R\$ 108,00
- b) R\$ 125,12
- c) R\$ 151,20
- d) R\$ 175,30
- e) R\$ 192,45

Resolução:

Retirando os dados:

$r = 12\text{cm}$

$g = 16\text{cm}$

R\$0,15/ cm^2

$\pi = 3$

Deve-se calcular a área total e multiplicar por 0,15 para obter o valor gasto.

$$A_B = \pi r^2$$

$$A_B = \pi * (12)^2$$

$$A_B = 144\pi\text{cm}^2$$

$$A_L = \pi r g$$

$$A_L = \pi * 12 * 16$$

$$A_L = 192\pi\text{cm}^2$$

$$A_T = A_B + A_L$$

$$A_T = 144\pi + 192\pi$$

$$A_T = 336\pi\text{cm}^2$$

$$A_T = 1008\text{cm}^2$$

$$\text{Valor} = 1008 * 0,15$$

$$\text{Valor} = \text{R\$}151,20$$

A alternativa correta é letra c

- 7) Dobrando simultaneamente a medida da altura e a medida do diâmetro de um cone circular reto, por quanto fica multiplicada a medida de:
- a) área total?

Resolução:

Se dobrar a medida da altura e do diâmetro, irá dobrar a medida do raio e da geratriz.

$$A_T = A_B + A_L$$

$$A_T = \pi r^2 + \pi r g$$

$$A_{T2} = \pi(2r)^2 + \pi * 2r * 2g$$

$$A_{T2} = 4r^2\pi + 4rg\pi$$

Portanto, a área total fica multiplicada por 4.

b) volume?

Resolução:

$$V = \frac{A_B * h}{3}$$

$$V = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

$$V_2 = \frac{\pi * (2r)^2 * 2h}{3}$$

$$V_2 = \frac{\pi * 4r^2 * 2h}{3}$$

$$V_2 = \frac{8r^2 h \pi}{3}$$

Portanto, o volume fica multiplicado por 8.

8. Avaliação

A avaliação dos alunos será contínua, observando especialmente a participação, cooperação e engajamento dos alunos durante a atividade prática. Será avaliado também o entendimento dos conceitos, a habilidade de aplicar as estratégias de resolução, e a capacidade de argumentação dos alunos ao defender suas soluções.

Na avaliação da aula, considerar se os objetivos estabelecidos foram alcançados, se houve, efetivamente, a construção de aprendizagem pelos alunos através da metodologia de investigação matemática, utilizando de recorte, colagem, e grãos para preencher o cilindro e os cones, fazendo a relação entre o volume do cilindro e o volume do cone. Refletir também sobre o que poderia ter sido feito de forma diferente e como essas mudanças poderiam contribuir para melhorar o processo de ensino e aprendizagem.

9. Bibliografias

ANDRADE, Thais Marcelle de. **Matemática interligada: geometria espacial e plana**. 1. ed. São Paulo: Schipione, 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**: educação é a base. Brasília, 2017.

BONJORNIO, José Roberto; JÚNIOR, José Ruy Giovanni; SOUSA, Paulo Roberto Câmara de. **Prisma Matemática: geometria: ensino médio: área do conhecimento: matemática e suas tecnologias**. São Paulo: Editora FTD, 2020

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Do seu jeito: Matemática: área de Matemática e suas Tecnologias**: volume 2: Ensino médio. 1. ed. São Paulo: Ática, 2024.

IEZZI, Gelson; DEGENSZAJN, David; TAMARI, Marcio; PASMNIK, Guilherme. **Identidade Saraiva: Matemática: área de Matemática e suas Tecnologias:** volume 2: Ensino médio. 1. ed. São Paulo: Saraiva, 2024.

PONTE, J. P. BROCARD, J. OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula.** Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2020

10. Observações

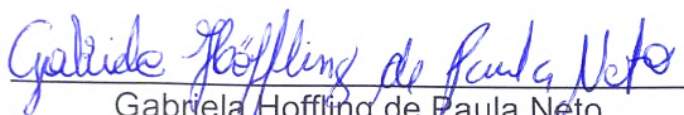
A aula iniciou-se com a correção das atividades da semana anterior. Foram retomadas três questões que geraram mais dúvidas entre os alunos e, para favorecer a participação e a construção coletiva do conhecimento, cada uma foi resolvida no quadro por um aluno diferente. Em seguida, introduzimos o novo objeto de estudo: o cone. Exploramos seus elementos, sua classificação (analisada a partir do conjunto dos sólidos de revolução) e a secção meridiana. Após o intervalo, realizamos o desenho da planificação do cone reto e, por meio de questionamentos orientados, chegamos à construção do setor circular. A partir disso, retomamos a fórmula da área total do cone. Vale destacar que, neste primeiro momento da aula, contamos com a presença da professora regente Elisângela.

Na sequência, desenvolvemos a atividade de investigação matemática. Todos os alunos realizaram corretamente o recorte das figuras e identificaram que o cone e o cilindro trabalhados possuíam a mesma área de base e a mesma altura. A partir da manipulação dos sólidos, os grupos chegaram à conclusão de que o volume de três cones equivale ao volume de um cilindro com mesma área de base e altura. A atividade foi bastante significativa, pois permitiu que os alunos compreendessem o conceito de volume de forma concreta, sem a necessidade de decorar fórmulas de maneira mecânica.

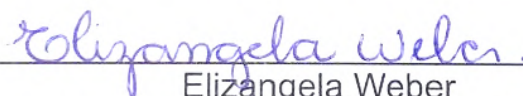
A interação entre professor e alunos ocorreu de forma satisfatória. Apesar de algumas conversas paralelas, estas não prejudicaram o andamento da aula nem a compreensão do conteúdo. A interação entre os próprios alunos também foi muito positiva: trabalharam bem em grupo, demonstrando cooperação, troca de ideias e ajuda mútua na realização das atividades.

Os objetivos da aula foram alcançados com êxito. Não houve dificuldades que impedissem o desenvolvimento do conteúdo previsto. A atividade investigativa contribuiu para tornar o aprendizado mais significativo e facilitou a comparação entre os volumes dos dois sólidos estudados. A maioria dos alunos conseguiu concluir os exercícios ainda em aula, aplicando corretamente os conceitos e esclarecendo

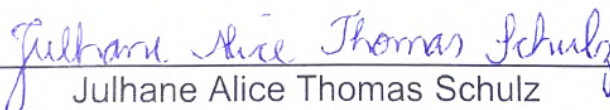
dúvidas. Durante a resolução das questões, foi identificado um equívoco de interpretação, que foi prontamente corrigido, permitindo a continuidade tranquila da aula.



Gabriela Hoffling de Paula Neto
Aluna – Estagiária



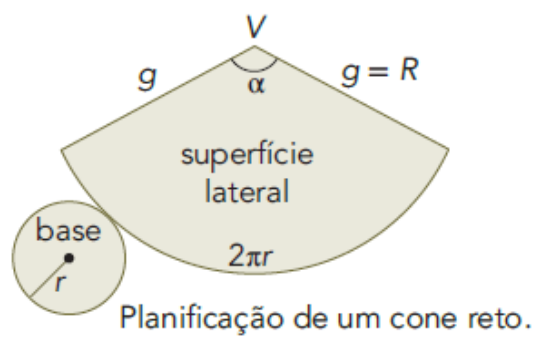
Elizângela Weber
Supervisora – Parte Concedente



Julhane Alice Thomas Schulz
Professora Orientadora – Entidade Educacional

Anexo

Figura 1 - Planificação do cone reto



Apêndice

2º Semestre / 2025

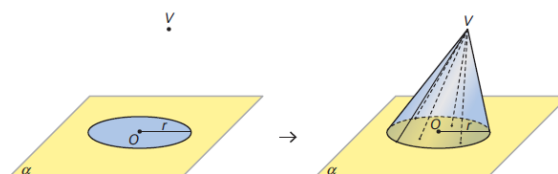
MEI - 2º ano - T3

Profª Estagiária Gabriela Neto

Corpos Redondos

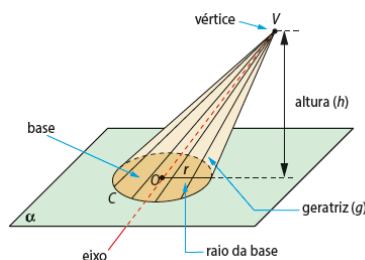
Cone Circular

Definição: Considere um círculo de centro O e raio r , situado em um plano α , e um ponto V , fora de α . Denomina-se cone circular ou apenas cone, a reunião de todos os segmentos de reta que têm uma extremidade em V e outra em um ponto do círculo.



Elementos de um cone

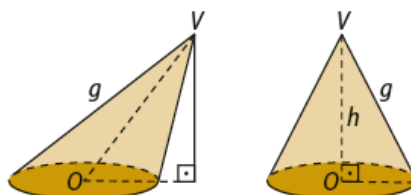
- **Base:** é o círculo de centro O e raio r ;
- **Vértice:** é o ponto V ;
- **Altura:** é a distância entre o plano que contém a base e o vértice V , representada por h ;
- **Eixo:** é a reta OV , que passa pelo centro da base e pelo vértice;
- **Geratriz:** é cada segmento de reta com uma extremidade em V e outra em um ponto da circunferência da base, representada por g ;
- **Superfície lateral:** é a reunião de todas as geratrizes do cone.



Classificação

- **Cone oblíquo:** quando o eixo é oblíquo ao plano que contém a base;
- **Cone reto:** quando o eixo é perpendicular ao plano que contém a base.

Escreva abaixo da figura qual é o cone oblíquo e qual o cone reto.



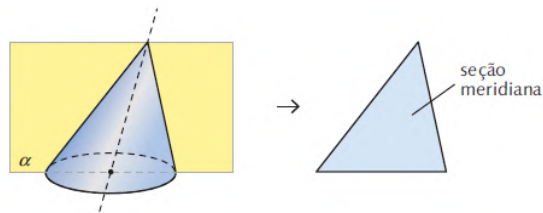
Sólido de revolução

- Um cone reto

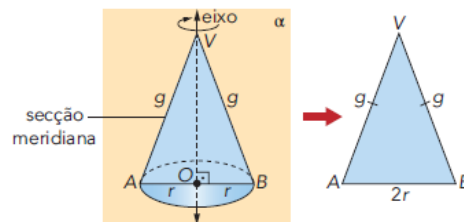
- Um cone obluo

Seco de um cone

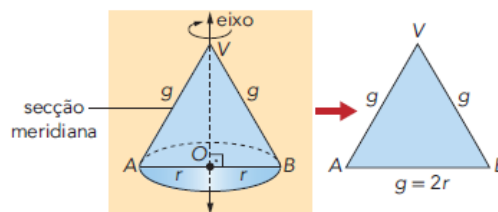
- **Seco meridiana:**  a seco obtida pela interseco de um cone com um plano que contm seu eixo.
- A seco meridiana de um cone obluo  uma regio limitada por um tringulo.



- A seco meridiana de um cone reto  uma regio limitada por um tringulo issceles.



- Cone equiltero  um cone reto cuja seco meridiana  um cone equiltero.



- rea de um cone reto

Desenhe a planificao de um cone reto.

- **Área da base do cone (A_B):** área do círculo = $\pi * r^2$
- **Área da lateral do cone (A_L):** área do setor circular = $\pi * r * g$
- **Área total do cone (A_T):** $A_T = A_B + A_L$
 $A_T = \pi * r^2 + \pi * r * g$
 $A_T = \pi * r * (g + r)$

Volume de um cone

Roteiro:

1. Recorte as 4 planificações, cole no local indicado e monte os sólidos geométricos correspondentes a essas planificações. Quais sólidos foram formados?
2. Quais características o cilindro e o cone têm em comum?
3. Preencha o cilindro com os grãos. A quantidade de grãos que cabem dentro desse cilindro representam qual grandeza?
4. Qual a fórmula do volume de um cilindro?
5. Agora utilizando os grãos do cilindro, preencha os cones. Qual a relação entre o volume do cilindro e o volume do cone?
6. Sendo assim, como podemos escrever o volume de um cone?

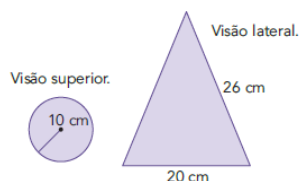
Exemplo 1: O chapéu de uma fantasia de fada mostrado na imagem tem o formato da superfície lateral de um cone de revolução de 12cm de medida da altura e $100\pi\text{cm}^3$ de medida de volume. Uma vez que é feito de cartolina, quantos cm^2 desse material foram usados na confecção do chapéu?



Chapéu de fantasia de fada.

Exercícios

- 1) Um tanque cônico tem 4 m de medida de profundidade e o topo circular tem medida de comprimento do diâmetro 6 m. Qual é a medida de volume máxima, em litros, que esse tanque pode conter de líquido?
- 2) Carina avaliou o projeto da cobertura de um silo. Com essas informações, Carina calculou a medida de volume da cobertura do silo. Qual foi a medida de volume obtida por ela?



- 3) Determine a medida de volume de um cone cujo comprimento da altura mede 6 cm e cujo comprimento da geratriz mede 7 cm. (Considere $\pi \approx 3,14$.)
- 4) Considere um cone reto cujo comprimento do raio da base mede 5 cm e a abertura do ângulo central mede 45° . Determine:
 - a) a medida de área da base;
 - b) a medida de área lateral;
 - c) a medida de área total.
- 5) Uma fábrica de perfumes confecciona frascos no formato de um cone com altura h e raio r . Para melhorar as suas vendas, essa fábrica decidiu aprimorar o design dos frascos criando recipientes no formato de cilindro com altura h e raio r . Desse modo, sobre o volume do novo frasco, podemos afirmar que ele tem
 - a) a metade do volume do frasco cônico.
 - b) o dobro do volume do frasco cônico.
 - c) um terço do volume do frasco cônico.
 - d) o triplo do volume do frasco cônico.
 - e) o mesmo volume que o frasco cônico.
- 6) Um recipiente de vidro possui formato de um cone com raio da base igual a 12 cm e geratriz igual a 16 cm. Sabendo que, para produzir esse vidro, são gastos R\$ 0,15 por cm^2 , utilizando $\pi = 3$, o valor gasto para produzir um desses recipientes de vidro é:
 - a) R\$ 108,00
 - b) R\$ 125,12
 - c) R\$ 151,20
 - d) R\$ 175,30
 - e) R\$ 192,45
- 7) Dobrando simultaneamente a medida da altura e a medida do diâmetro de um cone circular reto, por quanto fica multiplicada a medida de:
 - a) área total?
 - b) volume?

Plano de Aula Semanal nº 03

Acadêmico: Gabriela Hoffling de Paula Neto

Professora Orientadora: Dra. Julhane Alice Thomas Schulz

Unidade Concedente: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha - *Campus* Santa Rosa

Estágio – Turma/Nº de alunos: 2º ano MEI T3/ 26 alunos

Professora Regente da Classe: Ma. Elizangela Weber

Nº de Períodos semanal/Tempo de cada período: 3 períodos/50min

Data/Horário: 25/09/2025 – 3 períodos - 9h10min às 11h55min (com intervalo de 15min)

1. Tema/Assunto:

Geometria Espacial: Corpos Redondos

2. Objetos de Conhecimento:

Tronco de Cone

3. Habilidades relativas a BNCC:

(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

4. Objetivos

- Compreender os elementos do tronco de cone, sua planificação e o cálculo da área.
- Comparar os volumes do cilindro e do tronco de cone, a partir de atividades investigativas.
- Resolver problemas contextualizados com base nos conceitos estudados.

5. Metodologia

Investigação Matemática;

Método Expositivo e Dialogado.

6. Recursos

Materiais de uso comum: folha, caderno, lápis, caneta, canetão, quadro branco, material impresso, entre outros.

Recursos tecnológicos: *software* GeoGebra, notebook, projetor, entre outros.

7. Desenvolvimento

Incentivação da aula (1ºperíodo/15min) (diálogo entre o professor e os alunos):

Para dar início a aula, como combinado na aula anterior, se os alunos tiveram alguma dificuldade nos exercícios passados, iremos corrigir juntos no quadro branco.

(Fala do Professor): Para darmos início a aula, alguém ficou com dúvidas nos exercícios passados, que possamos corrigir juntos?

Resposta esperada: Individual que cada aluno.

Desenvolvimento da aula (1º período/15min)(explicação)(material impresso):

Para iniciar o conteúdo de tronco de cone, a professora irá projetar a imagem de uma caixa de água (Apêndice I), e também levará uma caixa de água em miniatura para que os alunos possam ver de perto e se quiserem pegar para analisar.

(Fala do professor): Vocês podem visualizar a imagem no projetor e/ou no material impresso, mas trouxe aqui também a miniatura da caixa da água, para quem quiser analisar de perto.



A partir da caixa de água, a professora fará uma problematização:

(Fala do professor): Qual é aproximadamente a quantidade de material necessário para fabricar uma caixa de água desse formato, considerando que o raio do seu topo mede 1m e o raio de sua base mede 83 cm e nela cabem 2.000 litros de água?

Para que os alunos possam resolver esse problema é necessário primeiro compreender qual é o sólido mais semelhante a caixa de água. Para isso, a professora fará alguns questionamentos:

(Fala do professor): Qual o formato dessa caixa de água?

Resposta esperada: Espera-se que os alunos inicialmente respondam que o formato é cilíndrico.

As bases dessa caixa de água possuem o mesmo tamanho?

Resposta esperada: Os alunos devem observar que são bases com tamanhos diferentes, uma maior e outra menor.

Os cilindros que estudamos tinham bases iguais ou diferentes?

Resposta esperada: A resposta deve ser bases iguais.

Sabendo que o cilindro deve ter as duas bases de mesmo tamanho? Qual sólido poderia representar essa caixa de água?

Resposta esperada: Espera-se que os alunos deem alguns palpites, mas que não cheguem na resposta correta.

A professora colocará um cone de papel em cima da caixa de água e continuará os questionamentos:



A caixa de água e o papel juntos estão representando qual figura?

Resposta esperada: Os alunos deverão responder cone.

Sabendo que a caixa é a parte inferior do cone, qual é o nome desse sólido? Recordem-se do estudo de pirâmides.

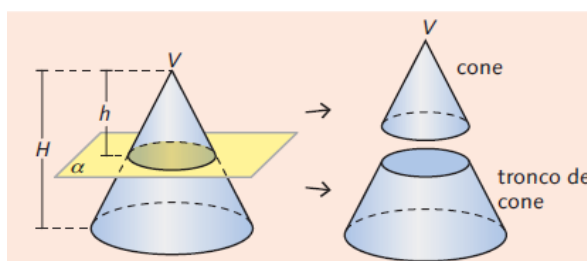
Resposta esperada: Os alunos deverão associar ao conteúdo de pirâmides e responder que a caixa de água representa um tronco de cone.

(1º período/20min)(explicação/material impresso):

Nesse momento, os alunos estudarão os elementos e classificação do tronco de cone, acompanhando a projeção no quadro e o material impresso (Apêndice II).

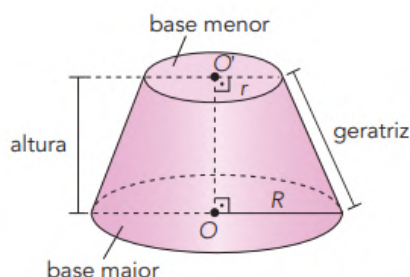
Tronco de Cone

Definição: Considere um cone reto com altura H e vértice V . Considere também um plano α paralelo à base, com distância h de V , determinando dois sólidos: um cone e um sólido denominado tronco de cone.



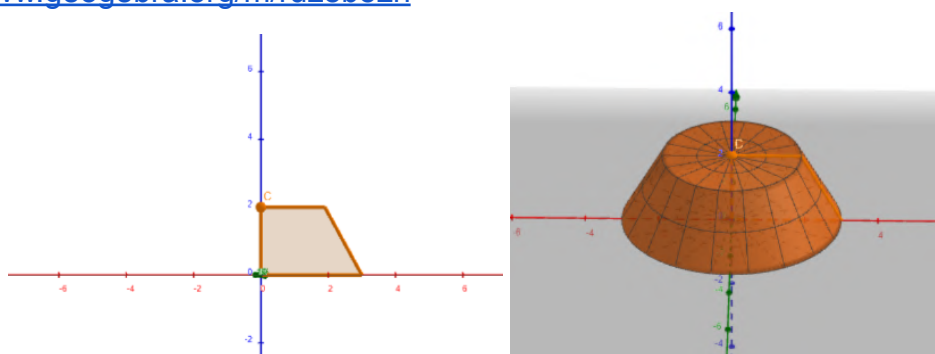
Elementos do tronco de cone:

- **Base maior:** é o círculo de centro O e raio R ;
- **Base menor:** é o círculo de centro O' e raio r ;
- **Altura do tronco:** é a distância entre a base maior e a base menor, representada por h ;
- **Geratriz do tronco:** é cada segmento de reta contido na geratriz do cone cujas extremidades pertencem às circunferências das bases, representada por g ;
- **Superfície lateral:** é a reunião de todas as geratrizes do tronco de cone.



Em seguida, por meio do *software* Geogebra, os alunos visualizarão que um tronco de cone reto pode ser obtido a partir da rotação de um trapézio reto.

<https://www.geogebra.org/m/ruz8b5zh>



A professora questionará:

(Fala do professor): O tronco de cone reto é um sólido de revolução?

Resposta esperada: A partir da demonstração os alunos deverão responder que é um sólido de revolução.

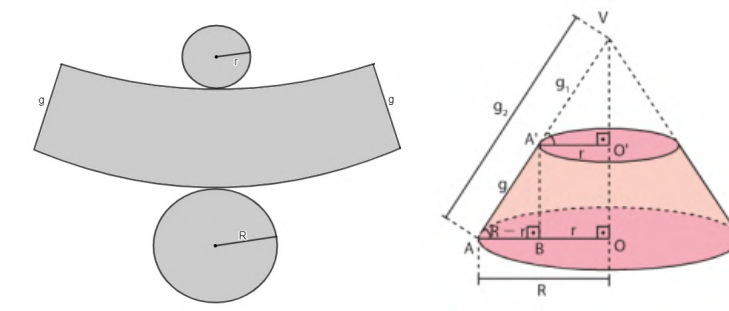
(Fala do professor): E o tronco de cone oblíquo é um sólido de revolução?

Resposta esperada: A partir do estudo das aulas anteriores, os alunos deverão responder que não é um sólido de revolução, pois a rotação de qualquer figura plana não formará esse sólido.

(2º período/20min)(explicação/material impresso):

Esse momento será destinado ao estudo da área do tronco de cone, a figura será projetada (Anexo I).

(Fala do professor): O tronco de cone é formado por 3 figuras, uma base maior, uma base menor e a área lateral.



(Anotar no material):

Área da Base Maior: Área do círculo de base R.

$$A_B = \pi * R^2$$

Área da Base Menor: Área do círculo de base r.

$$A_b = \pi * r^2$$

A área lateral do tronco de cone, é a área lateral do cone maior menos a área lateral do cone menor.

$$A_{L\text{ tronco}} = A_{L\text{ Cone}} - A_{l\text{ cone}}$$

$$A_{L\text{ tronco}} = \pi R g_2 - \pi r g_1$$

$$A_{L\text{ tronco}} = \pi R(g + g_1) - \pi r g_1$$

$$A_{L\text{ tronco}} = \pi R g + \pi R g_1 - \pi r g_1$$

$$A_{L\text{ tronco}} = \pi(R g + (R - r)g_1)$$

Considerando que os triângulos VA'O' e A'AB são semelhantes, podemos escrever:

$$\frac{VA'}{A'A} = \frac{A'O'}{AB}$$

$$\frac{g_1}{g} = \frac{r}{R-r}$$

$$g_1 = \frac{rg}{R-r}$$

Substituindo g_1 na equação da área lateral, encontra-se:

$$A_{L\text{ tronco}} = \pi(R g + (R - r)g_1)$$

$$A_{L\text{ tronco}} = \pi(R g + (R - r) * \left(\frac{r * g}{R-r}\right))$$

$$A_{L\text{ tronco}} = \pi(R g + r g)$$

$$A_{L\text{ tronco}} = \pi g(R + r)$$

(Anotar no material):

Área Lateral: $A_{L\text{ tronco}} = A_{L\text{ cone}} - A_{l\text{ cone}}$

$$A_{L\text{ tronco}} = \pi g(R + r)$$

Sendo assim, a área total do tronco de cone é dada por:

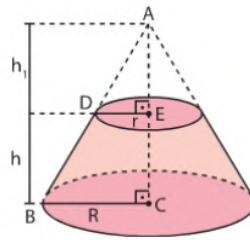
(Anotar no material):

Área total do tronco de cone: $A_T = A_L + A_B + A_b$

$$A_T = \pi g(R + r) + \pi R^2 + \pi r^2$$

(2º período/20min)(explicação/material impresso):

Esse momento será destinado ao estudo do volume do tronco de cone. O tronco de cone é formado pela subtração de um cone menor de um tronco maior. Sendo assim:



$$V_{Tronco} = V_{Cone\ Maior} - V_{cone\ menor}$$

$$V_{Tronco} = \frac{1}{3}\pi R^2 * (h + h_1) - \frac{1}{3}\pi r^2 * h_1$$

$$V_{Tronco} = \frac{\pi}{3} * (R^2 h + (R^2 - r^2) * h_1)$$

Sendo os triângulos ACB e AED semelhantes, tem-se:

$$\frac{AC}{AE} = \frac{CB}{ED}$$

$$\frac{h_1 + h}{h_1} = \frac{R}{r}$$

$$h_1 R = r h_1 + r h$$

$$h_1 R - r h_1 = r h$$

$$h_1 (R - r) = r h$$

$$h_1 = \frac{r h}{(R - r)}$$

Substituindo h_1 na fórmula do volume, temos:

$$V_{tronco} = \frac{\pi}{3} * (R^2 h + (R^2 - r^2) * h_1)$$

$$V_{tronco} = \frac{\pi}{3} * (R^2 h + (R^2 - r^2) * \frac{r h}{(R - r)})$$

$$V_{tronco} = \frac{\pi}{3} * (R^2 h + (R - r) * (R + r) * \frac{r h}{(R - r)})$$

$$V_{tronco} = \frac{\pi}{3} * (R^2 h + (R + r) * r h)$$

$$V_{tronco} = \frac{\pi}{3} * (R^2 h + R r h + r^2 h)$$

$$V_{tronco} = \frac{\pi h}{3} * (R^2 + R r + r^2)$$

(Anotar no material):

Volume do tronco de cone: $V_{Tronco} = V_{Cone\ Maior} - V_{cone\ menor}$

$$V_{Tronco} = \frac{\pi h}{3} * (R^2 + R r + r^2)$$

(2º período/10min)(explicação/material impresso):

Como exemplo, a professora resolverá o problema dado no início da aula:

Qual é aproximadamente a quantidade de material necessário para fabricar uma caixa de água desse formato, considerando que o raio



do seu topo mede 1m e o raio de sua base mede 83cm e nela cabem 2.000 litros de água?

Retirando os dados:

$$R = 1\text{m}$$

$$r = 0,83\text{m}$$

$$V = 2.000 \text{ litros} = 2\text{m}^3$$

$$V = \frac{\pi h}{3} * (R^2 + Rr + r^2)$$

$$2 = \frac{\pi h}{3} * ((1)^2 + 1 * 0,83 + (0,83)^2)$$

$$2 * 3 = \pi h * (1 + 0,83 + 0,6889)$$

$$6 = 3,14 * h * (2,5189)$$

$$\frac{6}{2,5189} = 3,14 * h$$

$$h \simeq 0,76$$

$$A_T = \pi g(R + r) + \pi r^2$$

$$g^2 = h^2 + (R - r)^2$$

$$g^2 = (0,76)^2 + (0,17)^2$$

$$g^2 = 0,5776 + 0,0289$$

$$g^2 = 0,6065$$

$$g \simeq 0,78$$

$$A_T = \pi * 0,78(1 + 0,83) + \pi(0,83)^2$$

$$A_T = \pi * 1,4274 + \pi * 0,6889$$

$$A_T = \pi * (1,4274 + 0,6889)$$

$$A_T = 3,14 * (2,1163)$$

$$A_T \simeq 6,645\text{cm}^2$$

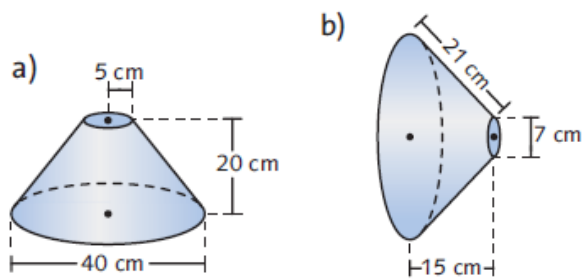
Sistematização/Fechamento da Aula (3º período/50min)(material impresso):

Para encerramento de aula, os alunos farão os exercícios da lista que será entregue impressa.

(Fala do professor): Agora, depois de estudarmos o objeto do conhecimento tronco de cone, vocês terão uma lista de exercícios para fazer. Caso tenham dúvidas posso ir até a classe ajudar, faremos a correção dos exercícios que não conseguirem fazer na próxima aula.

Exercícios:

1) Calcule a área total dos troncos de cone.



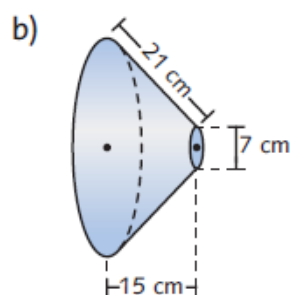
$$\begin{aligned}
 \text{a) } g^2 &= h^2 + (R - r)^2 \\
 g^2 &= (20)^2 + (20 - 5)^2 \\
 g^2 &= 400 + 225 \\
 g^2 &= 625 \\
 g &= \sqrt{625} \\
 g &\approx 25 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_L &= \pi g(R + r) \\
 A_L &= 3,14 * 25 * (20 + 5) \\
 A_L &= 78,5 * (25) \\
 A_L &= 1962,5 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_B &= \pi R^2 \\
 A_B &= 3,14 * (20)^2 \\
 A_B &= 3,14 * 400 \\
 A_B &= 1256 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_b &= \pi r^2 \\
 A_b &= 3,14 * (5)^2 \\
 A_b &= 3,14 * 25 \\
 A_b &= 78,5 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_T &= A_L + A_B + A_b \\
 A_T &= 1962,5 + 1256 + 78,5 \\
 A_T &= 3297 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 \text{b) } g^2 &= h^2 + (R - r)^2 \\
 21^2 &= (15)^2 + (R - 3,5)^2 \\
 441 &= 225 + (R - 3,5)^2 \\
 (R - 3,5)^2 &= 441 - 225 \\
 \sqrt{(R - 3,5)^2} &= \sqrt{216} \\
 R - 3,5 &= 14,7 \\
 R &= 18,2 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_L &= \pi g (R + r) \\
 A_L &= 3,14 * 21 * (18,2 + 3,5) \\
 A_L &= 65,94 * (21,7) \\
 A_L &= 1430,9 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_B &= \pi R^2 \\
 A_B &= 3,14 * (18,2)^2 \\
 A_B &= 3,14 * 331,24 \\
 A_B &= 1040,1 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_b &= \pi r^2 \\
 A_b &= 3,14 * (3,5)^2 \\
 A_b &= 3,14 * 12,25 \\
 A_b &= 38,46 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_T &= A_L + A_B + A_b \\
 A_T &= 1430,9 + 1040,1 + 38,46 \\
 A_T &= 2509,46 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

2) O plano α representado na imagem a seguir é paralelo à base de um cone reto e corta-o determinando um tronco de cone e um cone menor.

a) Em relação ao tronco de cone, calcule:

- o comprimento do raio da base menor.

$$\frac{5}{12} = \frac{r}{3}$$

$$r = \frac{5 \cdot 3}{12}$$

$$r = \frac{15}{12}$$

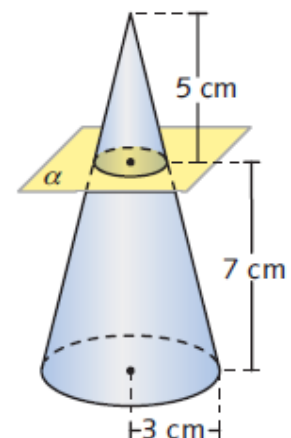
$$r = 1,25 \text{ cm}$$

- o comprimento da geratriz.

$$g^2 = h^2 + (R - r)^2$$

$$g^2 = (7)^2 + (3 - 1,25)^2$$

$$g^2 = 49 + 3,06$$



$$g = \sqrt{52,06}$$

$$g = 7,21\text{cm}$$

b) Qual é a área lateral do tronco de cone?

$$A_L = \pi g(R + r)$$

$$A_L = 3,14 * 7,21 * (3 + 1,25)$$

$$A_L = 22,64 * (4,25)$$

$$A_L = 96,22\text{cm}^2$$

c) A sentença a seguir é verdadeira ou falsa? Justifique sua resposta.

A área total do cone maior é igual à reunião da área total do cone menor com a do tronco de cone.

Falso, porque o tronco e o cone menor possuem uma base a mais a ser somada na área.

3) Seja um tronco reto de cone, cujos comprimentos do raio da base maior, do raio da base menor e da geratriz são, respectivamente, r , r' e G . Sabendo que $r = 3r'$ e que $G = 3r$, determine a área total aproximada desse tronco se:

a) $r' = 2\text{ cm}$ b) $r = 3\text{ cm}$ c) $G = 27\text{ cm}$

a) $\text{raio} = r' = 2$
 $\text{Raio} = r = 3r' = 3 * 2 = 6$
 $\text{geratriz} = G = 3r = 3 * 6 = 18$

$$A_T = \pi g(R + r) + \pi R^2 + \pi r^2$$

$$A_T = 3,14 * 18 * (6 + 2) + 3,14 * (6)^2 + 3,14 * (2)^2$$

$$A_T = 56,52 * (8) + 3,14 * (36) + 3,14 * (4)$$

$$A_T = 452,16 + 113,04 + 12,56$$

$$A_T = 577,76\text{cm}^2$$

b) $\text{Raio} = r = 3$
 $\text{raio} = r' = \frac{r}{3} = \frac{3}{3} = 1$
 $\text{geratriz} = G = 3r = 3 * 3 = 9$

$$A_T = \pi g(R + r) + \pi R^2 + \pi r^2$$

$$A_T = 3,14 * 9 * (3 + 1) + 3,14 * (3)^2 + 3,14 * (1)^2$$

$$A_T = 28,26 * (4) + 3,14 * (9) + 3,14 * (1)$$

$$A_T = 113,04 + 28,26 + 3,14$$

$$A_T = 144,44\text{cm}^2$$

c) $\text{geratriz} = G = 27$
 $\text{Raio} = r = \frac{G}{3} = \frac{27}{3} = 9$

$$raio = r' = \frac{r}{3} = \frac{9}{3} = 3$$

$$A_T = \pi g(R + r) + \pi R^2 + \pi r^2$$

$$A_T = 3,14 * 27 * (9 + 3) + 3,14 * (9)^2 + 3,14 * (3)^2$$

$$A_T = 84,78 * (12) + 3,14 * (81) + 3,14 * (9)$$

$$A_T = 1017,36 + 254,34 + 28,26$$

$$A_T = 1299,96 \text{ cm}^2$$

4) Calcule a área lateral do tronco de cone obtido pela rotação do trapézio em relação ao lado AD.

$$g^2 = h^2 + (R - r)^2$$

$$g^2 = (4)^2 + (5 - 1,5)^2$$

$$g^2 = 16 + 12,25$$

$$g = \sqrt{28,25}$$

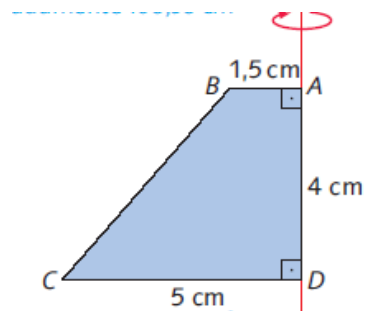
$$g \simeq 5,32 \text{ cm}$$

$$A_L = \pi g(R + r)$$

$$A_L = 3,14 * 5,32 * (5 + 1,5)$$

$$A_L = 16,7 * (6,5)$$

$$A_L = 108,55 \text{ cm}^2$$



5) Um equipamento utilizado para lançar fertilizante sobre o solo tem um reservatório em formato de um tronco de cone reto. Sabendo que esse reservatório tem capacidade para 440 L de fertilizante, 1,10 m de diâmetro na base maior e 1,10 m de altura, calcule, em metros, o raio da base menor desse equipamento.

$$V_{\text{tronco}} = \frac{\pi h}{3} * (R^2 + Rr + r^2)$$

$$0,44 = \frac{3,14 * 1,1}{3} * ((0,55)^2 + 0,55 * r + r^2)$$

$$0,44 = 1,15 * (0,3 + 0,55r + r^2)$$

$$r^2 + 0,55r + 0,3 = \frac{0,44}{1,15}$$

$$r^2 + 0,55r + 0,3 = 0,38$$

$$r^2 + 0,55r - 0,08 = 0$$

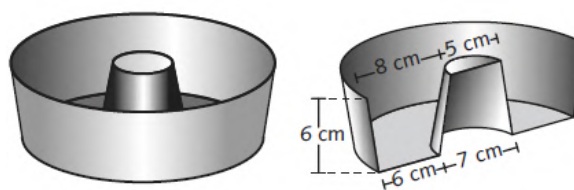
$$r = \frac{-0,55 \pm \sqrt{(0,55)^2 - 4 * 1 * (-0,08)}}{2}$$

$$r = \frac{-0,55 \pm \sqrt{0,62}}{2}$$

$$r = \frac{-0,55 \pm 0,79}{2}$$

$$r = \frac{0,24}{2} = 0,12 \text{ m}$$

6) Observe na imagem algumas medidas internas de uma forma de pudim.



Calcule, em litros, a capacidade dessa forma.

Volume da forma = Volume do tronco maior – Volume do tronco menor

$$V_T = \frac{\pi h}{3} * (R^2 + Rr + r^2)$$

$$V_T = \frac{3,14 * 6}{3} * ((10,5)^2 + (10,5 * 9,5) + (9,5)^2)$$

$$V_T = 6,28 * (110,25 + 99,75 + 90,25)$$

$$V_T = 6,28 * (300,25)$$

$$V_T = 1885,57 \text{ cm}^3$$

$$V_t = \frac{\pi h}{3} * (R^2 + Rr + r^2)$$

$$V_t = \frac{3,14 * 6}{3} * ((3,5)^2 + (3,5 * 2,5) + (2,5)^2)$$

$$V_t = 6,28 * (12,25 + 8,75 + 6,25)$$

$$V_t = 6,28 * (27,25)$$

$$V_t = 171,13 \text{ cm}^3$$

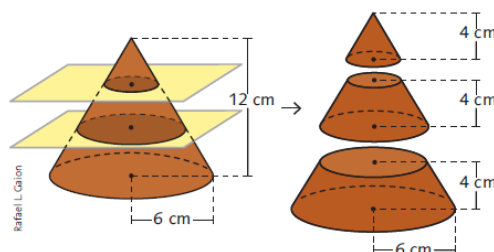
$$V_{total} = V_{TRONCO} - V_{tronco}$$

$$V_{total} = 1885,57 - 171,13$$

$$V_{total} = 1714,44 \text{ cm}^3$$

$$V_{total} = 1,71 \text{ litros}$$

7) Um cone reto de madeira tem 12 cm de altura e base com 6 cm de raio. Nesse cone foram feitos dois cortes paralelos à base dividindo-o em três partes, como representado na figura.



Qual é o volume de cada parte?

$$\frac{12}{4} = \frac{6}{r_1}$$

$$r_1 = \frac{6 * 4}{12}$$

$$r_1 = 2cm$$

$$\frac{12}{8} = \frac{6}{r_2}$$

$$r_2 = \frac{6 \cdot 8}{12}$$

$$r_2 = 4cm$$

$$V_1 = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

$$V_1 = \frac{3,14 \cdot (2)^2 \cdot 4}{3}$$

$$V_1 = \frac{3,14 \cdot 4 \cdot 4}{3}$$

$$V_1 = \frac{50,24}{3}$$

$$V_1 = 16,74cm^3$$

$$V_2 = \frac{\pi h}{3} * (R^2 + Rr + r^2)$$

$$V_2 = \frac{3,14 \cdot 4}{3} * ((4)^2 + 4 * 2 + (2)^2)$$

$$V_2 = 4,18 * (16 + 8 + 4)$$

$$V_2 = 4,18 * (28)$$

$$V_2 = 117,4cm^3$$

$$V_3 = \frac{\pi h}{3} * (R^2 + Rr + r^2)$$

$$V_3 = \frac{3,14 \cdot 4}{3} * ((6)^2 + 6 * 4 + (4)^2)$$

$$V_3 = 4,18 * (36 + 24 + 16)$$

$$V_3 = 4,18 * (76)$$

$$V_3 = 317,68cm^3$$

8. Avaliação

A avaliação dos alunos será contínua, observando especialmente a participação, cooperação e engajamento dos alunos durante a atividade prática. Será avaliado também o entendimento dos conceitos, a habilidade de aplicar as estratégias de resolução, e a capacidade de argumentação dos alunos ao defender suas soluções.

Na avaliação da aula, considerar se os objetivos estabelecidos foram alcançados, se houve, efetivamente, a construção de aprendizagem pelos alunos através da metodologia de investigação matemática, utilizando de visualização de material manipulativo e resolvendo o problema. Refletir também sobre o que poderia ter sido feito de forma diferente e como essas mudanças poderiam contribuir para melhorar o processo de ensino e aprendizagem.

9. Bibliografias

ANDRADE, Thais Marcelle de. **Matemática interligada: geometria espacial e**

plana. 1. ed. São Paulo: Schipione, 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**: educação é a base. Brasília, 2017.

BONJORNO, José Roberto; JÚNIOR, José Ruy Giovanni; SOUSA, Paulo Roberto Câmara de. **Prisma Matemática: geometria: ensino médio: área do conhecimento: matemática e suas tecnologias**. São Paulo: Editora FTD, 2020

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Do seu jeito: Matemática: área de Matemática e suas Tecnologias**: volume 2: Ensino médio. 1. ed. São Paulo: Ática, 2024.

IEZZI, Gelson; DEGENSZAJN, David; TAMARI, Marcio; PASMNIK, Guilherme. **Identidade Saraiva: Matemática: área de Matemática e suas Tecnologias**: volume 2: Ensino médio. 1. ed. São Paulo: Saraiva, 2024.

PONTE, J. P. BROCARD, J. OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2020

10. Observações

Nesta aula, estiveram presentes a professora regente da turma, Elisângela, e minha professora orientadora, Julhane, para acompanhar o desenvolvimento da atividade. Para iniciar, retomei com os alunos os exercícios da aula anterior, que haviam sido propostos como tarefa de casa para aqueles que não os haviam concluído. Alguns alunos apresentaram dúvidas e, para favorecer a participação, algumas questões foram resolvidas por eles no quadro branco, com minha mediação e explicações complementares.

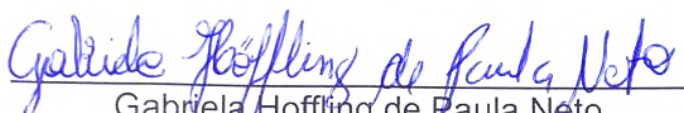
Na etapa de problematização, apresentei uma situação envolvendo uma caixa d'água e questionei qual sólido geométrico poderia representá-la. De imediato, os alunos responderam que se tratava de um tronco de cone, diferente do que eu havia previsto inicialmente, o que demonstrou que eles já possuíam algum conhecimento prévio sobre o tema.

Durante a dedução das fórmulas de área e volume do tronco de cone, os alunos acompanharam o raciocínio e colaboraram no desenvolvimento das etapas. No entanto, questionaram se seria necessário memorizar todo o processo de

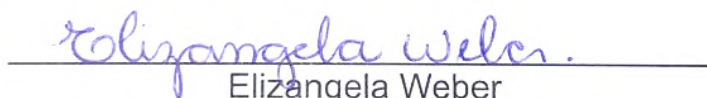
dedução. Expliquei que, no dia a dia escolar, normalmente utilizamos apenas as fórmulas prontas, mas que compreender sua origem é fundamental, pois esse entendimento permite deduzi-las quando necessário, especialmente em situações em que as fórmulas não estiverem disponíveis.

Devido ao tempo maior dedicado à dedução e discussão teórica, o tempo para a realização das atividades previstas foi reduzido. Dessa forma, a maior parte dos exercícios ficou como tarefa para ser concluída em casa.

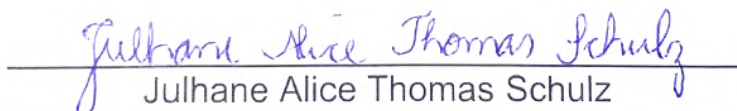
A interação entre docente e alunos foi um pouco diferente das aulas anteriores. Acredito que, por eu estar um pouco nervosa devido à presença das professoras observadoras, os alunos também ficaram mais retraídos e silenciosos, participando menos do que o habitual. Em alguns momentos, precisei chamá-los mais vezes para incentivar o diálogo e obter respostas às perguntas feitas durante a explicação. Apesar disso, os objetivos da aula foram alcançados e os alunos demonstraram compreensão do conteúdo abordado, sem apresentar dificuldades significativas.



Gabriela Hoffling de Paula Neto
Aluna – Estagiária



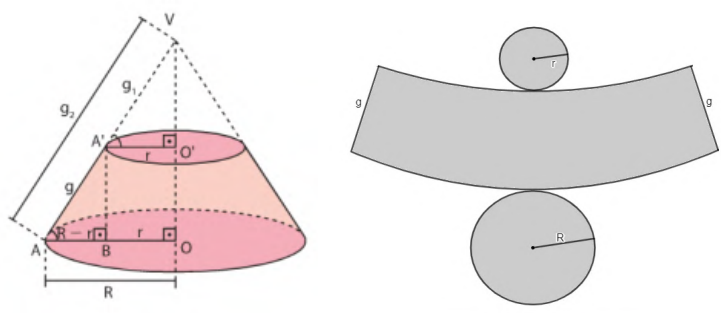
Elizângela Weber
Supervisora – Parte Concedente



Julhane Alice Thomas Schulz
Professora Orientadora – Entidade Educacional

Anexo

Figura I - Planificação do Tronco de cone



Apêndice

Apêndice I - Caixa d'água miniatura



Apêndice II - Modelo do Aluno

2º Semestre / 2025

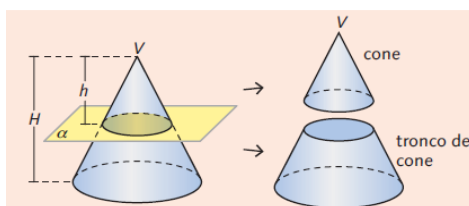
MEI - 2º ano - T3

Profª Estagiária Gabriela Neto

Corpos Redondos

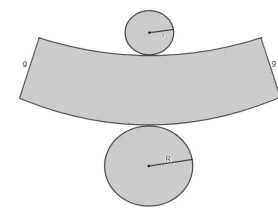
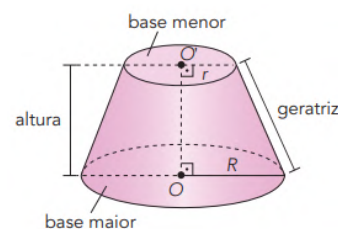
Tronco de Cone

Definição: Considere um cone reto com altura H e vértice V . Considere também um plano α paralelo à base, com distância h de V , determinando dois sólidos: um cone e um sólido denominado tronco de cone.



Elementos de um tronco de cone

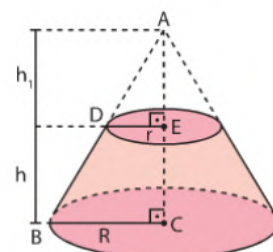
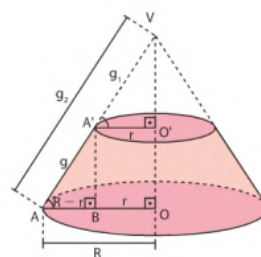
- **Base maior:** é o círculo de centro O e raio R ;
- **Base menor:** é o círculo de centro O' e raio r ;
- **Altura do tronco:** é a distância entre a base maior e a base menor, representada por h ;
- **Geratriz do tronco:** é cada segmento de reta contido na geratriz do cone cujas extremidades pertencem às circunferências das bases, representada por g ;
- **Superfície lateral:** é a reunião de todas as geratrizes do tronco de cone.



Área de um tronco de cone

Área da Base Maior: Área do círculo de base R .

Área da Base Menor: Área do círculo de base r .



Área Lateral: Área lateral do cone maior menos a área lateral do cone menor.

Área Total:

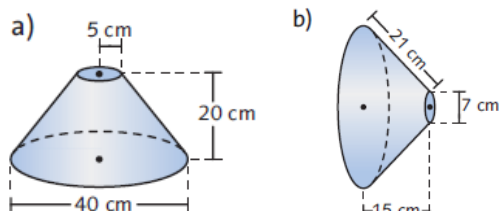
Volume de um tronco de cone

Exemplo: Qual é aproximadamente a quantidade de material necessário para fabricar uma caixa de água desse formato, considerando que o raio do seu topo mede 1m e o raio de sua base mede 83cm e nela cabem 2.000 litros de água?



Exercícios

1) Calcule a área total dos troncos de cone.



2) O plano α representado na imagem a seguir é paralelo à base de um cone reto e corta-o determinando um tronco de cone e um cone menor.

a) Em relação ao tronco de cone, calcule:

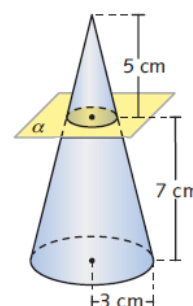
- o comprimento do raio da base menor.

- o comprimento da geratriz.

b) Qual é a área lateral do tronco de cone?

c) A sentença a seguir é verdadeira ou falsa? Justifique sua resposta.

A área total do cone maior é igual à reunião da área total do cone menor com a do tronco de cone.

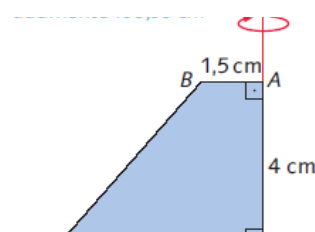


3) Seja um tronco reto de cone, cujos comprimentos do raio da base maior, do raio da base menor e da geratriz são, respectivamente, r , r' e G . Sabendo que $r = 3r'$ e que $G = 3r$, determine a área total aproximada desse tronco se:

a) $r' = 2$ cm

b) $r = 3$ cm

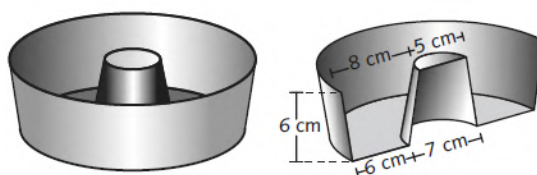
c) $G = 27$ cm



4) Calcule a área lateral do tronco de cone obtido pela rotação do trapézio em relação ao lado AD .

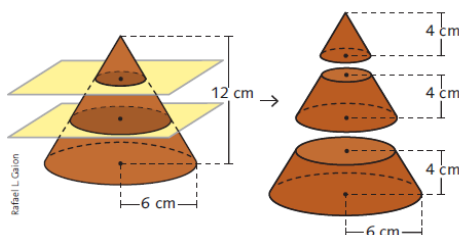
5) Um equipamento utilizado para lançar fertilizante sobre o solo tem um reservatório em formato de um tronco de cone reto. Sabendo que esse reservatório tem capacidade para 440 L de fertilizante, 1,10 m de diâmetro na base maior e 1,10 m de altura, calcule, em metros, o raio da base menor desse equipamento.

6) Observe na imagem algumas medidas internas de uma forma de pudim.



Calcule, em litros, a capacidade dessa forma.

7) Um cone reto de madeira tem 12 cm de altura e base com 6 cm de raio. Nesse cone foram feitos dois cortes paralelos à base dividindo-o em três partes, como representado na figura.



Qual é o volume de cada parte?

Plano de Aula Semanal nº 04

Acadêmico: Gabriela Hoffling de Paula Neto

Professora Orientadora: Dra. Julhane Alice Thomas Schulz

Unidade Concedente: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha - *Campus Santa Rosa*

Estágio – Turma/Nº de alunos: 2º ano MEI T3/ 26 alunos

Professora Regente da Classe: Ma. Elizangela Weber

Nº de Períodos semanal/Tempo de cada período: 3 períodos/50min

Data/Horário: 02/10/2025 – 3 períodos - 9h 10min às 11h 55min (com intervalo de 15min)

1. Tema/Assunto:

Geometria Espacial: Corpos Redondos

2. Objetos de Conhecimento:

Esfera

3. Habilidades relativas a BNCC:

(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

(EM13MAT509) Investigar a deformação de ângulos e áreas provocada pelas diferentes projeções usadas em cartografia (como a cilíndrica e a cônica), com ou sem suporte de tecnologia digital.

4. Objetivos

- Compreender os elementos da esfera.
- Comparar o volume da esfera com o cilindro e cone.
- Entender a fórmula da área de uma esfera.
- Compreender as diferentes projeções cartográficas da Terra e suas deformações.

5. Metodologia

Método Expositivo e Dialogado.

6. Recursos

Materiais de uso comum: folha, caderno, lápis, caneta, canetão, quadro branco, material impresso, entre outros.

Materiais/recursos didáticos: globo terrestre.

Recursos tecnológicos: notebook e projetor.

7. Desenvolvimento

Incentivação da aula (1ºperíodo/15min) (diálogo entre o professor e os alunos):

Para dar início a aula, como combinado na aula anterior, se os alunos tiveram alguma dificuldade nos exercícios passados, iremos corrigir juntos no quadro branco.

(Fala do Professor): Para darmos início a aula, alguém ficou com dúvidas nos exercícios passados, que possamos corrigir juntos?

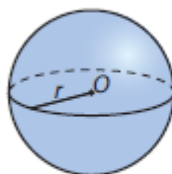
Resposta esperada: Individual que cada aluno.

Desenvolvimento da aula (1º período/15min)(explicação/projetor)(material impresso):

Esfera

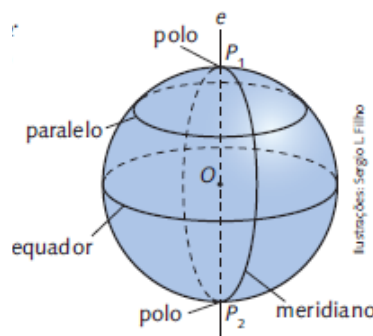
Definição: Dado um ponto O e um número real positivo r . O conjunto de todos os pontos do espaço cujas distâncias em relação a O são iguais a r denomina-se superfície esférica de centro O e raio r .

O sólido limitado por uma superfície esférica é chamado esfera. Uma esfera de centro O e raio r é o conjunto de todos os pontos do espaço cujas distâncias em relação a O são menores ou iguais a r .



Elementos do Esfera:

- **Eixo:** é uma reta que passa pelo centro O da esfera. No caso da figura, a reta e . Em relação a esse eixo, definimos os polos, o equador, os paralelos e os meridianos.
- **Polos:** são as interseções do eixo com a superfície esférica. Na figura, P_1 e P_2 .
- **Equador:** é a circunferência obtida pela interseção da superfície esférica e o plano perpendicular ao eixo que passa pelo centro O .
- **Paralelo:** é qualquer seção (circunferência) perpendicular ao eixo.
- **Meridiano:** é qualquer seção (circunferência) cujo plano que a contém passa pelo eixo.
 - **Seção da esfera:** é o círculo obtido pela interseção da esfera e um plano secante a ela. Se o plano secante contém o centro O da esfera, temos um círculo máximo.



A professora iniciará a aula com um questionamento sobre os sólidos de revolução, estimulando os alunos a refletirem sobre como são formados e suas principais características:

(Fala do professor): A esfera é um sólido de revolução?

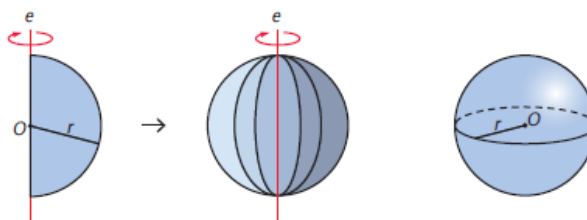
Resposta esperada: Espera-se que a partir dos estudos anteriores de cilindro e cone, os alunos apresentem uma resposta afirmativa.

(Fala do professor): Qual figura plana forma a esfera ao ser rotacionada? **Resposta esperada: Espera-se que os alunos respondam que é um semicírculo.**

(Fala do professor): O semicírculo ao ser rotacionado formará uma esfera reta ou oblíqua?

Resposta esperada: Espera-se que os alunos respondam que formará a esfera reta, então a professora irá ressaltar que não existe esfera reta ou oblíqua, apenas esfera.

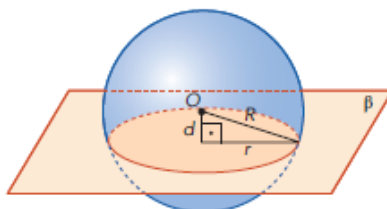
A professora fará a demonstração da esfera de revolução, através do material Conjunto dos Sólidos de Revolução. A esfera também pode ser definida como um sólido de revolução, obtido da rotação completa de um semicírculo em torno da reta que contém o seu diâmetro.



(1º período/20min)(explicação/material impresso):

Esse momento será destinado ao estudo e à dedução do volume da esfera.

Considere a imagem em que aparece a secção determinada em uma esfera cujo raio tem medida de comprimento R por um plano β .



A intersecção do plano β com a esfera é um círculo de medida de comprimento do raio r . Se d é a medida de comprimento da distância de O (centro da esfera) ao plano β , usando o teorema de Pitágoras, temos:

$$R^2 = d^2 + r^2, \text{ então}$$

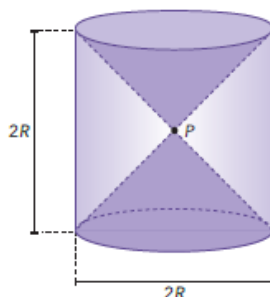
$$r^2 = R^2 - d^2$$

Portanto, a medida de área da secção é dada por:

$$A_{\text{círculo}} = \pi r^2$$

$$A_{\text{círculo}} = \pi(R^2 - d^2)$$

A medida de volume de uma esfera é determinada utilizando-se o princípio de Cavalieri. Para isso, vamos considerar inicialmente um sólido S que é obtido da seguinte maneira: de um cilindro equilátero, cuja medida de comprimento do raio é R e a medida de altura é 2R, “retiramos” 2 cones, cujas medidas de comprimento do raio da base e de comprimento da altura do cone são ambas R e cujo vértice é P.



A medida de volume do sólido S é tal que:

$$V_{\text{sólido S}} = V_{\text{cilindro}} - V_{\text{cones}}$$

$$V_{\text{cilindro}} = \pi r^2 h \quad - \quad 2 * V_{\text{cone}} = \frac{1}{3} * \pi r^2 * h$$

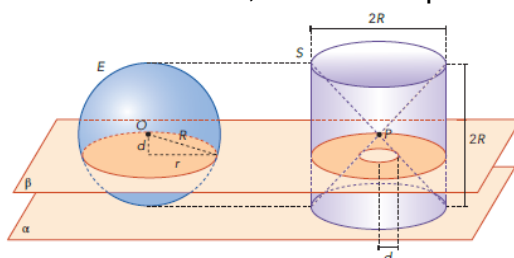
$$V_{\text{cilindro}} = \pi R^2 * 2R \quad - \quad 2 * V_{\text{cone}} = \frac{1}{3} * \pi R^2 * R$$

$$V_S = \pi R^2 * 2R - \frac{2}{3} \pi R^2 * R$$

$$V_S = 2\pi R^3 - \frac{2}{3} \pi R^3$$

$$V_S = \frac{4}{3} \pi R^3$$

Agora podemos considerar, apoiados em um plano α , esse sólido S e uma esfera E com medida de comprimento do raio R, conforme apresentado na imagem a seguir.



Se um plano β , paralelo a α , seccionar a esfera E, a medida de área da secção será $\pi(R^2 - d^2)$, conforme estudamos. Além disso, β também secciona o sólido S e a secção será uma coroa circular de raios com medidas de comprimento R e d, e também com medida de área igual a $\pi(R^2 - d^2)$.

A igualdade das medidas de área das secções permite concluir, pelo princípio de Cavalieri, que a esfera E tem a mesma medida de volume que o sólido S, que, como sabemos, é $V_S = \frac{4}{3} \pi R^3$.

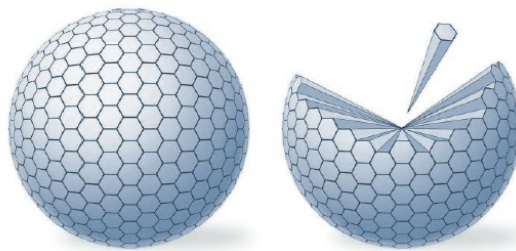
Podemos então concluir que, se uma esfera tem raio de medida de comprimento R, a medida de volume dela é dada por:

$$V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3} \pi R^3$$

(2º período/30min)(explicação/material impresso):

Esse momento será destinado ao estudo e à dedução da fórmula de área da esfera.

Imagine que uma esfera de centro O e raio de medida r é, de maneira aproximada, a reunião de n (em que n é um número muito grande) pirâmides com vértices em O e altura igual ao raio r. Desse modo, a área da superfície da esfera é aproximadamente igual à soma das áreas das bases de todas as pirâmides. Analogamente, o volume da esfera é aproximadamente igual à soma dos volumes de todas as pirâmides.



A professora fará o seguinte questionamento:

(Fala do professor): Qual é a fórmula do volume de uma pirâmide?

Resposta esperada: Espera-se que os alunos respondam $\frac{A_b * h}{3}$.

Sendo $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ as áreas das bases das n pirâmides, o volume V aproximado da esfera é dado por:

$$V_{\text{esfera}} = V_{\text{pirâmide 1}} + V_{\text{pirâmide 2}} + V_{\text{pirâmide 3}} + \dots + V_{\text{pirâmide n}}$$

$$V_{\text{esfera}} = \frac{A_1 * h}{3} + \frac{A_2 * h}{3} + \frac{A_3 * h}{3} + \dots + \frac{A_n * h}{3}$$

(Fala do professor): Qual é a altura da pirâmide?

Resposta esperada: Espera-se que os alunos respondam que a altura da pirâmide na esfera é o raio.

$$V_{\text{esfera}} = \frac{A_1 * r}{3} + \frac{A_2 * r}{3} + \frac{A_3 * r}{3} + \dots + \frac{A_n * r}{3}$$

$$V_{\text{esfera}} = \frac{r}{3} * (A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n)$$

Sendo a superfície esférica a soma das áreas de bases das pirâmides, tem-se:

$$A_{\text{superfície esférica}} = (A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n)$$

$$V_{\text{esfera}} = \frac{r}{3} * A_{\text{superfície esférica}}$$

$$V = \frac{A * r}{3}$$

Já conhecemos que o volume da esfera é dado por $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, então podemos substituir na fórmula:

$$V = \frac{Ar}{3}$$

$$\frac{Ar}{3} = V$$

$$\frac{Ar}{3} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$3 * A * r = 3 * 4\pi r^3$$

$$A * r = \frac{3 * 4\pi r^3}{3}$$

$$A * r = 4\pi r^3$$

$$A = \frac{4\pi r^3}{r}$$

$$A = 4\pi r^2$$

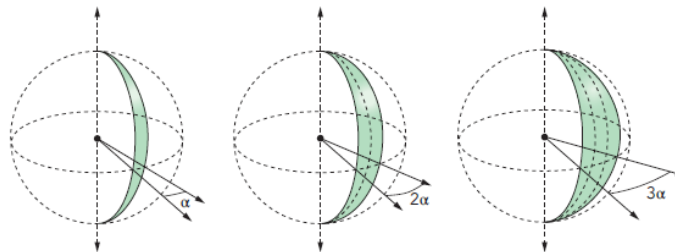
(2º período/20min. 3º período/10min.)(explicação/material impresso):

A professora trabalhará com o globo terrestre, apresentando as diferentes partes da esfera e os diferentes tipos de projeções cartográficas e suas deformações.

Fuso Esférico

Fuso esférico é a superfície gerada pela rotação de uma semicircunferência, a qual gira α graus (com $0^\circ < \alpha \leq 360^\circ$) em torno do eixo, que contém o diâmetro.

Quando a medida α é dobrada, a medida de área do fuso é dobrada; quando é triplicada, a medida de área do fuso também é triplicada; e assim sucessivamente. No caso de $\alpha = 360^\circ$, o fuso se transforma na superfície da esfera, cuja medida de área é dada por $A = 4\pi r^2$.



De modo geral, a medida de área do fuso é proporcional à medida α e, portanto, pode ser calculada por uma relação de proporção simples.

$$\frac{360^\circ}{\alpha} = \frac{4\pi r^2}{A_{fuso}}$$

$$A_{fuso} * 360^\circ = 4\pi r^2 * \alpha$$

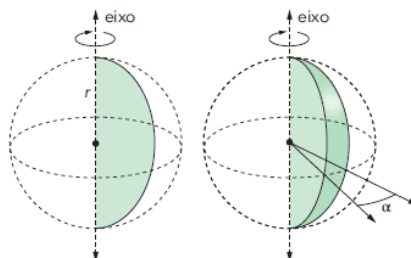
$$A_{fuso} = \frac{4\pi r^2 * \alpha}{360^\circ}$$

$$A_{fuso} = \frac{\pi r^2 * \alpha}{90^\circ}$$

Cunha Esférica

Dá-se o nome de cunha esférica ao sólido geométrico gerado pela rotação de um semicírculo que gira α graus (com $0^\circ < \alpha \leq 360^\circ$) em torno de um eixo que contém o diâmetro.

Note que, se a medida α é dobrada, a medida de volume da cunha esférica é dobrada; se a medida α é triplicada, a medida de volume da cunha esférica também é triplicada; e assim sucessivamente. No caso em que $\alpha = 360^\circ$, a cunha esférica se transforma em uma esfera cuja medida de volume é dada por $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.



De modo geral, a medida de volume da cunha esférica é proporcional à medida α e, portanto, pode ser calculada por uma relação de proporção simples.

$$\begin{aligned}\frac{360^\circ}{\alpha} &= \frac{4\pi r^3/3}{V_{\text{cunha}}} \\ V_{\text{cunha}} * 360^\circ &= \frac{4\pi r^3}{3} * \alpha \\ V_{\text{cunha}} &= \frac{4\pi r^3 * \alpha}{3 * 360^\circ} \\ V_{\text{cunha}} &= \frac{4\pi r^3 * \alpha}{1080^\circ} \\ V_{\text{cunha}} &= \frac{\pi r^3 * \alpha}{270^\circ}\end{aligned}$$

A professora explicará como é realizada a representação da superfície esférica da Terra. Uma das formas é através do globo terrestre, que a professora levará para os alunos observarem. Outra forma, será através de um vídeo.



(Fala do professor): Como podemos representar o planeta Terra em um plano?

Resposta esperada: Os alunos provavelmente responderão a representação padrão do Mapa Mundi.

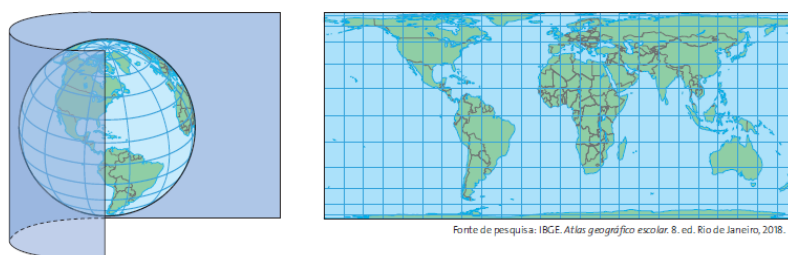
(Fala do professor): Existem outras formas de representar a Terra em um plano?

Resposta esperada: Os alunos devem responder que sim, existem outras representações.

Então a professora apresentará algumas formas de representar a superfície do globo em um plano e também suas deformações. Será ressaltado que não é possível representar sem causar deformações (contornando com papel).

Projeções Cilíndricas

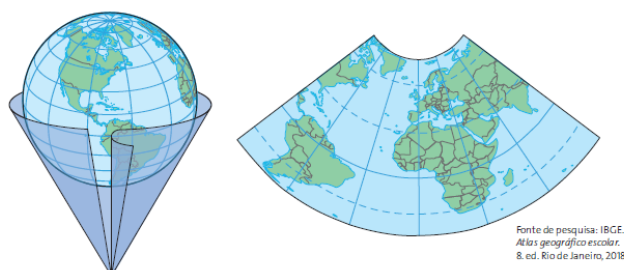
Nesta projeção, a superfície do globo terrestre é projetada sobre a superfície lateral de um cilindro reto “desenrolado” sobre o plano. Na superfície de projeção, os paralelos e os meridianos são perpendiculares. É a projeção mais utilizada para representar mapas-múndi.



As áreas do mapa em regiões de baixa latitude (regiões próximas à linha do Equador) sofrem pequenas alterações, e as distorções aumentam em regiões de alta latitude (regiões próximas aos polos).

Projeções Cônicas

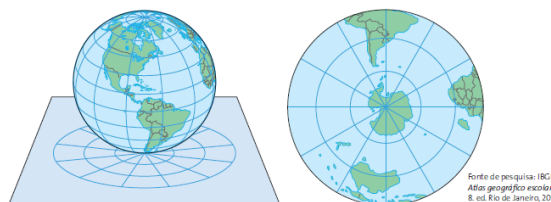
Nesta projeção, a superfície do globo terrestre é projetada sobre a superfície lateral de um cone reto “desenrolado” sobre o plano. Na superfície de projeção, os paralelos são arcos concêntricos e os meridianos convergem para os polos.



Os pontos que tocam o globo são os únicos que não apresentam deformações. Conforme se distanciam desses pontos, as distorções dos elementos aumentam.

Projeções Planas ou Azimutais

Esse tipo de projeção utiliza um plano diretamente como superfície. É o tipo mais antigo de projeção, e é utilizado para confeccionar mapas náuticos e aeronáuticos.



Os paralelos são círculos concêntricos. O espaçamento dos paralelos diminui conforme aumenta a distância ao pólo. Projeções planas ou azimutais possuem a propriedade de não deformarem os ângulos no ponto central. No entanto, os elementos são deformados.

Vídeo:

▶ Projeções Cartográficas: Plana, Conica e Cilindrica - Entenda Agora

Sistematização/Fechamento da Aula (3º período/40min)(material impresso):

A professora desenvolverá dois exemplos com a participação dos alunos e depois eles resolverão uma lista de exercícios.

Exemplo 1: Calcule o volume de uma esfera sabendo que a área da superfície dela mede $576\pi \text{ cm}^2$.

Retirando os dados:

$$\text{Área} = 576\pi \text{ cm}^2$$

Usa-se a fórmula da área para encontrar o raio e com ele calcular o volume.

$$A = 4\pi r^2$$

$$576\pi = 4\pi r^2$$

$$r^2 = \frac{576\pi}{4\pi}$$

$$r^2 = 144$$

$$r = \sqrt{144}$$

$$r = 12 \text{ cm}$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$V = \frac{4}{3}\pi(12)^3$$

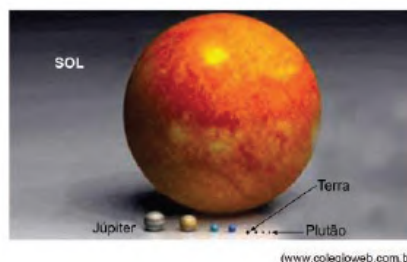
$$V = \frac{4}{3} * 1728 * \pi$$

$$V = 2.304\pi \text{ cm}^3$$

ou se utilizar $\pi = 3,14$

$$V = 7234,56 \text{ cm}^3$$

Exemplo 2: (Ficsae-SP) Em uma palestra, um cientista ilustrou comparativamente o tamanho dos planetas do sistema solar com o auxílio da foto a seguir.



No entanto, o cientista disse que essa foto dificulta a percepção correta da diferença de tamanho entre os planetas. Para ilustrar o que dizia, ele pediu para a plateia considerar que todos os planetas são esféricos e que o tamanho do raio do planeta Júpiter é 11 vezes o tamanho do raio do planeta Terra. Em seguida, lançou a seguinte pergunta: se associarmos o planeta Terra a uma bola de futebol, o planeta Júpiter deverá ser associado, aproximadamente, a quantas dessas bolas?

A resposta correta para a pergunta do palestrante é:

a) 2 048.

- b) 121.
- c) 33.
- d) 22.
- e) 1 331.

Retirando os dados:

$$\text{Raio}_{\text{Júpiter}} = 11 * \text{Raio}_{\text{Terra}}$$

Calcula-se o volume da Terra e o volume de Júpiter e faz-se uma comparação entre os dois para chegar a resposta.

Se utilizar r como medida do raio da Terra, o volume será:

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

Então o volume de Júpiter será:

$$V = \frac{4}{3} \pi * (11r)^3$$

$$V = \frac{4}{3} \pi * 1331r^3$$

$$V = 1331 * \left(\frac{4}{3} \pi r^3\right)$$

Ao colocar em evidência fica visível que o volume de Júpiter é 1331 vezes maior que o volume da Terra, portanto a alternativa correta é a letra e.

Exercícios:

1) Se uma esfera tem 12 cm de diâmetro, qual é a área de sua superfície e o seu volume?

Retirando os dados:

Diâmetro da esfera = 12 cm

Raio $r = 6$ cm

Área da esfera

$$A = 4\pi r^2$$

$$A = 4 * \pi * 6^2$$

$$A = 4 * \pi * 36$$

$$A = 144\pi$$

$$A = 144\pi \text{ cm}^2$$

ou se utilizar $\pi = 3,14$

$$A = 144 * 3,14$$

$$A = 452,16 \text{ cm}^2$$

Volume da esfera

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$V = \frac{4}{3} * \pi * (6)^3$$

$$V = \frac{4}{3} * \pi * 216$$

$$V = \frac{864}{3} * \pi$$

$$V = 288\pi \text{ cm}^3$$

ou se utilizar $\pi = 3,14$

$$V = 288 * 3,14$$

$$V = 904,32 \text{ cm}^3$$

2) Quantas unidades de comprimento deve ter o raio de uma esfera cujo volume é numericamente igual à da área de sua superfície?

Retirando os dados:

Queremos encontrar o raio r de uma esfera tal que:

Volume = Área da superfície

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = 4\pi r^2$$

Eliminar o π dos dois lados, dividimos ambos os lados por 4π

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = 4\pi r^2 / (4\pi)$$

$$\frac{1}{3}r^3 = r^2$$

Multiplicamos por 3 para eliminar a fração

$$\frac{1}{3}r^3 = r^2 * (3)$$

$$\frac{3}{3}r^3 = 3r^2$$

$$r^3 = 3r^2$$

Igualar a zero

$$r^3 = 3r^2$$

$$r^3 - 3r^2 = 0$$

Por o r^2 evidência

$$r^3 - 3r^2 = 0$$

$$r^2(r - 3) = 0$$

Resolva a equação

$$r^2(r - 3) = 0$$

$$r^2 = 0 \quad \text{e} \quad r - 3 = 0$$

$$r = 3$$

$r^2 = 0$, raio igual a zero, não faz sentido físico para um esfera.

$r = 3$, o raio deve medir 3 cm de comprimento.

3) Um plano, distante 18 cm do centro de uma esfera, determina nela um círculo cuja área é igual a $576\pi \text{ cm}^2$. Determine a área da superfície e o volume da esfera.

Retirando os dados:

Distância do plano ao centro da esfera: $d = 18\text{cm}$

Área do círculo formado na secção: $A_{\text{círculo}} = 576\pi\text{cm}^2$

Queremos encontrar a área da superfície da esfera e volume da esfera

Primeiro precisamos encontrar o raio do círculo da secção

Área do círculo: $A_{\text{círculo}} = \pi r_{\text{corte}}^2$

Substituindo a $A_{\text{círculo}} = 576\pi\text{cm}^2$

$$\begin{aligned} A_{\text{círculo}} &= \pi r_{\text{corte}}^2 \\ 576\pi &= \pi r_{\text{corte}}^2 \end{aligned}$$

Dividir ambos os lados por π

$$\begin{aligned} 576\pi &= \pi r_{\text{corte}}^2 / (\pi) \\ 576 &= r_{\text{corte}}^2 \end{aligned}$$

Tirando a raiz quadrada

$$\begin{aligned} 576 &= r_{\text{corte}}^2 \\ \sqrt{r_{\text{corte}}^2} &= \sqrt{576} \\ r_{\text{corte}} &= 24\text{cm} \end{aligned}$$

Relacionando com o raio da esfera (seja R, o raio da esfera) temos um triângulo retângulo:

Hipotenusa = R

Um cateto (distância do plano ao centro): $d = 18\text{ cm}$

outro cateto (raio do círculo da secção): $r_{\text{corte}} = 24\text{ cm}$

Pela relação de pitagórica:

$$R^2 = r_{\text{corte}}^2 + d^2$$

$$R^2 = 24^2 + 18^2$$

$$R^2 = 576 + 324$$

$$R^2 = 900$$

$$R = \sqrt{900}$$

$$R = 30\text{ cm}$$

Calcular a área da superfície da esfera

$$A = 4\pi R^2$$

$$A = 4 * \pi * 30^2$$

$$A = 4 * \pi * 900$$

$$A = 3600\pi\text{cm}^2$$

Calcular o volume da esfera

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$V = \frac{4}{3} * \pi * 30^3$$

$$V = \frac{4}{3} * \pi * 27000$$

$$V = \frac{108000}{3} * \pi$$

$$V = 36000\pi \text{ cm}^3$$

4) (U.F.Ouro Preto – MG) É possível derreter 1000 docinhos em forma de esferas com 2 cm de diâmetro numa panela de raio da base 10 cm e altura 15 cm?

Retirando os dados:

Cada docinho é uma esfera de diâmetro 2 cm, então o raio é 1 cm.

Quantidade = 1000 docinhos

A panela é um cilindro de raio da base $R = 10 \text{ cm}$ e altura $h = 15 \text{ cm}$

Volume de um docinho (esfera)

$$V_1 = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$V_1 = \frac{4}{3} * \pi * 1^3$$

$$V_1 = \frac{4}{3}\pi \text{ cm}^3$$

Substituindo o π

$$V_1 = \frac{4}{3} * 3,14 \text{ cm}^3$$

$$V_1 = 4,186666667 \text{ cm}^3$$

Volume total dos 1000 docinhos

$$V_t = 4,186666667 * 1000$$

$$V_t = 4186,666667 \text{ cm}^3$$

Volume da panela cilíndrica

$$V_{cilindro} = \pi R^2 h$$

$$V_{cilindro} = \pi * 10^2 * 15$$

$$V_{cilindro} = \pi * 100 * 15$$

$$V_{cilindro} = 1500\pi \text{ cm}^3$$

Substituindo o π

$$V_{cilindro} = 1500 * 3,14$$

$$V_{cilindro} = 4710 \text{ cm}^3$$

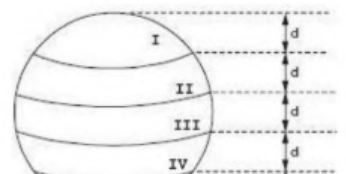
Comparação: o volume da panela menos o volume de docinho

$$V_{cilindro} - V_t$$

$$4710 - 4186,666667 = 523,33333 \text{ cm}^3$$

Sobrarão aproximadamente $523,33333 \text{ cm}^3$ de espaço livre na panela.

Sim, é possível.



5) (TRE PI – FCC) - Uma pessoa fez quatro cortes paralelos igualmente espaçados em uma laranja esférica, dividindo-a nas cinco partes indicadas na figura.

Em relação a essa divisão, é correto afirmar que:

- a) todas as partes obtidas têm o mesmo volume.
- b) a parte III é a de maior volume.
- c) o volume da parte I é maior do que o volume da parte II.
- d) não foram obtidas duas partes com o mesmo volume.
- e) a soma dos volumes das partes IV e V é menor do que a soma dos volumes das partes I e II.

A alternativa correta é (b)

A parte III é a de maior volume.

Como os cortes são iguais e paralelos, a parte do meio da laranja (III) fica com a maior “faixa” da esfera — onde a largura é maior.

As partes de cima e de baixo (I e V) são menores, e as intermediárias (II e IV) são iguais entre si, mas menores que a central.

6) (ENEM) O núcleo de uma bomba atômica tem o formato de uma esfera de raio $r = 7,15\text{cm}$. Assim, o volume da esfera e a massa de urânio ^{235}U que essa esfera comporta serão iguais aproximadamente a:

(Dados: $\pi = 3,14$ e densidade do $\text{U}_{235} = 17\text{ g/cm}^3$).

- a) 1530 cm^3 e 26 kg
- b) 1500 cm^3 e 26 kg
- c) 1530 cm^2 e 24 kg
- d) 1500 cm^3 e 24 kg
- e) 1530 cm^3 e 24 kg

Retirando os dados:

Raio da esfera: $r = 7,15\text{ cm}$

$\pi = 3,14$

Densidade do urânio: 17g/cm^3

Queremos o volume da esfera e a massa (volume x densidade)

Volume da esfera:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$V = \frac{4}{3} * \pi * 7,15^3$$

$$V = \frac{4}{3} * \pi * 365,525875$$

$$V = \frac{1462,1035}{3}\pi$$

$$V = 487,36783333\pi\text{cm}^3$$

Substituindo π

$$V = 487,36783333 * 3,14$$

$$V = 1530,3349967\text{ cm}^3$$

$$V = 1530\text{ cm}^3$$

Massa:

Massa = volume x densidade

Massa = $1530 \times 17\text{g}$

Massa = 26010g

Divide por 1000

26,01 kg

Alternativa correta (a) 1530 cm^3 e 26kg

7) (Aeronáutica - EEAR) Uma esfera metálica de raio $R = 6 \text{ cm}$ será derretida e todo o seu material será utilizado para fazer esferas menores de $8\pi \text{ cm}^3$ de volume. O número dessas esferas menores que serão feitas é:

a) 24

b) 36

c) 48

d) 60

Para saber o número de esferas menores que serão feitas a partir do derretimento da esfera maior vamos dividir o volume da esfera maior, pelo volume da esfera menor.

Retirando os dados:

Raio = 6 cm

Volume da esfera menor: $8\pi \text{ cm}^3$

Descobrir o volume da esfera maior (que será derretida):

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$V = \frac{4}{3} * \pi * 6^3$$

$$V = \frac{4}{3} * \pi * 216$$

$$V = \frac{864}{3} * \pi$$

$$V = 288 \pi \text{ cm}^3$$

Número de esferas pequenas

$$N = \frac{V_{\text{maior}}}{V_{\text{menor}}}$$

$$N = \frac{288\pi}{8\pi}$$

$$N = \frac{288}{8}$$

$$N = 36$$

8) (UEG 2015) Suponha que haja laranjas no formato de uma esfera com 6 cm de diâmetro e que a quantidade de suco que se obtém ao espremer cada laranja é $\frac{2}{3}$ de seu volume, sendo o volume dado em litros. Nessas condições, se quiser obter 1 litro de suco de laranja, deve-se espremer no mínimo (use $\pi = 3,14$).

a) 13 laranjas.

b) 14 laranjas.

c) 15 laranjas.

d) 16 laranjas.

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$V = \frac{4}{3} * 3,14 * (3)^3$$

$$V = \frac{4}{3} * 3,14 * 27$$

$$V = 113,04\text{cm}^3 \rightarrow \text{volume da laranja}$$

Queremos calcular $\frac{2}{3}$ do volume da laranja

$$V = 113,04 * \frac{2}{3}$$

$$V = 75,36\text{cm}^3 \rightarrow \text{quantidade de suco por laranja}$$

Queremos saber quantas laranjas são necessárias para fazer 1 litro de suco.

$$1 \text{ litro} = 1.000\text{cm}^3$$

$$n = \frac{1000}{75,36}$$

$$n = 13,26 \text{ laranjas}$$

Como 13 laranjas não são suficientes para obter 1 litro, serão necessárias 14 laranjas, portanto a alternativa correta é letra b.

8. Avaliação

A avaliação dos alunos será contínua, observando especialmente a participação, cooperação e engajamento dos alunos durante a atividade prática. Será avaliado também o entendimento dos conceitos, a habilidade de aplicar as estratégias de resolução, e a capacidade de argumentação dos alunos ao defender suas soluções.

Na avaliação da aula, considerar se os objetivos estabelecidos foram alcançados, se houve, efetivamente, a construção de aprendizagem pelos alunos através da metodologia expositiva e dialogada, utilizando de visualização de material manipulativo e resolvendo os exemplos. Refletir também sobre o que poderia ter sido feito de forma diferente e como essas mudanças poderiam contribuir para melhorar o processo de ensino e aprendizagem.

9. Bibliografias

ANDRADE, Thais Marcelle de. **Matemática interligada: geometria espacial e plana**. 1. ed. São Paulo: Schipione, 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**: educação é a base. Brasília, 2017.

BONJORNO, José Roberto; JÚNIOR, José Ruy Giovanni; SOUSA, Paulo Roberto Câmara de. **Prisma Matemática: geometria: ensino médio: área do conhecimento: matemática e suas tecnologias**. São Paulo: Editora FTD, 2020

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Do seu jeito: Matemática: área de Matemática e suas Tecnologias**: volume 2: Ensino médio. 1. ed. São Paulo: Ática, 2024.

IEZZI, Gelson; DEGENSZAJN, David; TAMARI, Marcio; PASMNIK, Guilherme. **Identidade Saraiva: Matemática: área de Matemática e suas Tecnologias**: volume 2: Ensino médio. 1. ed. São Paulo: Saraiva, 2024.

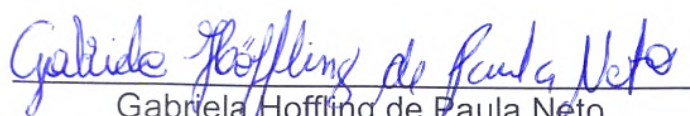
10. Observações

Nesta aula, os alunos demonstraram curiosidade ao me verem no corredor com o globo terrestre. No início da aula, retomamos as questões da aula anterior, já que alguns alunos ainda tinham dúvidas. Três dessas questões foram resolvidas por eles no quadro branco, enquanto eu acompanhava as resoluções, esclarecia o conteúdo e realizava questionamentos para verificar a compreensão.

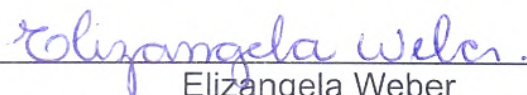
Percebi, entretanto, que muitos alunos estavam cansados, o que dificultou um pouco a interação. Foi necessário insistir em alguns momentos para que respondessem aos meus questionamentos. Inclusive, uma aluna chegou a adormecer enquanto eu exibia um vídeo sobre as projeções cartográficas, o que reforça o quanto o cansaço influenciou o engajamento da turma nesse dia.

Apesar disso, acredito que o uso do globo terrestre, das planificações e do conjunto de sólidos de revolução contribuiu significativamente para a compreensão do tema estudado. Esses recursos visuais e manipulativos tornaram a aula mais concreta e facilitaram a assimilação dos conceitos.

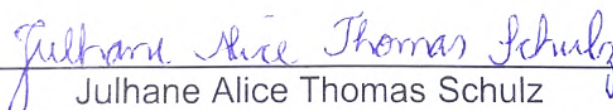
Consegui concluir o conteúdo previsto no plano de aula, explicando os principais conceitos e desenvolvendo os exemplos propostos. Os exercícios ficaram como tarefa de casa, para que os alunos pudessem consolidar o aprendizado de forma autônoma.



Gabriela Hoffling de Paula Neto
Aluna – Estagiária



Elizângela Weber
Supervisora – Parte Concedente



Julhane Alice Thomas Schulz
Professora Orientadora – Entidade Educacional

Apêndice

2º Semestre / 2025

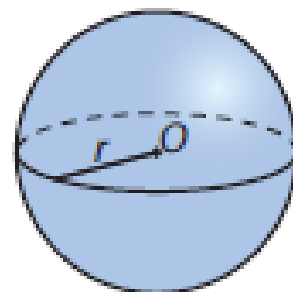
Apêndice I - Modelo do Aluno
MEI - 2º ano - T3

Profª Estagiária Gabriela Neto

Corpos Redondos

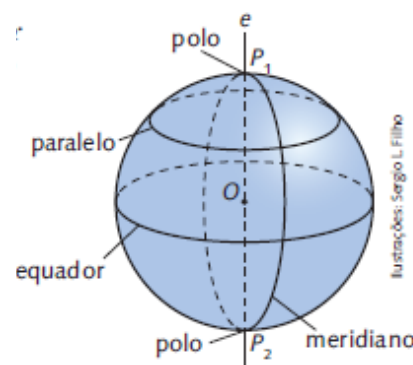
Esfera

Definição: Dado um ponto O e um número real positivo r . O conjunto de todos os pontos do espaço cujas distâncias em relação a O são iguais a r denomina-se superfície esférica de centro O e raio r . O sólido limitado por uma superfície esférica é chamado esfera. Uma esfera de centro O e raio r é o conjunto de todos os pontos do espaço cujas distâncias em relação a O são menores ou iguais a r .

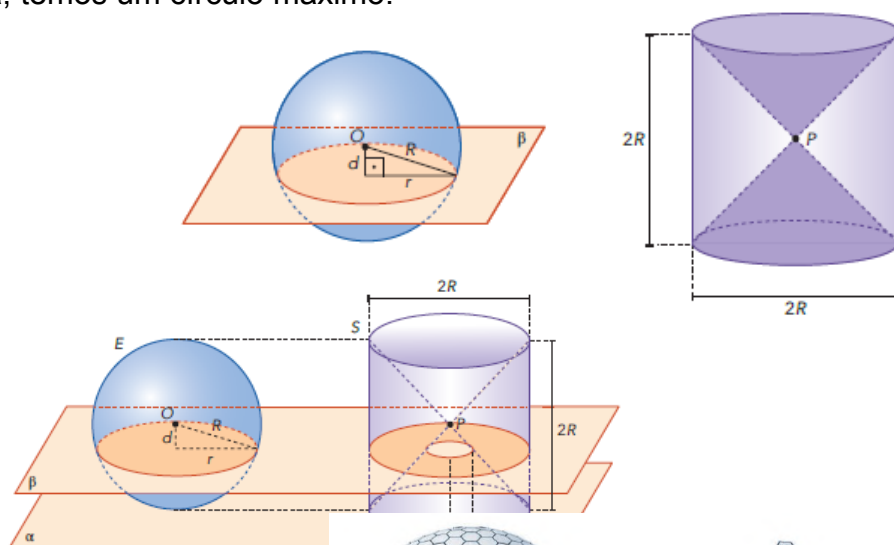


Elementos de uma esfera

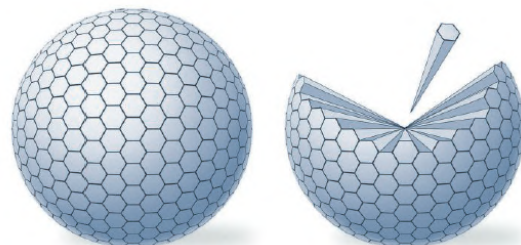
- **Eixo:** é uma reta que passa pelo centro O da esfera. No caso da figura, a reta e . Em relação a esse eixo, definimos os polos, o equador, os paralelos e os meridianos.
- **Polos:** são as interseções do eixo com a superfície esférica. Na figura, P_1 e P_2 .
- **Equador:** é a circunferência obtida pela interseção da superfície esférica e o plano perpendicular ao eixo que passa pelo centro O .
- **Paralelo:** é qualquer seção (circunferência) perpendicular ao eixo.
- **Meridiano:** é qualquer seção (circunferência) cujo plano que a contém passa pelo eixo.
- **Seção da esfera:** é o círculo obtido pela interseção da esfera e um plano secante a ela. Se o plano secante contém o centro O da esfera, temos um círculo máximo.



Volume de uma esfera

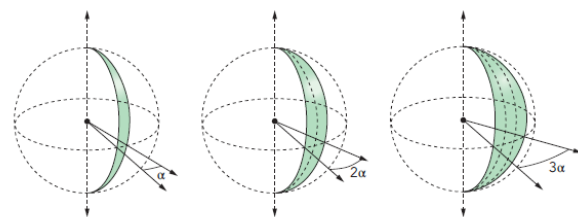


Área de uma esfera



Fuso Esférico

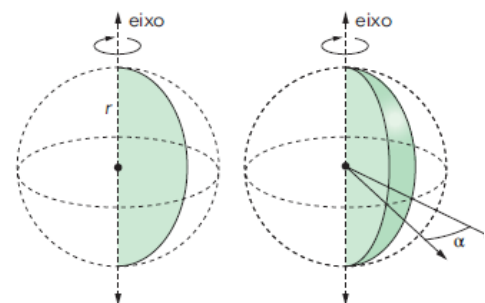
Fuso esférico é a superfície gerada pela rotação de uma semicircunferência, a qual gira α graus (com $0^\circ < \alpha \leq 360^\circ$) em torno do eixo, que contém o diâmetro. Quando a medida α é dobrada, a medida de área do fuso é dobrada; quando é triplicada, a medida de área do fuso também é triplicada; e assim sucessivamente. No caso de $\alpha = 360^\circ$, o fuso se transforma na superfície da esfera, cuja medida de área é dada por $A = 4\pi r^2$.



Área do Fuso:

Cunha Esférica

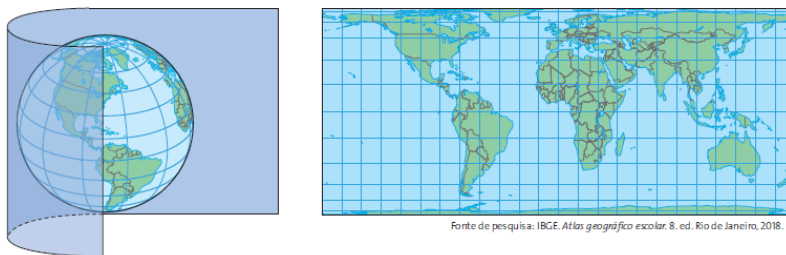
Dá-se o nome de cunha esférica ao sólido geométrico gerado pela rotação de um semicírculo que gira α graus (com $0^\circ < \alpha \leq 360^\circ$) em torno de um eixo que contém o diâmetro. Note que, se a medida α é dobrada, a medida de volume da cunha esférica é dobrada; se a medida α é triplicada, a medida de volume da cunha esférica também é triplicada; e assim sucessivamente. No caso em que $\alpha = 360^\circ$, a cunha esférica se transforma em uma esfera cuja medida de volume é dada por $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.



Volume da cunha:

Projeções cartográficas

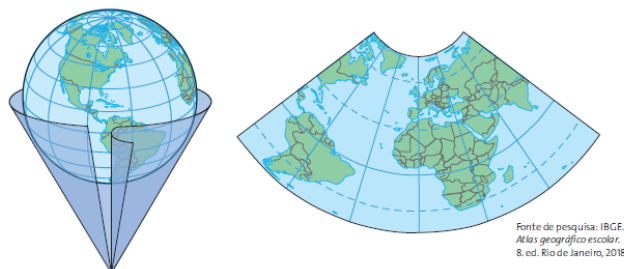
Projeções Cilíndricas: Nesta projeção, a superfície do globo terrestre é projetada sobre a superfície lateral de um cilindro reto “desenrolado” sobre o plano. Na superfície de projeção, os paralelos e os meridianos são perpendiculares. É a projeção mais utilizada para representar mapas-múndi.



Fonte de pesquisa: IBGE. Atlas geográfico escolar. 8. ed. Rio de Janeiro, 2018.

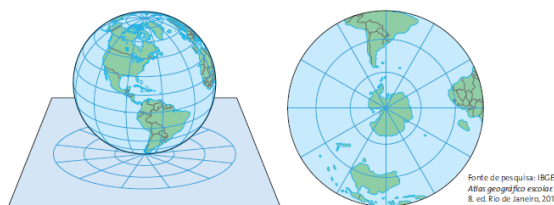
As áreas do mapa em regiões de baixa latitude (regiões próximas à linha do Equador) sofrem pequenas alterações, e as distorções aumentam em regiões de alta latitude (regiões próximas aos polos).

Projeções Cônicas: Nesta projeção, a superfície do globo terrestre é projetada sobre a superfície lateral de um cone reto “desenrolado” sobre o plano. Na superfície de projeção, os paralelos são arcos concêntricos e os meridianos convergem para os polos.



Os pontos que tocam o globo são os únicos que não apresentam deformações. Conforme se distanciam desses pontos, as distorções dos elementos aumentam.

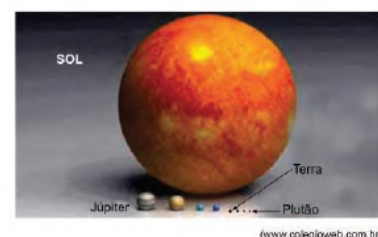
Projeções Planas ou Azimutais: Esse tipo de projeção utiliza um plano diretamente como superfície. É o tipo mais antigo de projeção, e é utilizado para confeccionar mapas náuticos e aeronáuticos.



Os paralelos são círculos concêntricos. O espaçamento dos paralelos diminui conforme aumenta a distância ao polo. Projeções planas ou azimutais possuem a propriedade de não deformarem os ângulos no ponto central. No entanto, os elementos são deformados.

Exemplo 1: Calcule a medida de volume de uma esfera sabendo que a área da superfície dela mede $576\pi \text{ cm}^2$.

Exemplo 2: (Ficsae-SP) Em uma palestra, um cientista ilustrou comparativamente o tamanho dos planetas do sistema solar com auxílio da foto a seguir. No entanto, o cientista disse que essa foto dificulta a percepção correta da diferença de tamanho entre os planetas. Para ilustrar o que dizia, ele pediu para a plateia considerar que todos os planetas são esféricos e que o tamanho do raio do planeta Júpiter é 11 vezes o tamanho do raio do planeta Terra. Em seguida, lançou a seguinte pergunta: se associarmos o planeta Terra a uma bola de futebol, o planeta Júpiter deverá ser associado, aproximadamente, a quantas dessas bolas?



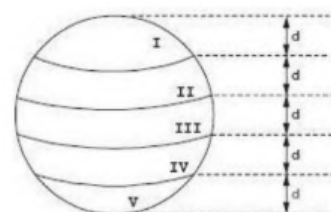
A resposta correta para a pergunta do palestrante é:

- a) 2 048.
- b) 121.
- c) 33.
- d) 22.
- e) 1 331.

Exercícios

- 1) Se uma esfera tem 12 cm de diâmetro, qual é a área de sua superfície e o seu volume?
- 2) Quantas unidades de comprimento deve ter o raio de uma esfera cujo volume é numericamente igual à da área de sua superfície?
- 3) Um plano, distante 18 cm do centro de uma esfera, determina nela um círculo cuja área é igual a $576\pi \text{ cm}^2$. Determine a área da superfície e o volume da esfera.
- 4) (U.F.Ouro Preto – MG) É possível derreter 1000 docinhos em forma de esferas com 2 cm de diâmetro numa panela de raio da base 10 cm e altura 15 cm?

- 5) (TRE PI – FCC) - Uma pessoa fez quatro cortes paralelos igualmente espaçados em uma laranja esférica, dividindo-a nas cinco partes indicadas na figura.



Em relação a essa divisão, é correto afirmar que:

- a) todas as partes obtidas têm o mesmo volume.
- b) a parte III é a de maior volume.
- c) o volume da parte I é maior do que o volume da parte II.
- d) não foram obtidas duas partes com o mesmo volume.
- e) a soma dos volumes das partes IV e V é menor do que a soma dos volumes das partes I e II.

- 6) (ENEM) O núcleo de uma bomba atômica tem o formato de uma esfera de raio $r = 7,15 \text{ cm}$. Assim, o volume da esfera e a massa de urânio 235 que essa esfera comporta serão iguais aproximadamente a:

(Dados: $\pi = 3,14$ e densidade do $\text{U}_{235} = 17 \text{ g/cm}^3$).

- a) 1530 cm^3 e 26 kg
- b) 1500 cm^3 e 26 kg
- c) 1530 cm^2 e 24 kg
- d) 1500 cm^3 e 24 kg
- e) 1530 cm^3 e 24 kg

- 7) (ENEM) Uma empresa produziu uma bola de chocolate, em formato esférico, para utilizar na decoração de sua loja. Essa bola tem 20 cm de diâmetro externo, sendo

oca por dentro, e a medida da espessura entre as superfícies interna e externa corresponde a 1 cm. Considere que, na confecção dessa bola, foi utilizado um tipo de chocolate em que 1g equivale a $0,75 \text{ cm}^3$. A quantidade de chocolate, em grama, utilizado na confecção dessa bola é:

- a) $76\pi/3$
- b) $304\pi/9$
- c) $4336\pi/9$
- d) $4000 \pi/3$
- e) $18256\pi/9$

8) (Udesc) Uma bola esférica é composta por 24 faixas iguais, como indica a figura. Sabendo-se que o volume da bola é de $2304\pi \text{ cm}^3$, então a área da superfície de cada faixa é de:

- a) $20\pi \text{ cm}^2$
- b) $24\pi \text{ cm}^2$
- c) $28\pi \text{ cm}^2$
- d) $27\pi \text{ cm}^2$
- e) $25\pi \text{ cm}^2$



Plano de Aula Semanal nº 05

Acadêmico: Gabriela Hoffling de Paula Neto

Professora Orientadora: Dra. Julhane Alice Thomas Schulz

Unidade Concedente: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha - *Campus Santa Rosa*

Estágio – Turma/Nº de alunos: 2º ano MEI T3/ 26 alunos

Professora Regente da Classe: Ma. Elizangela Weber

Nº de Períodos semanal/Tempo de cada período: 3 períodos/50min

Data/Horário: 09/10/2025 – 3 períodos - 9h 10min às 11h 55min (com intervalo de 15min)

1. Tema/Assunto:

Geometria Espacial: Corpos Redondos

2. Objetos de Conhecimento:

Cilindro, Cone, Tronco de Cone e Esfera

3. Habilidades relativas a BNCC:

(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

4. Objetivos

- Resolver problemas contextualizados sobre os conceitos estudados.
- Comparar, por meio de investigação, o volume dos sólidos, tronco de cone, cone e esfera.

5. Metodologia

Investigação Matemática;

Método Expositivo e Dialogado.

6. Recursos

Materiais de uso comum: folha, caderno, lápis, caneta, canetão, régua, quadro branco, entre outros.

Materiais/recursos didáticos: sorvete, pote, casquinha, material impresso, fita métrica, entre outros.

Recursos tecnológicos: notebook, projetor, entre outros.

7. Desenvolvimento

Incentivação da aula (1º período/20min)(diálogo entre o professor e os alunos):

Para dar início a aula, como combinado na aula anterior, se os alunos tiveram alguma dificuldade nos exercícios passados, iremos corrigir juntos no quadro branco.

(Fala do Professor): Para iniciarmos a aula, alguém ficou com dúvidas nos exercícios anteriores, para que possamos fazer a correção juntos?

Resposta esperada: Individual que cada aluno.

Desenvolvimento da aula (1º período/30min. 2º período 50min)(material impresso):

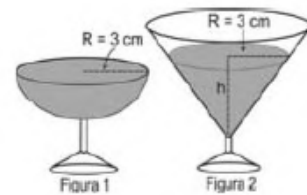
Neste momento, os alunos receberam uma lista de exercícios (Apêndice I) contendo questões que envolvem dois ou mais tipos de sólidos geométricos, com o objetivo de revisar de forma integrada os conteúdos trabalhados, até o presente momento.

(Fala do professor): Pessoal, este momento é destinado a realização dos exercícios de revisão.

Exercícios:

- 1) (Enem) Em um casamento, os donos da festa serviam champanhe aos seus convidados em taças com formato de um hemisfério (Figura 1), porém um acidente na cozinha culminou na quebra de grande parte desses recipientes. Para substituir as taças quebradas, utilizou-se um outro tipo com formato de cone (Figura 2). No entanto, os noivos solicitaram que o volume de champanhe nos dois tipos de taças fosse igual.

Sabendo que a taça com o formato de hemisfério é servida completamente cheia, a altura do volume de champanhe que deve ser colocado na outra taça, em centímetros, é de:



Considere:

$$V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3} \pi R^3 \quad \text{e} \quad V_{\text{cone}} = \frac{1}{3} \pi R^2 h$$

- a) 1,33
- b) 6,00
- c) 12,00
- d) 56,52
- e) 113,04

Resolução:

$$\begin{aligned} \frac{V_{\text{esfera}}}{2} &= V_{\text{cone}} \\ \frac{4}{3 \cdot 2} \pi r^3 &= \frac{1}{3} \pi r^2 * h \\ 3 * \frac{4}{6} \pi r^3 &= \pi r^2 * h \\ 2 \pi r^3 &= \pi r^2 * h \\ \frac{2 \pi r^3}{\pi r^2} &= h \\ h &= 2 * r \\ h &= 2 * 3 \\ h &= 6 \text{ cm} \end{aligned}$$

Sabendo que o volume de meia esfera é igual ao volume do cone, então a altura da bebida servida na taça cônica deve ser 6 cm.

- 2) Dona Charlotte prepara sobremesas e, para fazer uma mousse de maracujá, usou um recipiente cilíndrico cujas medidas internas do diâmetro e da altura são, respectivamente, 0,4 m e 0,8 m. Depois, distribuiu a mousse em taças de formato cônico com 8 cm de medida do diâmetro, 18 cm de medida da altura e espessura desprezível. Considerando que o recipiente que dona Charlotte usou estava completamente cheio, determine o número mínimo de taças de formato cônico necessário para a distribuição de toda a mousse.

Resolução:

Dados do cilindro:

$$r=20\text{cm}$$

$$h=80\text{cm}$$

Dados do cone:

$$r=4\text{cm}$$

$$h=18\text{cm}$$

Calcula-se o volume do cilindro e divide pelo volume do cone:

$$V_{cilindro} = \pi r^2 h$$

$$V_{cilindro} = \pi(20)^2 80$$

$$V_{cilindro} = \pi * 400 * 80$$

$$V_{cilindro} = 32.000\pi \text{cm}^3$$

$$V_{cone} = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

$$V_{cone} = \frac{\pi(4)^2 18}{3}$$

$$V_{cone} = 96\pi \text{cm}^3$$

$$\frac{V_{cilindro}}{V_{cone}} = \frac{32000\pi}{96\pi} = 333,33$$

Sendo assim, serão necessárias 334 taças, porque em 333 não caberá todo o mousse.

- 3) O silo representado a seguir tem medida da altura interna total de 15 m. Nele, podem ser armazenados $325\pi \text{ m}^3$ de cereais.

Determine:

- a medida da altura do cone;
- o custo de fabricação do silo, sabendo que a chapa de aço usada na confecção dele custa R\$200,00 por metro quadrado. Desconsidere a espessura da chapa de aço e considere $\pi \approx 3,1$ e $\sqrt{34} \approx 5,8$.

Resolução:

$$h_{\text{total}}=15\text{m}$$

$$V=325\pi \text{ m}^3$$



Silo para armazenar grãos.

$$r=5m$$

a) Sabe-se que o volume do cone mais o volume do cilindro resulta em $325\pi \text{ m}^3$, então a partir desse dado, busca-se encontrar as alturas de ambos os sólidos.

$$325\pi = \pi r^2 h_1 + \frac{\pi r^2 h_2}{3}$$

$$3 * 325\pi = 3 * \pi r^2 h_1 + 3 * \frac{\pi r^2 h_2}{3}$$

$$975\pi = 3\pi r^2 h_1 + \pi r^2 h_2$$

$$975\pi = 3\pi(5)^2 h_1 + \pi(5)^2 h_2$$

$$975\pi = 3 * 25\pi h_1 + 25\pi h_2$$

$$975\pi = 25\pi(3h_1 + h_2)$$

$$\frac{975\pi}{25\pi} = (3h_1 + h_2)$$

$$39 = (3h_1 + h_2)$$

Monta-se um sistema, para obter as alturas dos sólidos:

$$3h_1 + h_2 = 39$$

$$h_1 + h_2 = 15$$

$$h_2 = 15 - h_1$$

$$3h_1 + (15 - h_1) = 39$$

$$2h_1 = 39 - 15$$

$$2h_1 = 24$$

$$h_1 = 12m$$

$$h_2 = 3m$$

A resposta da letra a, é que a altura do cone é 3 metros.

b) Para isso é necessário calcular a área lateral do cone, a área lateral do cilindro e apenas uma base do cilindro. Com o valor encontrado, multiplica-se por 200,00 para obter o custo.

$$A_{\text{lateral do cone}} = \pi * r * g$$

$$g^2 = h^2 + r^2$$

$$g^2 = 3^2 + 5^2$$

$$g^2 = 34$$

$$g = 5,8$$

$$A_{\text{lateral do cone}} = 3,1 * 5 * 5,8$$

$$A_{\text{lateral do cone}} = 89,9m^2$$

$$A_{\text{lateral do cilindro}} = 2 * \pi * r * h$$

$$A_{\text{lateral do cilindro}} = 2 * 3,1 * 5 * 12$$

$$A_{\text{lateral do cilindro}} = 372m^2$$

$$A_{\text{base}} = \pi * r^2$$

$$A_{\text{base}} = 3,1 * (5)^2$$

$$A_{\text{base}} = 77,5m^2$$

$$A_{\text{total}} = 89,9 + 372 + 77,5$$

$$A_{\text{total}} = 539,4m^2$$

$$\text{Custo} = 539,4 * 200$$

$$\text{Custo} = R\$107.880,00$$

- 4) Considere uma cisterna em que o comprimento do diâmetro interno da base mede 4,8 m, o comprimento do diâmetro externo da base mede 5,0 m e o comprimento da altura mede 1,6 m. Já a tampa, com formato cônico, tem 5,0 m de medida de comprimento do diâmetro da base e 0,2 m de medida de comprimento da altura. Considerando que será aplicada uma demão de um impermeabilizante vendido em latas cuja massa mede 5 kg, com rendimento de 130 g/m², será necessário comprar quantas latas para impermeabilizar a parte interna e a parte externa da lateral e a parte externa da tampa dessa cisterna?

Resolução:

Retirando os dados:

Diâmetro interno da base = 4,8m, então raio = 2,4m

Diâmetro externo da base = 5,0m, então raio = 2,5m

Altura do cilindro = 1,6m (h)

Tampa cônica: diâmetro da base = 5,0m, então R = 2,5m, altura (h cone) = 0,2m

Cada lata tem massa = 5kg * 1000 = 5000g

Rendimento = 130g/m²

Área lateral interna do cilindro ($A_{\text{lateral}} = 2\pi rh$)

$$A_{\text{interna}} = 2\pi rh$$

$$A_{\text{interna}} = 2 * 3,14 * 2,4 * 1,6$$

$$A_{\text{interna}} = 24,127m^2$$

Área lateral externa do cilindro ($A_{\text{lateral}} = 2\pi rh$)

$$A_{\text{externa}} = 2\pi rh$$

$$A_{\text{externa}} = 2 * 3,14 * 2,5 * 1,6$$

$$A_{\text{externa}} = 25,133m^2$$

Área lateral da tampa cônica/cone ($\pi * r * g$) (apenas a parte externa)

Achar a geratriz por pitágoras

$$g^2 = r^2 + h^2$$

$$g^2 = 2,5^2 + 0,2^2$$

$$g^2 = 6,25 + 0,04$$

$$\sqrt{g^2} = \sqrt{6,29}$$

$$g = 2,508m$$

$$A_{lateral} = \pi * r * g$$

$$A_{lateral} = 3,14 * 2,5 * 2,508$$

$$A_{lateral} = 19,688m^2$$

Área total a impermeabilizar:

$$A_{total} = A_{interna} + A_{externa} + A_{Lcone}$$

$$A_{total} = 24,127 + 25,133 + 19,688$$

$$A_{total} = 68,958m^2$$

Cobertura de uma lata:

$$Cobertura\ por\ lata = \frac{5000g}{130g/m^2}$$

$$Cobertura\ por\ lata = 38,462m^2 /lata$$

Número de latas

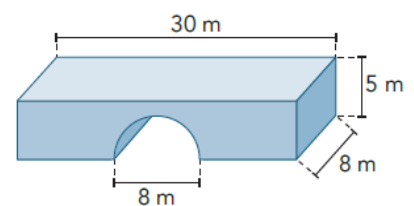
$$N^o\ lata = \frac{Área\ total}{Cobertura\ por\ lata}$$

$$N^o\ lata = \frac{68,958}{38,462}$$

$$N^o\ lata = 1,79$$

Será necessário comprar 2 latas de impermeabilizante (cada lata 5 kg) para cobrir a parte interna e externa da lateral e a parte externa da tampa.

- 5) Uma ponte de concreto tem as medidas de comprimento das dimensões indicadas na ilustração a seguir. A estrutura dessa ponte tem o formato de um paralelepípedo retângulo sem a metade de um cilindro, como mostra a imagem. Qual é a medida de volume de concreto usado para construir a ponte? (Considere $\pi \approx 3,14$.)



Resolução:

Perceba que o volume de concreto é igual ao volume do paralelepípedo menos o volume do "buraco"(metade do cilindro).

$$V_{resultante} = V_{paralelepípedo} - \frac{V_{cilindro}}{2}$$

Vamos calcular o volume do paralelepípedo de dimensões 8 x 5 x 30.

O volume de um paralelepípedo é igual ao produto de suas dimensões. Logo, Comprimento (C) x Largura (L) x Altura (h), ou seja,

$$V_{\text{paralelepípedo}} = c * l * h$$

$$V_{\text{paralelepípedo}} = 8 * 5 * 30$$

$$V_{\text{paralelepípedo}} = 1200m^3$$

O volume do "buraco" (metade do cilindro) cuja base é uma semicircunferência de raio 4 m e altura 8 m.

$$V_{\text{cilindro}} = \pi * r^2 * h$$

$$V_{\text{cilindro}} = 3,14 * 4^2 * 8$$

$$V_{\text{cilindro}} = 401,92m^3$$

Substituindo

$$V_{\text{resultante}} = V_{\text{paralelepípedo}} - \frac{V_{\text{cilindro}}}{2}$$

$$V_{\text{resultante}} = 1200 - \frac{401,92}{2}$$

$$V_{\text{resultante}} = 1200 - 200,96$$

$$V_{\text{resultante}} = 999,04m^3$$

Portanto, a medida de volume de concreto usado para construir a ponte é de $999,04m^3$

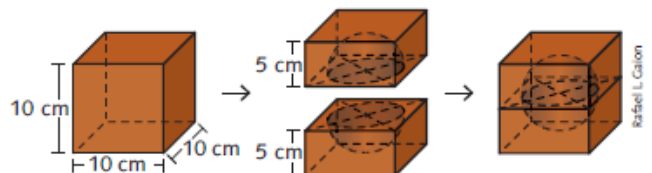
- 6) (Unesp-SP) Para confeccionar um porta-joias a partir de um cubo maciço e homogêneo de madeira com 10 cm de aresta, um marceneiro dividiu o cubo ao meio, paralelamente às duas faces horizontais. De cada paralelepípedo resultante extraiu uma semiesfera de 4 cm de raio, de modo que seus centros ficassem localizados no cruzamento das diagonais da face de corte, conforme mostra a sequência de figuras.

Sabendo que a densidade da madeira utilizada na confecção do porta-joias era de $0,85 \text{ g/cm}^3$ e admitindo $\pi = 3$, a massa aproximada do porta-joias, em gramas, é:

- a) 634
- b) 638
- c) 632
- d) 630
- e) 636

Resolução:

Densidade = massa sobre volume



Para calcular o volume resultante(porta-joias), basta calcular o volume do cubo menos o volume da esfera

$$V_{\text{resultante}} = V_{\text{cubo}} - V_{\text{esfera}}$$

Volume do cubo

$$V_{\text{cubo}} = a^3 (\text{aresta})$$

$$V_{\text{cubo}} = 10^3$$

$$V_{\text{cubo}} = 1000m^3$$

Volume da esfera

$$V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3} * 3 * 4^3$$

$$V_{\text{esfera}} = 4 * 64$$

$$V_{\text{esfera}} = 256m^3$$

Substituindo (volume do porta-joias)

$$V_{\text{resultante}} = V_{\text{cubo}} - V_{\text{esfera}}$$

$$V_{\text{resultante}} = 1000 - 256$$

$$V_{\text{resultante}} = 744m^3$$

Densidade = massa sobre volume $d = \frac{m}{v}$, mas queremos saber a massa, então:

$$m = d * v$$

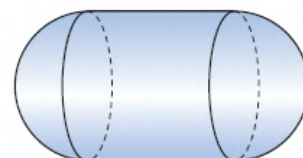
substituindo

$$m = 0,85 * 744$$

$$m = 632,4g$$

Letra C

- 7) (UPM-SP) Um tanque de gás tem a forma de um cilindro de 4 m de comprimento, acrescido de duas semiesferas de raio 2 m, uma em cada extremidade, como mostra a figura. Adotando $\pi = 3$, a capacidade total do tanque, em metros cúbicos, é:



- a) 80
- b) 70
- c) 60
- d) 55
- e) 50

Resolução:

Volume total do tanque, é o volume do cilindro mais o volume da esfera, então:

Volume do cilindro

comprimento $h = 4m$

raio $r = 2m$ (mesmo da semiesfera)

$$V_{cilindro} = \pi * r^2 * h$$

$$V_{cilindro} = 3 * 2^2 * 4$$

$$V_{cilindro} = 3 * 4 * 4$$

$$V_{cilindro} = 48m^3$$

Volume de duas semiesferas

Duas semiesferas formam uma esfera de raio 2m

$$V_{esfera} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$V_{esfera} = \frac{4}{3} * 3 * 2^3$$

$$V_{esfera} = 4 * 8$$

$$V_{esfera} = 32m^3$$

Volume total do tanque

$$V_{total} = V_{cilindro} + V_{esfera}$$

$$V_{total} = 48 + 32$$

$$V_{total} = 80m^3$$

Letra A, a capacidade total do tanque é $80m^3$.

- 8) A figura ao lado representa um sólido formado por um cone reto, um cilindro reto e uma semiesfera. Determine o volume desse sólido.

Resolução:

O sólido é formado por:

Um cone reto com altura $h = 5cm$

Um cilindro reto com $h = 5cm$

Uma semiesfera

Todas com raio $r = 5cm$

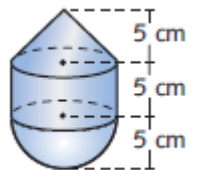
vamos adotar $\pi = 3$

Volume do cone

$$V = \frac{\pi * r^2 * h}{3}$$

$$V = \frac{3 * 5^2 * 5}{3}$$

$$V = 25 * 5$$



$$V = 125\text{cm}^3$$

Volume do cilindro

$$V = \pi * r^2 * h$$

$$V = 3 * 5^2 * 5$$

$$V = 3 * 25 * 5$$

$$V = 375\text{cm}^3$$

Volume da semiesfera, é o volume da esfera dividido por 2:

Volume da esfera

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$V = \frac{4}{3} * 3 * 5^3$$

$$V = 4 * 125$$

$$V = 500\text{cm}^3$$

Volume da semiesfera

$$V = \frac{V_{\text{esfera}}}{2}$$

$$V = \frac{500}{2}$$

$$V = 250\text{cm}^3$$

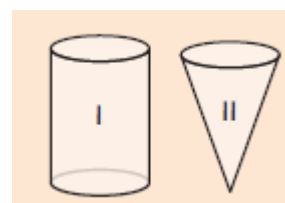
Volume total do sólido

$$V_{\text{total}} = V_{\text{cone}} + V_{\text{cilindro}} + V_{\text{semiesfera}}$$

$$V_{\text{total}} = 125 + 375 + 250$$

$$V_{\text{total}} = 750\text{cm}^3$$

- 9) (UFMT) Admita que os interiores dos recipientes I e II da figura tenham, respectivamente, as formas de um cilindro circular reto e de um cone circular reto, de áreas das bases iguais e alturas iguais. Sabe-se que o recipiente I está com a metade de sua capacidade ocupada por água.



Se toda a água do recipiente I for despejada no recipiente II, pode-se afirmar:

- a) Todo o recipiente II será preenchido e sobrar água correspondente a $\frac{1}{3}$ da capacidade do recipiente I.
- b) Todo o recipiente II será preenchido e sobrar água correspondente a $\frac{1}{6}$ da capacidade do recipiente I.
- c) Faltar água correspondente a $\frac{1}{6}$ da capacidade do recipiente I para preencher todo o recipiente II.
- d) Faltar água correspondente a $\frac{1}{3}$ da capacidade do recipiente I para preencher todo o recipiente II.
- e) Todo o recipiente II será preenchido e não sobrar água no recipiente I.

Resolução:

Para resolvermos essa questão, precisamos entender as relações volumétricas entre os recipientes envolvidos: o cilindro (recipiente I) e o cone (recipiente II).

Cálculo do volume do cilindro:

O volume de um cilindro é calculado pela fórmula:

$$V = \pi * r^2 * h$$

onde r é o raio da base e h é a altura do cilindro.

Cálculo do volume do cone:

O volume de um cone é dado por:

$$V = \frac{\pi * r^2 * h}{3}$$

Note que a área da base e a altura do cone são iguais às do cilindro.

Volume de água no cilindro:

O cilindro está com metade de sua capacidade ocupada por água, portanto, o volume de água no cilindro é: o volume do cilindro dividido por 2.

$$V_{\text{água}} = \frac{\pi * r^2 * h}{2}$$

Transferindo a água para o cone:

Vamos despejar toda a água do cilindro no cone. Precisamos verificar quanto do cone essa quantidade de água preenche.

Comparando os volumes:

O volume de água transferido, $\frac{\pi * r^2 * h}{2}$, será derramado no cone. Agora, comparamos esse volume com o volume total do cone:

$$V_{\text{água}} = \frac{\pi * r^2 * h}{2}$$

$$V_{\text{cone}} = \frac{\pi * r^2 * h}{3}$$

Análise:

O volume de água é maior que o volume do cone:

$$V_{\text{água}} = \frac{\pi * r^2 * h}{2} > V_{\text{cone}} = \frac{\pi * r^2 * h}{3}$$

Podemos simplificar por (já que todos esses são iguais), e obtemos:

$$\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$$

Portanto, todo o cone será preenchido, e ainda sobrar água.

Quantidade de água que sobra:

Para achar a quantidade de água que sobra, subtraímos o volume do cone do volume de água:

$$V_{sobra} = V_{\text{água}} - V_{\text{cone}}$$

$$V_{sobra} = \frac{\pi * r^2 * h}{2} - \frac{\pi * r^2 * h}{3}$$

Isso resulta em:

$$V_{sobra} = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) \pi * r^2 * h$$

$$V_{sobra} = \frac{3}{6} \pi * r^2 * h - \frac{2}{6} \pi * r^2 * h$$

$$V_{sobra} = \frac{1}{6} \pi * r^2 * h$$

A sobra, portanto, é $\frac{1}{6}$ do volume total do cilindro.

Portanto, a opção correta é:

B) todo o recipiente II será preenchido e sobrará água correspondente a $\frac{1}{6}$ da capacidade do recipiente I.

- 10) (ENEM) Em regiões agrícolas, é comum a presença de silos para armazenamento e secagem da produção de grãos, no formato de um cilindro reto, sobreposto por um cone, e dimensões indicadas na figura. O silo fica cheio e o transporte dos grãos é feito em caminhões de carga cuja capacidade é de 20 m³. Uma região possui um silo cheio e apenas um caminhão para transportar os grãos para a usina de beneficiamento. Utilize 3 como aproximação para π . O número mínimo de viagens que o caminhão precisará fazer para transportar todo o volume de grãos armazenados no silo é

- a) 6
- b) 16
- c) 17
- d) 18
- e) 21

Resolução:

Precisamos saber o volume total do silo, que é o volume do cone mais o volume do cilindro, para depois saber o número de viagens que será necessário para o transporte dos grãos.

O silo tem formato de:

um cilindro com $h=12\text{m}$ e $r=3\text{m}$

um cone sobreposto ao cilindro com $h=3$ e $r=3$

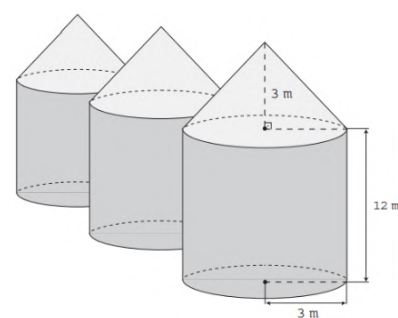
$\pi=3$

Cálculo do volume do cilindro

$$V = \pi * r^2 * h$$

$$V = 3 * 3^2 * 12$$

$$V = 3 * 9 * 12$$



$$V = 324m^3$$

Cálculo do volume do cone

$$V = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$$

$$V = \frac{3 \cdot 3^2 \cdot 3}{3}$$

$$V = \frac{3 \cdot 9 \cdot 3}{3}$$

$$V = 9 \cdot 3$$

$$V = 27m^3$$

Volume total do silo

$$V_{total} = V_{cone} + V_{cilindro}$$

$$V_{total} = 27 + 324$$

$$V_{total} = 351m^3$$

Capacidade do caminhão

Cada caminhão transporta $20m^3$ por viagem

Número de viagens necessárias

$$N^{\circ} \text{ de viagens} = \frac{V_{total}}{\text{capacidade do caminhão}}$$

$$N^{\circ} \text{ de viagens} = \frac{351}{20}$$

$$N^{\circ} \text{ de viagens} = 17,55$$

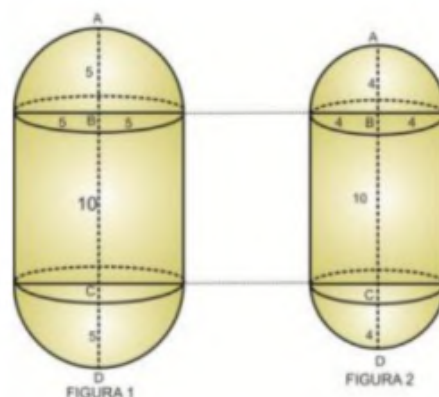
Como não é possível fazer meia viagem, é necessário arredondar, 18 viagens.

Letra d

- 11) (ENEM) Uma empresa farmacêutica produz medicamentos em pílulas, cada uma na forma de um cilindro com uma semiesfera com o mesmo raio do cilindro em cada uma de suas extremidades. Essas pílulas são moldadas por uma máquina programada para que os cilindros tenham sempre 10mm de comprimento, adequando o raio de acordo com o volume desejado.

Um medicamento é produzido em pílulas com 5 mm de raio. Para facilitar a deglutição, deseja-se produzir esse medicamento diminuindo o raio para 4 mm, e, por consequência, seu volume. Isso exige a reprogramação da máquina que produz essas pílulas. Use 3 como valor aproximado para π . A redução do volume da pílula, em milímetros cúbicos, após a reprogramação da máquina, será igual a:

- a) 168
b) 304



- c) 306
d) 378
e) 514

Resolução:

Pílula = cilindro + 2 semiesferas (ou seja, 1 esfera)

Comprimento do cilindro, $h = 10 \text{ mm}$

raio da semiesfera (esfera) e do cilindro $r = 5 \text{ mm}$

Usar: $\pi = 3$

Queremos reduzir a pílula a $r = 4 \text{ mm}$, pelo motivo de deglutição

Vamos encontrar o volume da pílula antes, $r = 5$. E o volume da pílula depois, $r = 4$.
E fazer a diferença entre elas.

Antes:

$$V_{\text{antes}} = \pi * r^2 * h + \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$V_{\text{antes}} = 3 * 5^2 * 10 + \frac{4}{3} * 3 * 5^3$$

$$V_{\text{antes}} = 3 * 25 * 10 + 4 * 125$$

$$V_{\text{antes}} = 750 + 500$$

$$V_{\text{antes}} = 1250 \text{ mm}^3$$

Depois:

$$V_{\text{depois}} = \pi * r^2 * h + \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$V_{\text{depois}} = 3 * 4^2 * 10 + \frac{4}{3} * 3 * 4^3$$

$$V_{\text{depois}} = 3 * 16 * 10 + 4 * 64$$

$$V_{\text{depois}} = 480 + 256$$

$$V_{\text{depois}} = 736 \text{ mm}^3$$

A diferença entre as pílulas:

$$V = V_{\text{antes}} - V_{\text{depois}}$$

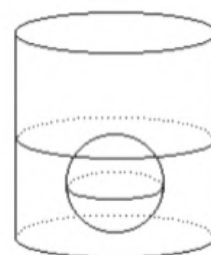
$$V = 1250 - 736$$

$$V = 514 \text{ mm}^3$$

Letra e, a redução do volume da pílula é de 514 mm^3 .

- 12) (UFRGS) Uma esfera de raio 2 cm é mergulhada num copo cilíndrico de 4 cm de raio, até encostar no fundo, de modo que a água do copo recubra exatamente a esfera. Antes da esfera ser colocada no copo, a altura de água era:

- a) $27/8 \text{ cm}$
b) $19/6 \text{ cm}$
c) $18/5 \text{ cm}$



d) $10/3$ cme) $7/2$ cm**Resolução:**

Para essa questão, calcula-se o volume da água no cilindro com a esfera, sabendo que a altura é igual ao diâmetro da esfera, e subtrai o volume da esfera. A partir desse volume, verifica-se a altura da água antes de colocar a esfera.

$$V_{cilindro} = \pi r^2 * h$$

$$V_{cilindro} = \pi * (4)^2 * 4$$

$$V_{cilindro} = 64\pi \text{ cm}^3$$

$$V_{esfera} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$V_{esfera} = \frac{4}{3} * \pi * (2)^3$$

$$V_{esfera} = \frac{32}{3} \pi \text{ cm}^3$$

$$V = 64\pi - \frac{32}{3} \pi$$

$$V = \frac{192}{3} \pi - \frac{32}{3} \pi$$

$$V = \frac{160}{3} \pi$$

$$V_{cilindro} = \pi r^2 * h$$

$$\pi * (4)^2 * h = \frac{160}{3} \pi$$

$$h = \frac{160\pi}{3 * 16\pi}$$

$$h = \frac{160}{48} = \frac{40}{12} = \frac{10}{3} \text{ cm}$$

A resposta é $10/3$ cm, portanto letra d.

- 13) Calcule a área total do sólido representado, sabendo que ele é formado por duas semiesferas e um tronco de cone.

Resolução:

$$A_{esfera} = 4\pi r^2$$

$$A_{semi esfera} = 2\pi r^2$$

$$A_{lateral tronco} = \pi g(R + r)$$

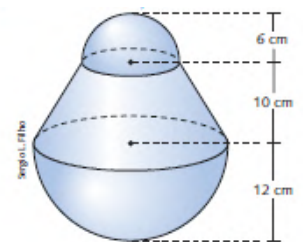
$$A_{semi esfera} = 2\pi r^2$$

$$A_{semi esfera} = 2 * 3,14 * (6)^2$$

$$A_{semi esfera} = 226,08 \text{ cm}^2$$

$$A_{SEMI ESFERA} = 2\pi R^2$$

$$A_{SEMI ESFERA} = 2 * 3,14 * (12)^2$$



$$A_{SEMI ESFERA} = 904,32cm^2$$

$$A_{lateral tronco} = \pi g(R + r)$$

$$g^2 = h^2 + (R - r)^2$$

$$g^2 = 10^2 + (12 - 6)^2$$

$$g^2 = 100 + 36$$

$$g = 11,66cm$$

$$A_{lateral tronco} = \pi g(R + r)$$

$$A_{lateral tronco} = 3,14 * 11,66 * (12 + 6)$$

$$A_{lateral tronco} = 632,57cm^2$$

$$A_{total} = A_{semi esfera} + A_{SEMI ESFERA} + A_{lateral tronco}$$

$$A_{total} = 226,08 + 904,32 + 632,57$$

$$A_{total} = 1762,97cm^2$$

Sistematização/Fechamento da Aula (3º período/35min)(material impresso):

Neste momento, os alunos se organizarão em grupos de quatro integrantes. Cada grupo receberá um roteiro, uma casquinha de sorvete, um pote de sorvete e uma bola representando a bola de sorvete, que serão utilizados nas atividades investigativas. O objetivo é investigar, de forma prática, qual recipiente comporta mais sorvete: a casquinha (cone) ou o pote (tronco de cone), utilizando a bolinha de sorvete (esfera) como referência. E também a atividade do sorvete deve ser entregue para avaliação de 0,5 pontos.

(Fala do professor): Pessoal, vocês podem se organizar em grupos de quatro integrantes. Em seguida, vou entregar a cada grupo um roteiro com as orientações e alguns materiais didáticos para realizarmos a atividade. Os materiais que cada grupo receberá serão uma casquinha de sorvete, um pote de sorvete, uma bolinha que representa uma bola de sorvete, um roteiro, régua e fita métrica.



Para a atividade a professora fará alguns questionamentos:

(Fala do professor): Qual sólido representa a casquinha?

Resposta esperada: Os alunos deverão responder cone.

(Fala do professor): Qual sólido representa o pote?

Resposta esperada: Os alunos deverão responder tronco de cone.

(Falado professor): Qual sólido representa a bola de sorvete?

Resposta esperada: Os alunos deverão responder esfera.

A partir disso, a professora vai questionar:

(Fala do professor): Qual é a fórmula do volume de cada um desses sólidos?

Resposta esperada: Os alunos deverão responder que o volume do tronco de cone é $V = \frac{\pi h}{3} * (R^2 + Rr + r^2)$, do cone é $\frac{\pi r^2 h}{3}$ e da esfera é $\frac{4\pi r^3}{3}$.

Roteiro:

1º Observação e Medição (cm)

Meçam o raio e a altura da casquinha.

d = 6cm, então o raio é:

r = 3cm

g = 14cm

Para achar a altura, deverá ser feito pitágoras:

h = 13,67cm

$$g^2 = r^2 + h^2$$

$$14^2 = 3^2 + h^2$$

$$196 = 9 + h^2$$

$$h^2 = 187$$

$$h \simeq 13,67cm$$

Meçam o raio e a altura do pote.

menor

d = 9cm, então raio é:

r = 4,5cm

maior

D = 12cm, então raio é:

R = 6cm

g = 4cm

Para achar a altura, deverá ser feito pitágoras:

h = 3,7cm

$$g^2 = h^2 + (R - r)^2$$

$$(4)^2 = h^2 + (6 - 4,5)^2$$

$$16 = h^2 + 2,25$$

$$h^2 = 13,75$$

$$h \simeq 3,7cm$$

Meçam a circunferência da bolinha de sorvete e calcule o raio.

circunferência= 24cm

$r = 3,82\text{cm}$

Para descobrir o raio, vamos igualar a fórmula do comprimento da circunferência, ao comprimento da circunferência que achamos:

$2\pi r = \text{comp. circunf.}$

$2 * 3,14 * r = 24$

$$r = \frac{24}{2*3,14}$$

$r \simeq 3,82\text{cm}$

2º Cálculo dos Volumes (cm³)

Volume do casquinha:

$$V = \frac{\pi * r^2 * h}{3}$$

$$V = \frac{3,14 * (3)^2 * 13,67}{3}$$

$$V = \frac{3,14 * 9 * 13,67}{3}$$

$$V = \frac{386,3142}{3}$$

$$V = 128,77\text{cm}^3$$

Volume do pote:

$$V = \frac{1}{3}\pi h(R^2 + r^2 + Rr)$$

$$V = \frac{1}{3} * (3,14) * (3,7) * (6^2 + 4,5^2 + 6 * 4,5)$$

$$V = 3,872666667 * (83,25)$$

$$V = 322,39\text{cm}^3$$

Volume da bolinha de sorvete:

$$V = \frac{4\pi r^3}{3}$$

$$V = \frac{4 * 3,14 * (3,82)^3}{3}$$

$$V = \frac{700,1316781}{3}$$

$$V = 233,37\text{cm}^3$$

3º Comparação e Análise

Se a bola de sorvete derretesse, ela caberia inteira dentro da casquinha? Justifique com os valores encontrados.

Resposta esperada: Os alunos deverão comparar o volume da bola e da casquinha e verificar se o volume da bola é menor ou maior que o da casquinha, caso seja menor os alunos deverão escrever que caberia e justificar a partir dos volumes obtidos.

Nesse caso, como o volume da bola de sorvete (233,37cm³) é maior que o volume da casquinha (128,77cm³), não caberia.

Quantas bolas de sorvete derretidas cabem dentro da casquinha?

Resposta esperada: Para isso, os alunos deverão dividir o volume da casquinha pelo volume da esfera, que resultará no número de bolas que cabem na casquinha.

Deverão trazer o número inteiro de bolas e ainda quanto espaço sobraria na casquinha com aquela quantidade.

Nesse caso, fazendo a operação $\frac{128,77}{233,37} \approx 0,55$, ou seja, cabe um pouco mais que meia bola de sorvete.

Quantas bolas de sorvete derretidas cabem no pote?

Resposta esperada: Os alunos deverão fazer o mesmo processo da questão anterior, trazendo o número inteiro de bolas que cabem e o espaço que sobra com a quantidade de bolas.

Nesse caso, $\frac{322,39}{233,37} \approx 1,38$, ou seja, cabe uma bola mais $\frac{1}{3}$ (aproximadamente).

Se você colocasse duas bolas de sorvete derretidas no pote, o sorvete ultrapassa o volume do recipiente? Justifique.

Resposta esperada: Com base na questão anterior, os alunos deverão responder conforme o número de bolas que cabem no pote, caso caibam mais que duas, não irá ultrapassar o volume, caso caibam menos que duas, vai ultrapassar. Como coube 1,38 bola de sorvete, o volume de duas bolas derretidas (466,76) ultrapassa o volume do pote (322,39).

(3º período/15min):

Este momento será destinado para que os alunos possam saborear o sorvete junto com a turma do 2º ano da EDI, na área aberta da instituição.

(Fala do professor): Agora chegou a hora de saborear o sorvete junto com a turma do 2º ano da EDI. Vamos para o pátio, na área aberta, a fim de evitar sujeira dentro da sala de aula.

8. Avaliação

A avaliação dos alunos será contínua, observando especialmente a participação, cooperação e engajamento dos alunos durante a atividade prática. Será avaliado também o entendimento dos conceitos, a habilidade de aplicar as estratégias de resolução, e a capacidade de argumentação dos alunos ao defender suas soluções. E também a atividade do sorvete deve ser entregue para avaliação de 0,5 pontos.

Na avaliação da aula, é importante considerar se os objetivos propostos foram alcançados e se houve, de fato, construção de aprendizagem por parte dos alunos por meio da metodologia de investigação matemática. Para isso, utilizaram-se materiais didáticos concretos, como a casquinha de sorvete (cone), o pote de sorvete (cilindro) e a bola de sorvete (esfera), permitindo a análise e comparação dos volumes. A atividade teve como foco investigar qual recipiente comporta maior quantidade de sorvete: a casquinha ou o pote.

Além disso, é fundamental refletir sobre os aspectos que poderiam ter sido conduzidos de maneira diferente e de que forma essas mudanças contribuíram para aprimorar o processo de ensino e aprendizagem, tornando a experiência mais significativa para os alunos.

9. Bibliografias

ANDRADE, Thais Marcelle de. **Matemática interligada: geometria espacial e**

plana. 1. ed. São Paulo: Schipione, 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**: educação é a base. Brasília, 2017.

BONJORNO, José Roberto; JÚNIOR, José Ruy Giovanni; SOUSA, Paulo Roberto Câmara de. **Prisma Matemática: geometria: ensino médio: área do conhecimento: matemática e suas tecnologias**. São Paulo: Editora FTD, 2020

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Do seu jeito: Matemática: área de Matemática e suas Tecnologias**: volume 2: Ensino médio. 1. ed. São Paulo: Ática, 2024.

IEZZI, Gelson; DEGENSZAJN, David; TAMARI, Marcio; PASMANIK, Guilherme. **Identidade Saraiva: Matemática: área de Matemática e suas Tecnologias**: volume 2: Ensino médio. 1. ed. São Paulo: Saraiva, 2024.

PONTE, J. P. BROCARD, J. OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2020

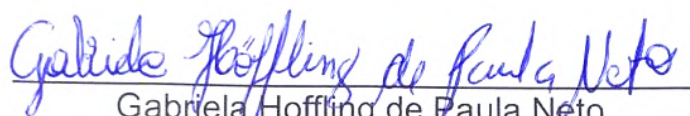
10. Observações

No início da aula, eu pretendia corrigir as questões da aula anterior, pois alguns alunos haviam demonstrado dúvidas. No entanto, percebi que todos estavam seguros quanto ao conteúdo, então seguimos com a aula normalmente. Durante a chamada, observei que vários alunos estavam ausentes, pois estavam representando a Instituição em um evento. Aproveitei também para verificar os cadernos e conferir se haviam realizado o tema de casa.

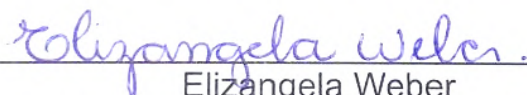
Dando continuidade, trabalhamos com uma lista de revisão. Embora não tenha sido possível concluí-la integralmente durante o período, a maioria dos alunos conseguiu resolver cerca de metade das questões.

Na sequência, realizamos a atividade do “sorvete”, em que os alunos desenvolveram com facilidade as medições e os cálculos propostos. De forma bem-humorada, perguntaram se ganhariam sorvete de verdade, além da casquinha e do potinho utilizados na atividade. Respondi que sim, e que o momento de degustar o sorvete seria após o término das tarefas.

Encerramos a aula no pátio, onde os alunos puderam saborear o sorvete. Foi possível perceber o quanto estavam entusiasmados e engajados com a dinâmica, tornando o aprendizado mais leve e prazeroso.



Gabriela Hoffling de Paula Neto
Aluna – Estagiária



Elizângela Weber
Supervisora – Parte Concedente



Julhane Alice Thomas Schulz
Professora Orientadora – Entidade Educacional

Apêndice

Apêndice I - Modelo do Aluno

2º Semestre / 2025

MEI - 2º ano - T3

Profª Estagiária Gabriela Neto

Corpos Redondos

Cilindro, Cone, Tronco de Cone e Esfera

Fórmulas

Cilindro

Área: $A_T = A_L + 2 * A_B$

$$A_T = 2 * \pi * r * h + 2 * \pi * r^2$$

$$A_T = 2 * \pi * r * (h + r)$$

Volume: $V = A_b * h$

$$V = \pi * r^2 * h$$

Cone

Área: $A_T = A_B + A_L$

$$A_T = \pi * r^2 + \pi * r * g$$

$$A_T = \pi * r * (g + r)$$

Volume: $V = \frac{A_b * h}{3}$

$$V = \frac{\pi * r^2 * h}{3}$$

Tronco de Cone

Área: $A_T = A_L + A_B + A_b$

$$V_{Tronco} = V_{Cone\ Maior} - V_{cone\ menor}$$

$$A_T = \pi g(R + r) + \pi R^2 + \pi r^2$$

$$V = \frac{\pi h}{3} * (R^2 + Rr + r^2)$$

Volume:

Esfera

Área: $A = 4\pi r^2$

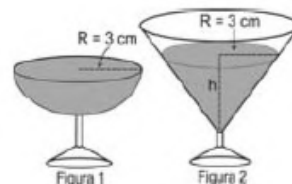
Volume: $V = \frac{4}{3} \pi R^3$

Exercícios de Revisão

- 1) (Enem) Em um casamento, os donos da festa serviam champanhe aos seus convidados em taças com formato de um hemisfério (Figura 1), porém um acidente na cozinha culminou na quebra de grande parte desses recipientes. Para substituir as taças quebradas, utilizou-se um outro tipo com formato de cone (Figura 2). No entanto, os noivos solicitaram que o volume de champanhe nos dois tipos de taças fosse igual.

Sabendo que a taça com o formato de hemisfério é servida completamente cheia, a altura do volume de champanhe que deve ser colocado na outra taça, em centímetros, é de:

a) 1,33



Considere:

$$V_{esfera} = \frac{4}{3} \pi R^3$$

e

$$V_{cone} = \frac{1}{3} \pi R^2 h$$

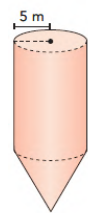
- b) 6,00
- c) 12,00
- d) 56,52
- e) 113,04

2) Dona Charlotte prepara sobremesas e, para fazer uma mousse de maracujá, usou um recipiente cilíndrico cujas medidas internas do diâmetro e da altura são, respectivamente, 0,4 m e 0,8 m. Depois, distribuiu a mousse em taças de formato cônico com 8 cm de medida do diâmetro, 18 cm de medida da altura e espessura desprezível. Considerando que o recipiente que dona Charlotte usou estava completamente cheio, determine o número mínimo de taças de formato cônico necessário para a distribuição de toda a mousse.

3) O silo representado a seguir tem medida da altura interna total de 15 m. Nele, podem ser armazenados $325\pi \text{ m}^3$ de cereais.

Determine:

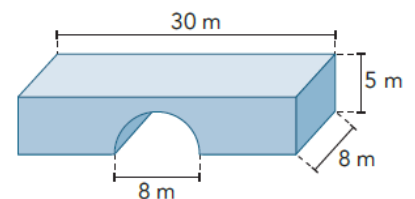
- a) a medida da altura do cone;
- b) o custo de fabricação do silo, sabendo que a chapa de aço usada na confecção dele custa R\$200,00 por metro quadrado. Desconsidere a espessura da chapa de aço e considere $\pi \approx 3,1$ e $\sqrt{34} \approx 5,8$.



Silo para armazenar grãos.

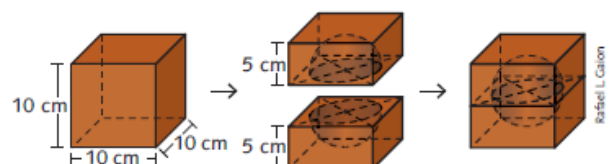
4) Considere uma cisterna em que o comprimento do diâmetro interno da base mede 4,8 m, o comprimento do diâmetro externo da base mede 5,0 m e o comprimento da altura mede 1,6 m. Já a tampa, com formato cônico, tem 5,0 m de medida de comprimento do diâmetro da base e 0,2 m de medida de comprimento da altura. Considerando que será aplicada uma demão de um impermeabilizante vendido em latas cuja massa mede 5 kg, com rendimento de 130 g/m², será necessário comprar quantas latas para impermeabilizar a parte interna e a parte externa da lateral e a parte externa da tampa dessa cisterna?

5) Uma ponte de concreto tem as medidas de comprimento das dimensões indicadas na ilustração a seguir. A estrutura dessa ponte tem o formato de um paralelepípedo retângulo sem a metade de um cilindro, como mostra a imagem. Qual é a medida de volume de concreto usado para construir a ponte? (Considere $\pi \approx 3,14$.)



6) (Unesp-SP) Para confeccionar um porta-joias a partir de um cubo maciço e homogêneo de madeira com 10 cm de aresta, um marceneiro dividiu o cubo ao meio, paralelamente às duas faces horizontais. De cada paralelepípedo resultante extraiu uma semiesfera de 4 cm de raio, de modo que seus centros ficassem localizados no cruzamento das diagonais da face de corte, conforme mostra a sequência de figuras.

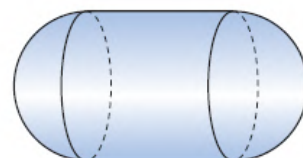
Sabendo que a densidade da madeira utilizada na confecção do porta-joias era de



0,85 g/cm³ e admitindo $\pi=3$, a massa aproximada do porta-joias, em gramas, é:

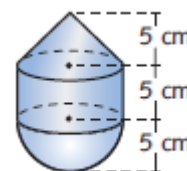
- a) 634
- b) 638
- c) 632
- d) 630
- e) 636

7) (UPM-SP) Um tanque de gás tem a forma de um cilindro de 4 m de comprimento, acrescido de duas semiesferas de raio 2 m, uma em cada extremidade, como mostra a figura. Adotando $\pi = 3$, a capacidade total do tanque, em metros cúbicos, é:

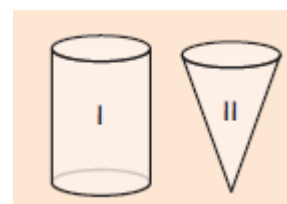


- a) 80
- b) 70
- c) 60
- d) 55
- e) 50

8) A figura ao lado representa um sólido formado por um cone reto, um cilindro reto e uma semiesfera. Determine o volume desse sólido.



9) (UFMT) Admita que os interiores dos recipientes I e II da figura tenham, respectivamente, as formas de um cilindro circular reto e de um cone circular reto, de áreas das bases iguais e alturas iguais. Sabe-se que o recipiente I está com a metade de sua capacidade ocupada por água.



Se toda a água do recipiente I for despejada no recipiente II, pode-se afirmar:

- a) Todo o recipiente II será preenchido e sobrar água correspondente a $\frac{1}{3}$ da capacidade do recipiente I.
- b) Todo o recipiente II será preenchido e sobrar água correspondente a $\frac{1}{6}$ da capacidade do recipiente I.
- c) Faltará água correspondente a $\frac{1}{6}$ da capacidade do recipiente I para preencher todo o recipiente II.
- d) Faltará água correspondente a $\frac{1}{3}$ da capacidade do recipiente I para preencher todo o recipiente II.
- e) Todo o recipiente II será preenchido e não sobrar água no recipiente I.

10) (ENEM) Em regiões agrícolas, é comum a presença de silos para armazenamento e secagem da produção de grãos, no formato de um cilindro reto, sobreposto por um cone, e dimensões indicadas na figura. O silo fica cheio e o transporte dos grãos é feito em caminhões de carga cuja capacidade é de 20 m³. Uma região possui um silo cheio e apenas um caminhão para transportar os grãos para a usina de beneficiamento. Utilize 3 como aproximação para π . O número mínimo de viagens que o caminhão precisará fazer para transportar todo o volume de grãos armazenados no silo é

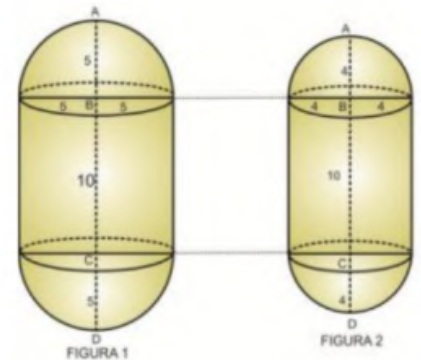
- a) 6
- b) 16
- c) 17

- d) 18
e) 21

11) (ENEM) Uma empresa farmacêutica produz medicamentos em pílulas, cada uma na forma de um cilindro com uma semiesfera com o mesmo raio do cilindro em cada uma de suas extremidades. Essas pílulas são moldadas por uma máquina programada para que os cilindros tenham sempre 10mm de comprimento, adequando o raio de acordo com o volume desejado.

Um medicamento é produzido em pílulas com 5 mm de raio. Para facilitar a deglutição, deseja-se produzir esse medicamento diminuindo o raio para 4 mm, e, por consequência, seu volume. Isso exige a reprogramação da máquina que produz essas pílulas. Use 3 como valor aproximado para π . A redução do volume da pílula, em milímetros cúbicos, após a reprogramação da máquina, será igual a:

- a) 168
b) 304
c) 306
d) 378
e) 514

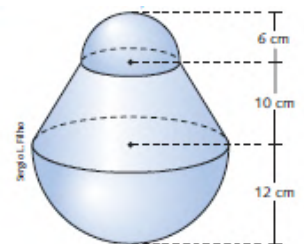


12) (UFRGS) Uma esfera de raio 2 cm é mergulhada num copo cilíndrico de 4 cm de raio, até encostar no fundo, de modo que a água do copo recubra exatamente a esfera. Antes da esfera ser colocada no copo, a altura de água era:

- a) $27/8$ cm
b) $19/6$ cm
c) $18/5$ cm
d) $10/3$ cm
e) $7/2$ cm



13) Calcule a área total do sólido representado, sabendo que ele é formado por duas semiesferas e um tronco de cone.



Roteiro:

1º Observação e Medição (cm)
Meçam o raio e a altura da casquinha.

Meçam o raio e a altura do pote.

Meçam a circunferência da bolinha de sorvete e calcule o raio.

2º Cálculo dos Volumes (cm^3)

Volume do casquinha:

Volume do pote:

Volume da bolinha de sorvete:

3º Comparação e Análise

- 1) Se a bola de sorvete derretesse, ela caberia inteira dentro da casquinha? Justifique com os valores encontrados.
- 2) Quantas bolas de sorvete derretidas cabem dentro da casquinha?
- 3) Quantas bolas de sorvete derretidas cabem no pote?
- 4) Se você colocasse duas bolas de sorvete derretidas no pote, o sorvete ultrapassa o volume do recipiente? Justifique.

Plano de Aula Semanal nº 05

Acadêmico: Gabriela Hoffling de Paula Neto

Professora Orientadora: Dra. Julhane Alice Thomas Schulz

Unidade Concedente: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha - *Campus Santa Rosa*

Estágio – Turma/Nº de alunos: 2º ano MEI T3/ 26 alunos

Professora Regente da Classe: Ma. Elizangela Weber

Nº de Períodos semanal/Tempo de cada período: 3 períodos/50min

Data/Horário: 09/10/2025 – 3 períodos - 9h 10min às 11h 55min (com intervalo de 15min)

1. Tema/Assunto:

Geometria Espacial: Corpos Redondos

2. Objetos de Conhecimento:

Cilindro, Cone, Tronco de Cone e Esfera

3. Habilidades relativas a BNCC:

(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

4. Objetivos

- Resolver problemas contextualizados sobre os conceitos estudados.
- Comparar, por meio de investigação, o volume dos sólidos, tronco de cone, cone e esfera.

5. Metodologia

Investigação Matemática;

Método Expositivo e Dialogado.

6. Recursos

Materiais de uso comum: folha, caderno, lápis, caneta, canetão, régua, quadro branco, entre outros.

Materiais/recursos didáticos: sorvete, pote, casquinha, material impresso, fita métrica, entre outros.

Recursos tecnológicos: notebook, projetor, entre outros.

7. Desenvolvimento

Incentivação da aula (1º período/20min)(diálogo entre o professor e os alunos):

Para dar início a aula, como combinado na aula anterior, se os alunos tiveram alguma dificuldade nos exercícios passados, iremos corrigir juntos no quadro branco.

(Fala do Professor): Para iniciarmos a aula, alguém ficou com dúvidas nos exercícios anteriores, para que possamos fazer a correção juntos?

Resposta esperada: Individual que cada aluno.

Desenvolvimento da aula (1º período/30min. 2º período 50min)(material impresso):

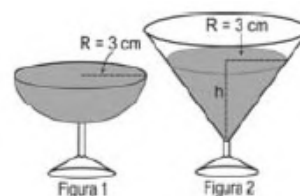
Neste momento, os alunos receberam uma lista de exercícios (Apêndice I) contendo questões que envolvem dois ou mais tipos de sólidos geométricos, com o objetivo de revisar de forma integrada os conteúdos trabalhados, até o presente momento.

(Fala do professor): Pessoal, este momento é destinado a realização dos exercícios de revisão.

Exercícios:

- 1) (Enem) Em um casamento, os donos da festa serviam champanhe aos seus convidados em taças com formato de um hemisfério (Figura 1), porém um acidente na cozinha culminou na quebra de grande parte desses recipientes. Para substituir as taças quebradas, utilizou-se um outro tipo com formato de cone (Figura 2). No entanto, os noivos solicitaram que o volume de champanhe nos dois tipos de taças fosse igual.

Sabendo que a taça com o formato de hemisfério é servida completamente cheia, a altura do volume de champanhe que deve ser colocado na outra taça, em centímetros, é de:



Considere:

$$V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3} \pi R^3 \quad \text{e} \quad V_{\text{cone}} = \frac{1}{3} \pi R^2 h$$

- a) 1,33
- b) 6,00
- c) 12,00
- d) 56,52
- e) 113,04

Resolução:

$$\begin{aligned} \frac{V_{\text{esfera}}}{2} &= V_{\text{cone}} \\ \frac{4}{3 \cdot 2} \pi r^3 &= \frac{1}{3} \pi r^2 * h \\ 3 * \frac{4}{6} \pi r^3 &= \pi r^2 * h \\ 2 \pi r^3 &= \pi r^2 * h \\ \frac{2 \pi r^3}{\pi r^2} &= h \\ h &= 2 * r \\ h &= 2 * 3 \\ h &= 6 \text{ cm} \end{aligned}$$

Sabendo que o volume de meia esfera é igual ao volume do cone, então a altura da bebida servida na taça cônica deve ser 6 cm.

- 2) Dona Charlotte prepara sobremesas e, para fazer uma mousse de maracujá, usou um recipiente cilíndrico cujas medidas internas do diâmetro e da altura são, respectivamente, 0,4 m e 0,8 m. Depois, distribuiu a mousse em taças de formato cônico com 8 cm de medida do diâmetro, 18 cm de medida da altura e espessura desprezível. Considerando que o recipiente que dona Charlotte usou estava completamente cheio, determine o número mínimo de taças de formato cônico necessário para a distribuição de toda a mousse.

Resolução:

Dados do cilindro:

$$r=20\text{cm}$$

$$h=80\text{cm}$$

Dados do cone:

$$r=4\text{cm}$$

$$h=18\text{cm}$$

Calcula-se o volume do cilindro e divide pelo volume do cone:

$$V_{cilindro} = \pi r^2 h$$

$$V_{cilindro} = \pi(20)^2 80$$

$$V_{cilindro} = \pi * 400 * 80$$

$$V_{cilindro} = 32.000\pi \text{cm}^3$$

$$V_{cone} = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

$$V_{cone} = \frac{\pi(4)^2 18}{3}$$

$$V_{cone} = 96\pi \text{cm}^3$$

$$\frac{V_{cilindro}}{V_{cone}} = \frac{32000\pi}{96\pi} = 333,33$$

Sendo assim, serão necessárias 334 taças, porque em 333 não caberá todo o mousse.

- 3) O silo representado a seguir tem medida da altura interna total de 15 m. Nele, podem ser armazenados $325\pi \text{ m}^3$ de cereais.

Determine:

- a medida da altura do cone;
- o custo de fabricação do silo, sabendo que a chapa de aço usada na confecção dele custa R\$200,00 por metro quadrado. Desconsidere a espessura da chapa de aço e considere $\pi \approx 3,1$ e $\sqrt{34} \approx 5,8$.

Resolução:

$$h_{\text{total}}=15\text{m}$$

$$V=325\pi \text{ m}^3$$



Silo para armazenar grãos.

$$r=5m$$

a) Sabe-se que o volume do cone mais o volume do cilindro resulta em $325\pi \text{ m}^3$, então a partir desse dado, busca-se encontrar as alturas de ambos os sólidos.

$$325\pi = \pi r^2 h_1 + \frac{\pi r^2 h_2}{3}$$

$$3 * 325\pi = 3 * \pi r^2 h_1 + 3 * \frac{\pi r^2 h_2}{3}$$

$$975\pi = 3\pi r^2 h_1 + \pi r^2 h_2$$

$$975\pi = 3\pi(5)^2 h_1 + \pi(5)^2 h_2$$

$$975\pi = 3 * 25\pi h_1 + 25\pi h_2$$

$$975\pi = 25\pi(3h_1 + h_2)$$

$$\frac{975\pi}{25\pi} = (3h_1 + h_2)$$

$$39 = (3h_1 + h_2)$$

Monta-se um sistema, para obter as alturas dos sólidos:

$$3h_1 + h_2 = 39$$

$$h_1 + h_2 = 15$$

$$h_2 = 15 - h_1$$

$$3h_1 + (15 - h_1) = 39$$

$$2h_1 = 39 - 15$$

$$2h_1 = 24$$

$$h_1 = 12m$$

$$h_2 = 3m$$

A resposta da letra a, é que a altura do cone é 3 metros.

b) Para isso é necessário calcular a área lateral do cone, a área lateral do cilindro e apenas uma base do cilindro. Com o valor encontrado, multiplica-se por 200,00 para obter o custo.

$$A_{\text{lateral do cone}} = \pi * r * g$$

$$g^2 = h^2 + r^2$$

$$g^2 = 3^2 + 5^2$$

$$g^2 = 34$$

$$g = 5,8$$

$$A_{\text{lateral do cone}} = 3,1 * 5 * 5,8$$

$$A_{\text{lateral do cone}} = 89,9m^2$$

$$A_{\text{lateral do cilindro}} = 2 * \pi * r * h$$

$$A_{\text{lateral do cilindro}} = 2 * 3,1 * 5 * 12$$

$$A_{\text{lateral do cilindro}} = 372m^2$$

$$A_{\text{base}} = \pi * r^2$$

$$A_{\text{base}} = 3,1 * (5)^2$$

$$A_{\text{base}} = 77,5m^2$$

$$A_{\text{total}} = 89,9 + 372 + 77,5$$

$$A_{\text{total}} = 539,4m^2$$

$$\text{Custo} = 539,4 * 200$$

$$\text{Custo} = R\$107.880,00$$

- 4) Considere uma cisterna em que o comprimento do diâmetro interno da base mede 4,8 m, o comprimento do diâmetro externo da base mede 5,0 m e o comprimento da altura mede 1,6 m. Já a tampa, com formato cônico, tem 5,0 m de medida de comprimento do diâmetro da base e 0,2 m de medida de comprimento da altura. Considerando que será aplicada uma demão de um impermeabilizante vendido em latas cuja massa mede 5 kg, com rendimento de 130 g/m², será necessário comprar quantas latas para impermeabilizar a parte interna e a parte externa da lateral e a parte externa da tampa dessa cisterna?

Resolução:

Retirando os dados:

Diâmetro interno da base = 4,8m, então raio = 2,4m

Diâmetro externo da base = 5,0m, então raio = 2,5m

Altura do cilindro = 1,6m (h)

Tampa cônica: diâmetro da base = 5,0m, então R = 2,5m, altura (h cone) = 0,2m

Cada lata tem massa = 5kg * 1000 = 5000g

Rendimento = 130g/m²

Área lateral interna do cilindro ($A_{\text{lateral}} = 2\pi rh$)

$$A_{\text{interna}} = 2\pi rh$$

$$A_{\text{interna}} = 2 * 3,14 * 2,4 * 1,6$$

$$A_{\text{interna}} = 24,127m^2$$

Área lateral externa do cilindro ($A_{\text{lateral}} = 2\pi rh$)

$$A_{\text{externa}} = 2\pi rh$$

$$A_{\text{externa}} = 2 * 3,14 * 2,5 * 1,6$$

$$A_{\text{externa}} = 25,133m^2$$

Área lateral da tampa cônica/cone ($\pi * r * g$) (apenas a parte externa)

Achar a geratriz por pitágoras

$$g^2 = r^2 + h^2$$

$$g^2 = 2,5^2 + 0,2^2$$

$$g^2 = 6,25 + 0,04$$

$$\sqrt{g^2} = \sqrt{6,29}$$

$$g = 2,508m$$

$$A_{lateral} = \pi * r * g$$

$$A_{lateral} = 3,14 * 2,5 * 2,508$$

$$A_{lateral} = 19,688m^2$$

Área total a impermeabilizar:

$$A_{total} = A_{interna} + A_{externa} + A_{Lcone}$$

$$A_{total} = 24,127 + 25,133 + 19,688$$

$$A_{total} = 68,958m^2$$

Cobertura de uma lata:

$$Cobertura \text{ por lata} = \frac{5000g}{130g/m^2}$$

$$Cobertura \text{ por lata} = 38,462m^2 /lata$$

Número de latas

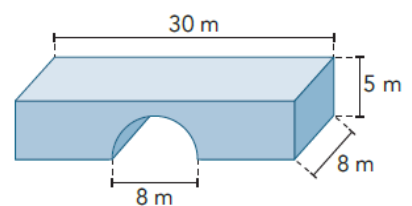
$$N^{\circ} \text{ lata} = \frac{\text{Área total}}{\text{Cobertura por lata}}$$

$$N^{\circ} \text{ lata} = \frac{68,958}{38,462}$$

$$N^{\circ} \text{ lata} = 1,79$$

Será necessário comprar 2 latas de impermeabilizante (cada lata 5 kg) para cobrir a parte interna e externa da lateral e a parte externa da tampa.

- 5) Uma ponte de concreto tem as medidas de comprimento das dimensões indicadas na ilustração a seguir. A estrutura dessa ponte tem o formato de um paralelepípedo retângulo sem a metade de um cilindro, como mostra a imagem. Qual é a medida de volume de concreto usado para construir a ponte? (Considere $\pi \approx 3,14$.)



Resolução:

Perceba que o volume de concreto é igual ao volume do paralelepípedo menos o volume do "buraco"(metade do cilindro).

$$V_{resultante} = V_{paralelepípedo} - \frac{V_{cilindro}}{2}$$

Vamos calcular o volume do paralelepípedo de dimensões 8 x 5 x 30.

O volume de um paralelepípedo é igual ao produto de suas dimensões. Logo, Comprimento (C) x Largura (L) x Altura (h), ou seja,

$$V_{\text{paralelepípedo}} = c * l * h$$

$$V_{\text{paralelepípedo}} = 8 * 5 * 30$$

$$V_{\text{paralelepípedo}} = 1200m^3$$

O volume do "buraco" (metade do cilindro) cuja base é uma semicircunferência de raio 4 m e altura 8 m.

$$V_{\text{cilindro}} = \pi * r^2 * h$$

$$V_{\text{cilindro}} = 3,14 * 4^2 * 8$$

$$V_{\text{cilindro}} = 401,92m^3$$

Substituindo

$$V_{\text{resultante}} = V_{\text{paralelepípedo}} - \frac{V_{\text{cilindro}}}{2}$$

$$V_{\text{resultante}} = 1200 - \frac{401,92}{2}$$

$$V_{\text{resultante}} = 1200 - 200,96$$

$$V_{\text{resultante}} = 999,04m^3$$

Portanto, a medida de volume de concreto usado para construir a ponte é de $999,04m^3$

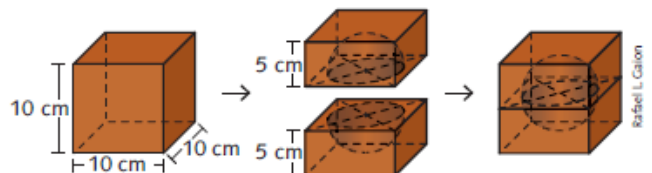
- 6) (Unesp-SP) Para confeccionar um porta-joias a partir de um cubo maciço e homogêneo de madeira com 10 cm de aresta, um marceneiro dividiu o cubo ao meio, paralelamente às duas faces horizontais. De cada paralelepípedo resultante extraiu uma semiesfera de 4 cm de raio, de modo que seus centros ficassem localizados no cruzamento das diagonais da face de corte, conforme mostra a sequência de figuras.

Sabendo que a densidade da madeira utilizada na confecção do porta-joias era de $0,85 \text{ g/cm}^3$ e admitindo $\pi = 3$, a massa aproximada do porta-joias, em gramas, é:

- a) 634
- b) 638
- c) 632
- d) 630
- e) 636

Resolução:

Densidade = massa sobre volume



Para calcular o volume resultante(porta-joias), basta calcular o volume do cubo menos o volume da esfera

$$V_{\text{resultante}} = V_{\text{cubo}} - V_{\text{esfera}}$$

Volume do cubo

$$V_{\text{cubo}} = a^3 (\text{aresta})$$

$$V_{\text{cubo}} = 10^3$$

$$V_{\text{cubo}} = 1000m^3$$

Volume da esfera

$$V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3} * 3 * 4^3$$

$$V_{\text{esfera}} = 4 * 64$$

$$V_{\text{esfera}} = 256m^3$$

Substituindo (volume do porta-joias)

$$V_{\text{resultante}} = V_{\text{cubo}} - V_{\text{esfera}}$$

$$V_{\text{resultante}} = 1000 - 256$$

$$V_{\text{resultante}} = 744m^3$$

Densidade = massa sobre volume $d = \frac{m}{v}$, mas queremos saber a massa, então:

$$m = d * v$$

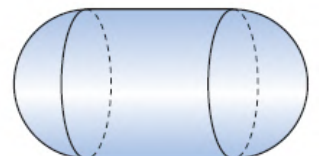
substituindo

$$m = 0,85 * 744$$

$$m = 632,4g$$

Letra C

- 7) (UPM-SP) Um tanque de gás tem a forma de um cilindro de 4 m de comprimento, acrescido de duas semiesferas de raio 2 m, uma em cada extremidade, como mostra a figura. Adotando $\pi = 3$, a capacidade total do tanque, em metros cúbicos, é:



- a) 80
- b) 70
- c) 60
- d) 55
- e) 50

Resolução:

Volume total do tanque, é o volume do cilindro mais o volume da esfera, então:

Volume do cilindro

comprimento $h = 4m$

raio $r = 2m$ (mesmo da semiesfera)

$$V_{cilindro} = \pi * r^2 * h$$

$$V_{cilindro} = 3 * 2^2 * 4$$

$$V_{cilindro} = 3 * 4 * 4$$

$$V_{cilindro} = 48m^3$$

Volume de duas semiesferas

Duas semiesferas formam uma esfera de raio 2m

$$V_{esfera} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$V_{esfera} = \frac{4}{3} * 3 * 2^3$$

$$V_{esfera} = 4 * 8$$

$$V_{esfera} = 32m^3$$

Volume total do tanque

$$V_{total} = V_{cilindro} + V_{esfera}$$

$$V_{total} = 48 + 32$$

$$V_{total} = 80m^3$$

Letra A, a capacidade total do tanque é $80m^3$.

- 8) A figura ao lado representa um sólido formado por um cone reto, um cilindro reto e uma semiesfera. Determine o volume desse sólido.

Resolução:

O sólido é formado por:

Um cone reto com altura $h = 5cm$

Um cilindro reto com $h = 5cm$

Uma semiesfera

Todas com raio $r = 5cm$

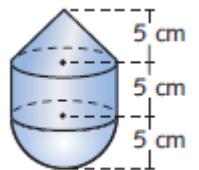
vamos adotar $\pi = 3$

Volume do cone

$$V = \frac{\pi * r^2 * h}{3}$$

$$V = \frac{3 * 5^2 * 5}{3}$$

$$V = 25 * 5$$



$$V = 125\text{cm}^3$$

Volume do cilindro

$$V = \pi * r^2 * h$$

$$V = 3 * 5^2 * 5$$

$$V = 3 * 25 * 5$$

$$V = 375\text{cm}^3$$

Volume da semiesfera, é o volume da esfera dividido por 2:

Volume da esfera

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$V = \frac{4}{3} * 3 * 5^3$$

$$V = 4 * 125$$

$$V = 500\text{cm}^3$$

Volume da semiesfera

$$V = \frac{V_{\text{esfera}}}{2}$$

$$V = \frac{500}{2}$$

$$V = 250\text{cm}^3$$

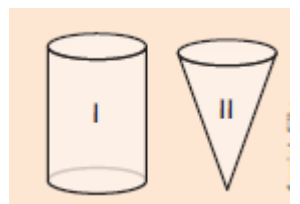
Volume total do sólido

$$V_{\text{total}} = V_{\text{cone}} + V_{\text{cilindro}} + V_{\text{semiesfera}}$$

$$V_{\text{total}} = 125 + 375 + 250$$

$$V_{\text{total}} = 750\text{cm}^3$$

- 9) (UFMT) Admita que os interiores dos recipientes I e II da figura tenham, respectivamente, as formas de um cilindro circular reto e de um cone circular reto, de áreas das bases iguais e alturas iguais. Sabe-se que o recipiente I está com a metade de sua capacidade ocupada por água.



Se toda a água do recipiente I for despejada no recipiente II, pode-se afirmar:

- a) Todo o recipiente II será preenchido e sobrar água correspondente a $\frac{1}{3}$ da capacidade do recipiente I.
- b) Todo o recipiente II será preenchido e sobrar água correspondente a $\frac{1}{6}$ da capacidade do recipiente I.
- c) Faltará água correspondente a $\frac{1}{6}$ da capacidade do recipiente I para preencher todo o recipiente II.
- d) Faltará água correspondente a $\frac{1}{3}$ da capacidade do recipiente I para preencher todo o recipiente II.
- e) Todo o recipiente II será preenchido e não sobrar água no recipiente I.

Resolução:

Para resolvermos essa questão, precisamos entender as relações volumétricas entre os recipientes envolvidos: o cilindro (recipiente I) e o cone (recipiente II).

Cálculo do volume do cilindro:

O volume de um cilindro é calculado pela fórmula:

$$V = \pi * r^2 * h$$

onde r é o raio da base e h é a altura do cilindro.

Cálculo do volume do cone:

O volume de um cone é dado por:

$$V = \frac{\pi * r^2 * h}{3}$$

Note que a área da base e a altura do cone são iguais às do cilindro.

Volume de água no cilindro:

O cilindro está com metade de sua capacidade ocupada por água, portanto, o volume de água no cilindro é: o volume do cilindro dividido por 2.

$$V_{\text{água}} = \frac{\pi * r^2 * h}{2}$$

Transferindo a água para o cone:

Vamos despejar toda a água do cilindro no cone. Precisamos verificar quanto do cone essa quantidade de água preenche.

Comparando os volumes:

O volume de água transferido, $\frac{\pi * r^2 * h}{2}$, será derramado no cone. Agora, comparamos esse volume com o volume total do cone:

$$V_{\text{água}} = \frac{\pi * r^2 * h}{2}$$

$$V_{\text{cone}} = \frac{\pi * r^2 * h}{3}$$

Análise:

O volume de água é maior que o volume do cone:

$$V_{\text{água}} = \frac{\pi * r^2 * h}{2} > V_{\text{cone}} = \frac{\pi * r^2 * h}{3}$$

Podemos simplificar por (já que todos esses são iguais), e obtemos:

$$\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$$

Portanto, todo o cone será preenchido, e ainda sobrar água.

Quantidade de água que sobra:

Para achar a quantidade de água que sobra, subtraímos o volume do cone do volume de água:

$$V_{sobra} = V_{\text{água}} - V_{\text{cone}}$$

$$V_{sobra} = \frac{\pi * r^2 * h}{2} - \frac{\pi * r^2 * h}{3}$$

Isso resulta em:

$$V_{sobra} = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) \pi * r^2 * h$$

$$V_{sobra} = \frac{3}{6} \pi * r^2 * h - \frac{2}{6} \pi * r^2 * h$$

$$V_{sobra} = \frac{1}{6} \pi * r^2 * h$$

A sobra, portanto, é $\frac{1}{6}$ do volume total do cilindro.

Portanto, a opção correta é:

B) todo o recipiente II será preenchido e sobrará água correspondente a $\frac{1}{6}$ da capacidade do recipiente I.

- 10) (ENEM) Em regiões agrícolas, é comum a presença de silos para armazenamento e secagem da produção de grãos, no formato de um cilindro reto, sobreposto por um cone, e dimensões indicadas na figura. O silo fica cheio e o transporte dos grãos é feito em caminhões de carga cuja capacidade é de 20 m³. Uma região possui um silo cheio e apenas um caminhão para transportar os grãos para a usina de beneficiamento. Utilize 3 como aproximação para π . O número mínimo de viagens que o caminhão precisará fazer para transportar todo o volume de grãos armazenados no silo é

- a) 6
- b) 16
- c) 17
- d) 18
- e) 21

Resolução:

Precisamos saber o volume total do silo, que é o volume do cone mais o volume do cilindro, para depois saber o número de viagens que será necessário para o transporte dos grãos.

O silo tem formato de:

um cilindro com $h=12\text{m}$ e $r=3\text{m}$

um cone sobreposto ao cilindro com $h=3$ e $r=3$

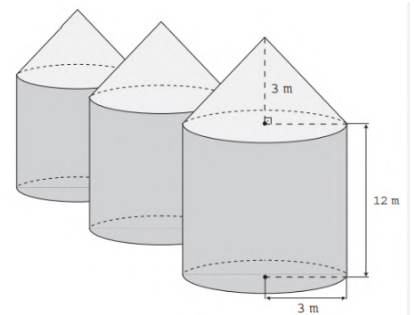
$\pi=3$

Cálculo do volume do cilindro

$$V = \pi * r^2 * h$$

$$V = 3 * 3^2 * 12$$

$$V = 3 * 9 * 12$$



$$V = 324m^3$$

Cálculo do volume do cone

$$V = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$$

$$V = \frac{3 \cdot 3^2 \cdot 3}{3}$$

$$V = \frac{3 \cdot 9 \cdot 3}{3}$$

$$V = 9 \cdot 3$$

$$V = 27m^3$$

Volume total do silo

$$V_{total} = V_{cone} + V_{cilindro}$$

$$V_{total} = 27 + 324$$

$$V_{total} = 351m^3$$

Capacidade do caminhão

Cada caminhão transporta $20m^3$ por viagem

Número de viagens necessárias

$$N^{\circ} \text{ de viagens} = \frac{V_{total}}{\text{capacidade do caminhão}}$$

$$N^{\circ} \text{ de viagens} = \frac{351}{20}$$

$$N^{\circ} \text{ de viagens} = 17,55$$

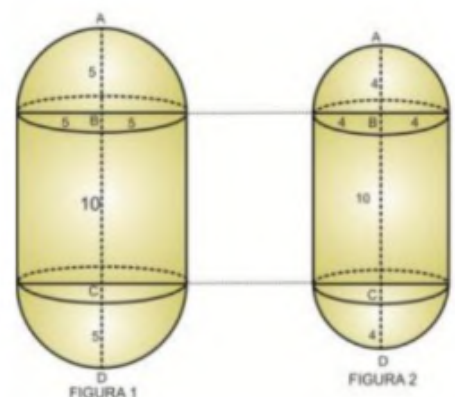
Como não é possível fazer meia viagem, é necessário arredondar, 18 viagens.

Letra d

- 11) (ENEM) Uma empresa farmacêutica produz medicamentos em pílulas, cada uma na forma de um cilindro com uma semiesfera com o mesmo raio do cilindro em cada uma de suas extremidades. Essas pílulas são moldadas por uma máquina programada para que os cilindros tenham sempre 10mm de comprimento, adequando o raio de acordo com o volume desejado.

Um medicamento é produzido em pílulas com 5 mm de raio. Para facilitar a deglutição, deseja-se produzir esse medicamento diminuindo o raio para 4 mm, e, por consequência, seu volume. Isso exige a reprogramação da máquina que produz essas pílulas. Use 3 como valor aproximado para π . A redução do volume da pílula, em milímetros cúbicos, após a reprogramação da máquina, será igual a:

- a) 168
b) 304



- c) 306
d) 378
e) 514

Resolução:

Pílula = cilindro + 2 semiesferas (ou seja, 1 esfera)

Comprimento do cilindro, $h = 10 \text{ mm}$

raio da semiesfera (esfera) e do cilindro $r = 5 \text{ mm}$

Usar: $\pi = 3$

Queremos reduzir a pílula a $r = 4 \text{ mm}$, pelo motivo de deglutição

Vamos encontrar o volume da pílula antes, $r = 5$. E o volume da pílula depois, $r = 4$.
E fazer a diferença entre elas.

Antes:

$$V_{\text{antes}} = \pi * r^2 * h + \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$V_{\text{antes}} = 3 * 5^2 * 10 + \frac{4}{3} * 3 * 5^3$$

$$V_{\text{antes}} = 3 * 25 * 10 + 4 * 125$$

$$V_{\text{antes}} = 750 + 500$$

$$V_{\text{antes}} = 1250 \text{ mm}^3$$

Depois:

$$V_{\text{depois}} = \pi * r^2 * h + \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$V_{\text{depois}} = 3 * 4^2 * 10 + \frac{4}{3} * 3 * 4^3$$

$$V_{\text{depois}} = 3 * 16 * 10 + 4 * 64$$

$$V_{\text{depois}} = 480 + 256$$

$$V_{\text{depois}} = 736 \text{ mm}^3$$

A diferença entre as pílulas:

$$V = V_{\text{antes}} - V_{\text{depois}}$$

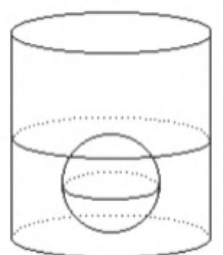
$$V = 1250 - 736$$

$$V = 514 \text{ mm}^3$$

Letra e, a redução do volume da pílula é de 514 mm^3 .

- 12) (UFRGS) Uma esfera de raio 2 cm é mergulhada num copo cilíndrico de 4 cm de raio, até encostar no fundo, de modo que a água do copo recubra exatamente a esfera. Antes da esfera ser colocada no copo, a altura de água era:

- a) $27/8 \text{ cm}$
b) $19/6 \text{ cm}$
c) $18/5 \text{ cm}$



d) $10/3$ cme) $7/2$ cm**Resolução:**

Para essa questão, calcula-se o volume da água no cilindro com a esfera, sabendo que a altura é igual ao diâmetro da esfera, e subtrai o volume da esfera. A partir desse volume, verifica-se a altura da água antes de colocar a esfera.

$$V_{cilindro} = \pi r^2 * h$$

$$V_{cilindro} = \pi * (4)^2 * 4$$

$$V_{cilindro} = 64\pi \text{ cm}^3$$

$$V_{esfera} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$V_{esfera} = \frac{4}{3} * \pi * (2)^3$$

$$V_{esfera} = \frac{32}{3} \pi \text{ cm}^3$$

$$V = 64\pi - \frac{32}{3} \pi$$

$$V = \frac{192}{3} \pi - \frac{32}{3} \pi$$

$$V = \frac{160}{3} \pi$$

$$V_{cilindro} = \pi r^2 * h$$

$$\pi * (4)^2 * h = \frac{160}{3} \pi$$

$$h = \frac{160\pi}{3 * 16\pi}$$

$$h = \frac{160}{48} = \frac{40}{12} = \frac{10}{3} \text{ cm}$$

A resposta é $10/3$ cm, portanto letra d.

- 13) Calcule a área total do sólido representado, sabendo que ele é formado por duas semiesferas e um tronco de cone.

Resolução:

$$A_{esfera} = 4\pi r^2$$

$$A_{semi esfera} = 2\pi r^2$$

$$A_{lateral tronco} = \pi g(R + r)$$

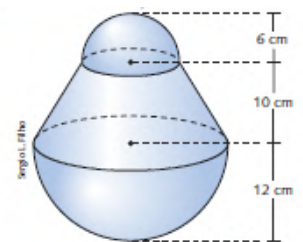
$$A_{semi esfera} = 2\pi r^2$$

$$A_{semi esfera} = 2 * 3,14 * (6)^2$$

$$A_{semi esfera} = 226,08 \text{ cm}^2$$

$$A_{SEMI ESFERA} = 2\pi R^2$$

$$A_{SEMI ESFERA} = 2 * 3,14 * (12)^2$$



$$A_{SEMI\ ESFERA} = 904,32cm^2$$

$$A_{lateral\ tronco} = \pi g(R + r)$$

$$g^2 = h^2 + (R - r)^2$$

$$g^2 = 10^2 + (12 - 6)^2$$

$$g^2 = 100 + 36$$

$$g = 11,66cm$$

$$A_{lateral\ tronco} = \pi g(R + r)$$

$$A_{lateral\ tronco} = 3,14 * 11,66 * (12 + 6)$$

$$A_{lateral\ tronco} = 632,57cm^2$$

$$A_{total} = A_{semi\ esfera} + A_{SEMI\ ESFERA} + A_{lateral\ tronco}$$

$$A_{total} = 226,08 + 904,32 + 632,57$$

$$A_{total} = 1762,97cm^2$$

Sistematização/Fechamento da Aula (3º período/35min)(material impresso):

Neste momento, os alunos se organizarão em grupos de quatro integrantes. Cada grupo receberá um roteiro, uma casquinha de sorvete, um pote de sorvete e uma bola representando a bola de sorvete, que serão utilizados nas atividades investigativas. O objetivo é investigar, de forma prática, qual recipiente comporta mais sorvete: a casquinha (cone) ou o pote (tronco de cone), utilizando a bolinha de sorvete (esfera) como referência. E também a atividade do sorvete deve ser entregue para avaliação de 0,5 pontos.

(Fala do professor): Pessoal, vocês podem se organizar em grupos de quatro integrantes. Em seguida, vou entregar a cada grupo um roteiro com as orientações e alguns materiais didáticos para realizarmos a atividade. Os materiais que cada grupo receberá serão uma casquinha de sorvete, um pote de sorvete, uma bolinha que representa uma bola de sorvete, um roteiro, régua e fita métrica.



Para a atividade a professora fará alguns questionamentos:

(Fala do professor): Qual sólido representa a casquinha?

Resposta esperada: Os alunos deverão responder cone.

(Fala do professor): Qual sólido representa o pote?

Resposta esperada: Os alunos deverão responder tronco de cone.

(Falado professor): Qual sólido representa a bola de sorvete?

Resposta esperada: Os alunos deverão responder esfera.

A partir disso, a professora vai questionar:

(Fala do professor): Qual é a fórmula do volume de cada um desses sólidos?

Resposta esperada: Os alunos deverão responder que o volume do tronco de cone

é $V = \frac{\pi h}{3} * (R^2 + Rr + r^2)$, do cone é $\frac{\pi r^2 h}{3}$ e da esfera é $\frac{4\pi r^3}{3}$.

Roteiro:

1º Observação e Medição (cm)

Meçam o raio e a altura da casquinha.

d = 6cm, então o raio é:

r = 3cm

g = 14cm

Para achar a altura, deverá ser feito pitágoras:

h = 13,67cm

$$g^2 = r^2 + h^2$$

$$14^2 = 3^2 + h^2$$

$$196 = 9 + h^2$$

$$h^2 = 187$$

$$h \simeq 13,67cm$$

Meçam o raio e a altura do pote.

menor

d = 9cm, então raio é:

r = 4,5cm

maior

D = 12cm, então raio é:

R = 6cm

g = 4cm

Para achar a altura, deverá ser feito pitágoras:

h = 3,7cm

$$g^2 = h^2 + (R - r)^2$$

$$(4)^2 = h^2 + (6 - 4,5)^2$$

$$16 = h^2 + 2,25$$

$$h^2 = 13,75$$

$$h \simeq 3,7cm$$

Meçam a circunferência da bolinha de sorvete e calcule o raio.

circunferência= 24cm

$r = 3,82\text{cm}$

Para descobrir o raio, vamos igualar a fórmula do comprimento da circunferência, ao comprimento da circunferência que achamos:

$2\pi r = \text{comp. circunf.}$

$2 * 3,14 * r = 24$

$$r = \frac{24}{2*3,14}$$

$r \simeq 3,82\text{cm}$

2º Cálculo dos Volumes (cm³)

Volume do casquinha:

$$V = \frac{\pi * r^2 * h}{3}$$

$$V = \frac{3,14 * (3)^2 * 13,67}{3}$$

$$V = \frac{3,14 * 9 * 13,67}{3}$$

$$V = \frac{386,3142}{3}$$

$$V = 128,77\text{cm}^3$$

Volume do pote:

$$V = \frac{1}{3}\pi h(R^2 + r^2 + Rr)$$

$$V = \frac{1}{3} * (3,14) * (3,7) * (6^2 + 4,5^2 + 6 * 4,5)$$

$$V = 3,872666667 * (83,25)$$

$$V = 322,39\text{cm}^3$$

Volume da bolinha de sorvete:

$$V = \frac{4\pi r^3}{3}$$

$$V = \frac{4 * 3,14 * (3,82)^3}{3}$$

$$V = \frac{700,1316781}{3}$$

$$V = 233,37\text{cm}^3$$

3º Comparação e Análise

Se a bola de sorvete derretesse, ela caberia inteira dentro da casquinha? Justifique com os valores encontrados.

Resposta esperada: Os alunos deverão comparar o volume da bola e da casquinha e verificar se o volume da bola é menor ou maior que o da casquinha, caso seja menor os alunos deverão escrever que caberia e justificar a partir dos volumes obtidos.

Nesse caso, como o volume da bola de sorvete (233,37cm³) é maior que o volume da casquinha (128,77cm³), não caberia.

Quantas bolas de sorvete derretidas cabem dentro da casquinha?

Resposta esperada: Para isso, os alunos deverão dividir o volume da casquinha pelo volume da esfera, que resultará no número de bolas que cabem na casquinha.

Deverão trazer o número inteiro de bolas e ainda quanto espaço sobraria na casquinha com aquela quantidade.

Nesse caso, fazendo a operação $\frac{128,77}{233,37} \approx 0,55$, ou seja, cabe um pouco mais que meia bola de sorvete.

Quantas bolas de sorvete derretidas cabem no pote?

Resposta esperada: Os alunos deverão fazer o mesmo processo da questão anterior, trazendo o número inteiro de bolas que cabem e o espaço que sobra com a quantidade de bolas.

Nesse caso, $\frac{322,39}{233,37} \approx 1,38$, ou seja, cabe uma bola mais $\frac{1}{3}$ (aproximadamente).

Se você colocasse duas bolas de sorvete derretidas no pote, o sorvete ultrapassa o volume do recipiente? Justifique.

Resposta esperada: Com base na questão anterior, os alunos deverão responder conforme o número de bolas que cabem no pote, caso caibam mais que duas, não irá ultrapassar o volume, caso caibam menos que duas, vai ultrapassar. Como coube 1,38 bola de sorvete, o volume de duas bolas derretidas (466,76) ultrapassa o volume do pote (322,39).

(3º período/15min):

Este momento será destinado para que os alunos possam saborear o sorvete junto com a turma do 2º ano da EDI, na área aberta da instituição.

(Fala do professor): Agora chegou a hora de saborear o sorvete junto com a turma do 2º ano da EDI. Vamos para o pátio, na área aberta, a fim de evitar sujeira dentro da sala de aula.

8. Avaliação

A avaliação dos alunos será contínua, observando especialmente a participação, cooperação e engajamento dos alunos durante a atividade prática. Será avaliado também o entendimento dos conceitos, a habilidade de aplicar as estratégias de resolução, e a capacidade de argumentação dos alunos ao defender suas soluções. E também a atividade do sorvete deve ser entregue para avaliação de 0,5 pontos.

Na avaliação da aula, é importante considerar se os objetivos propostos foram alcançados e se houve, de fato, construção de aprendizagem por parte dos alunos por meio da metodologia de investigação matemática. Para isso, utilizaram-se materiais didáticos concretos, como a casquinha de sorvete (cone), o pote de sorvete (cilindro) e a bola de sorvete (esfera), permitindo a análise e comparação dos volumes. A atividade teve como foco investigar qual recipiente comporta maior quantidade de sorvete: a casquinha ou o pote.

Além disso, é fundamental refletir sobre os aspectos que poderiam ter sido conduzidos de maneira diferente e de que forma essas mudanças contribuíram para aprimorar o processo de ensino e aprendizagem, tornando a experiência mais significativa para os alunos.

9. Bibliografias

ANDRADE, Thais Marcelle de. **Matemática interligada: geometria espacial e**

plana. 1. ed. São Paulo: Schipione, 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**: educação é a base. Brasília, 2017.

BONJORNO, José Roberto; JÚNIOR, José Ruy Giovanni; SOUSA, Paulo Roberto Câmara de. **Prisma Matemática: geometria: ensino médio: área do conhecimento: matemática e suas tecnologias**. São Paulo: Editora FTD, 2020

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Do seu jeito: Matemática: área de Matemática e suas Tecnologias**: volume 2: Ensino médio. 1. ed. São Paulo: Ática, 2024.

IEZZI, Gelson; DEGENSZAJN, David; TAMARI, Marcio; PASMANIK, Guilherme. **Identidade Saraiva: Matemática: área de Matemática e suas Tecnologias**: volume 2: Ensino médio. 1. ed. São Paulo: Saraiva, 2024.

PONTE, J. P. BROCARD, J. OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2020

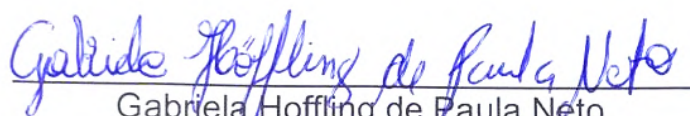
10. Observações

No início da aula, eu pretendia corrigir as questões da aula anterior, pois alguns alunos haviam demonstrado dúvidas. No entanto, percebi que todos estavam seguros quanto ao conteúdo, então seguimos com a aula normalmente. Durante a chamada, observei que vários alunos estavam ausentes, pois estavam representando a Instituição em um evento. Aproveitei também para verificar os cadernos e conferir se haviam realizado o tema de casa.

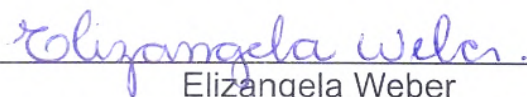
Dando continuidade, trabalhamos com uma lista de revisão. Embora não tenha sido possível concluí-la integralmente durante o período, a maioria dos alunos conseguiu resolver cerca de metade das questões.

Na sequência, realizamos a atividade do “sorvete”, em que os alunos desenvolveram com facilidade as medições e os cálculos propostos. De forma bem-humorada, perguntaram se ganhariam sorvete de verdade, além da casquinha e do potinho utilizados na atividade. Respondi que sim, e que o momento de degustar o sorvete seria após o término das tarefas.

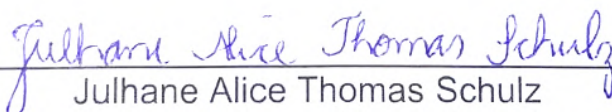
Encerramos a aula no pátio, onde os alunos puderam saborear o sorvete. Foi possível perceber o quanto estavam entusiasmados e engajados com a dinâmica, tornando o aprendizado mais leve e prazeroso.



Gabriela Hoffling de Paula Neto
Aluna – Estagiária



Elizângela Weber
Supervisora – Parte Concedente



Julhane Alice Thomas Schulz
Professora Orientadora – Entidade Educacional

Apêndice

Apêndice I - Modelo do Aluno

2º Semestre / 2025

MEI - 2º ano - T3

Profª Estagiária Gabriela Neto

Corpos Redondos

Cilindro, Cone, Tronco de Cone e Esfera

Fórmulas

Cilindro

Área: $A_T = A_L + 2 * A_B$

$$A_T = 2 * \pi * r * h + 2 * \pi * r^2$$

$$A_T = 2 * \pi * r * (h + r)$$

Volume: $V = A_b * h$

$$V = \pi * r^2 * h$$

Cone

Área: $A_T = A_B + A_L$

$$A_T = \pi * r^2 + \pi * r * g$$

$$A_T = \pi * r * (g + r)$$

Volume: $V = \frac{A_b * h}{3}$

$$V = \frac{\pi * r^2 * h}{3}$$

Tronco de Cone

Área: $A_T = A_L + A_B + A_b$

$$V_{Tronco} = V_{Cone\ Maior} - V_{cone\ menor}$$

$$A_T = \pi g(R + r) + \pi R^2 + \pi r^2$$

$$V = \frac{\pi h}{3} * (R^2 + Rr + r^2)$$

Volume:

Esfera

Área: $A = 4\pi r^2$

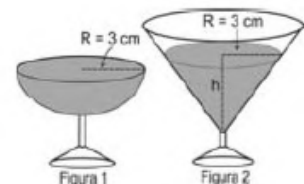
Volume: $V = \frac{4}{3} \pi R^3$

Exercícios de Revisão

- 1) (Enem) Em um casamento, os donos da festa serviam champanhe aos seus convidados em taças com formato de um hemisfério (Figura 1), porém um acidente na cozinha culminou na quebra de grande parte desses recipientes. Para substituir as taças quebradas, utilizou-se um outro tipo com formato de cone (Figura 2). No entanto, os noivos solicitaram que o volume de champanhe nos dois tipos de taças fosse igual.

Sabendo que a taça com o formato de hemisfério é servida completamente cheia, a altura do volume de champanhe que deve ser colocado na outra taça, em centímetros, é de:

a) 1,33



Considere:

$$V_{esfera} = \frac{4}{3} \pi R^3$$

e

$$V_{cone} = \frac{1}{3} \pi R^2 h$$

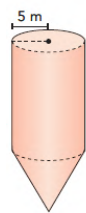
- b) 6,00
- c) 12,00
- d) 56,52
- e) 113,04

2) Dona Charlotte prepara sobremesas e, para fazer uma mousse de maracujá, usou um recipiente cilíndrico cujas medidas internas do diâmetro e da altura são, respectivamente, 0,4 m e 0,8 m. Depois, distribuiu a mousse em taças de formato cônico com 8 cm de medida do diâmetro, 18 cm de medida da altura e espessura desprezível. Considerando que o recipiente que dona Charlotte usou estava completamente cheio, determine o número mínimo de taças de formato cônico necessário para a distribuição de toda a mousse.

3) O silo representado a seguir tem medida da altura interna total de 15 m. Nele, podem ser armazenados $325\pi \text{ m}^3$ de cereais.

Determine:

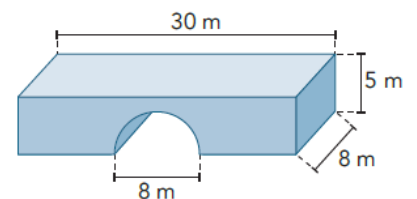
- a) a medida da altura do cone;
- b) o custo de fabricação do silo, sabendo que a chapa de aço usada na confecção dele custa R\$200,00 por metro quadrado. Desconsidere a espessura da chapa de aço e considere $\pi \approx 3,1$ e $\sqrt{34} \approx 5,8$.



Silo para armazenar grãos.

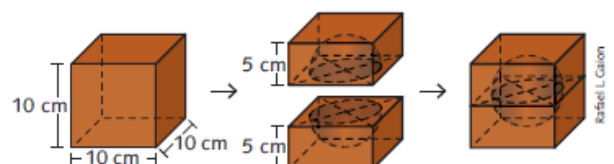
4) Considere uma cisterna em que o comprimento do diâmetro interno da base mede 4,8 m, o comprimento do diâmetro externo da base mede 5,0 m e o comprimento da altura mede 1,6 m. Já a tampa, com formato cônico, tem 5,0 m de medida de comprimento do diâmetro da base e 0,2 m de medida de comprimento da altura. Considerando que será aplicada uma demão de um impermeabilizante vendido em latas cuja massa mede 5 kg, com rendimento de 130 g/m², será necessário comprar quantas latas para impermeabilizar a parte interna e a parte externa da lateral e a parte externa da tampa dessa cisterna?

5) Uma ponte de concreto tem as medidas de comprimento das dimensões indicadas na ilustração a seguir. A estrutura dessa ponte tem o formato de um paralelepípedo retângulo sem a metade de um cilindro, como mostra a imagem. Qual é a medida de volume de concreto usado para construir a ponte? (Considere $\pi \approx 3,14$.)



6) (Unesp-SP) Para confeccionar um porta-joias a partir de um cubo maciço e homogêneo de madeira com 10 cm de aresta, um marceneiro dividiu o cubo ao meio, paralelamente às duas faces horizontais. De cada paralelepípedo resultante extraiu uma semiesfera de 4 cm de raio, de modo que seus centros ficassem localizados no cruzamento das diagonais da face de corte, conforme mostra a sequência de figuras.

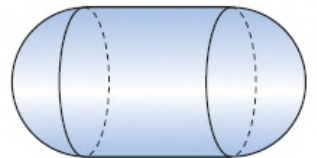
Sabendo que a densidade da madeira utilizada na confecção do porta-joias era de



0,85 g/cm³ e admitindo $\pi=3$, a massa aproximada do porta-joias, em gramas, é:

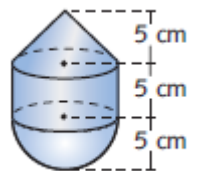
- a) 634
- b) 638
- c) 632
- d) 630
- e) 636

7) (UPM-SP) Um tanque de gás tem a forma de um cilindro de 4 m de comprimento, acrescido de duas semiesferas de raio 2 m, uma em cada extremidade, como mostra a figura. Adotando $\pi = 3$, a capacidade total do tanque, em metros cúbicos, é:

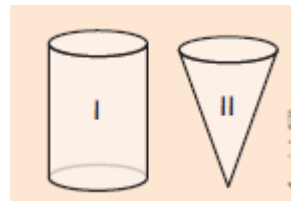


- a) 80
- b) 70
- c) 60
- d) 55
- e) 50

8) A figura ao lado representa um sólido formado por um cone reto, um cilindro reto e uma semiesfera. Determine o volume desse sólido.



9) (UFMT) Admita que os interiores dos recipientes I e II da figura tenham, respectivamente, as formas de um cilindro circular reto e de um cone circular reto, de áreas das bases iguais e alturas iguais. Sabe-se que o recipiente I está com a metade de sua capacidade ocupada por água.



Se toda a água do recipiente I for despejada no recipiente II, pode-se afirmar:

- a) Todo o recipiente II será preenchido e sobrá água correspondente a $\frac{1}{3}$ da capacidade do recipiente I.
- b) Todo o recipiente II será preenchido e sobrá água correspondente a $\frac{1}{6}$ da capacidade do recipiente I.
- c) Faltará água correspondente a $\frac{1}{6}$ da capacidade do recipiente I para preencher todo o recipiente II.
- d) Faltará água correspondente a $\frac{1}{3}$ da capacidade do recipiente I para preencher todo o recipiente II.
- e) Todo o recipiente II será preenchido e não sobrá água no recipiente I.

10) (ENEM) Em regiões agrícolas, é comum a presença de silos para armazenamento e secagem da produção de grãos, no formato de um cilindro reto, sobreposto por um cone, e dimensões indicadas na figura. O silo fica cheio e o transporte dos grãos é feito em caminhões de carga cuja capacidade é de 20 m³. Uma região possui um silo cheio e apenas um caminhão para transportar os grãos para a usina de beneficiamento. Utilize 3 como aproximação para π . O número mínimo de viagens que o caminhão precisará fazer para transportar todo o volume de grãos armazenados no silo é

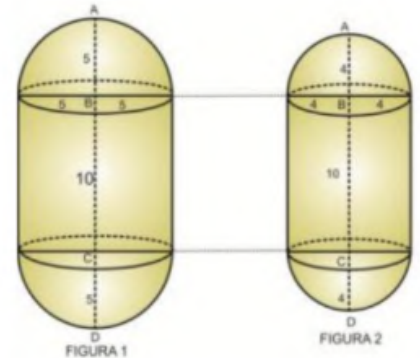
- a) 6
- b) 16
- c) 17

- d) 18
e) 21

11) (ENEM) Uma empresa farmacêutica produz medicamentos em pílulas, cada uma na forma de um cilindro com uma semiesfera com o mesmo raio do cilindro em cada uma de suas extremidades. Essas pílulas são moldadas por uma máquina programada para que os cilindros tenham sempre 10mm de comprimento, adequando o raio de acordo com o volume desejado.

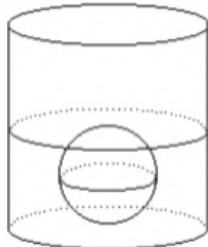
Um medicamento é produzido em pílulas com 5 mm de raio. Para facilitar a deglutição, deseja-se produzir esse medicamento diminuindo o raio para 4 mm, e, por consequência, seu volume. Isso exige a reprogramação da máquina que produz essas pílulas. Use 3 como valor aproximado para π . A redução do volume da pílula, em milímetros cúbicos, após a reprogramação da máquina, será igual a:

- a) 168
b) 304
c) 306
d) 378
e) 514

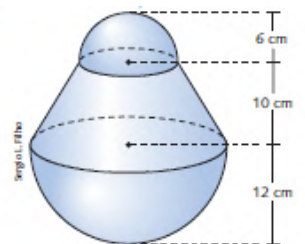


12) (UFRGS) Uma esfera de raio 2 cm é mergulhada num copo cilíndrico de 4 cm de raio, até encostar no fundo, de modo que a água do copo recubra exatamente a esfera. Antes da esfera ser colocada no copo, a altura de água era:

- a) $27/8$ cm
b) $19/6$ cm
c) $18/5$ cm
d) $10/3$ cm
e) $7/2$ cm



13) Calcule a área total do sólido representado, sabendo que ele é formado por duas semiesferas e um tronco de cone.



Roteiro:

1º Observação e Medição (cm)
Meçam o raio e a altura da casquinha.

Meçam o raio e a altura do pote.

Meçam a circunferência da bolinha de sorvete e calcule o raio.

2º Cálculo dos Volumes (cm^3)

Volume do casquinha:

Volume do pote:

Volume da bolinha de sorvete:

3º Comparação e Análise

- 1) Se a bola de sorvete derretesse, ela caberia inteira dentro da casquinha? Justifique com os valores encontrados.
- 2) Quantas bolas de sorvete derretidas cabem dentro da casquinha?
- 3) Quantas bolas de sorvete derretidas cabem no pote?
- 4) Se você colocasse duas bolas de sorvete derretidas no pote, o sorvete ultrapassa o volume do recipiente? Justifique.

Plano de Aula Semanal nº 07

Acadêmico: Gabriela Hoffling de Paula Neto

Professora Orientadora: Dra. Julhane Alice Thomas Schulz

Unidade Concedente: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha - *Campus* Santa Rosa

Estágio – Turma/Nº de alunos: 2º ano MEI T3/ 26 alunos

Professora Regente da Classe: Elizangela Weber

Nº de Períodos semanal/Tempo de cada período: 3 períodos/50min

Data/Horário: 23/10/2025 – 3 períodos - 9h 10min às 11h 55min (com intervalo de 15min)

1. Tema/Assunto:

Geometria Espacial: Corpos Redondos

2. Objetos de Conhecimento:

Cilindro, Cone, Tronco de Cone e Esfera

3. Habilidades relativas a BNCC:

(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

(EM13MAT509) Investigar a deformação de ângulos e áreas provocada pelas diferentes projeções usadas em cartografia (como a cilíndrica e a cônica), com ou sem suporte de tecnologia digital.

4. Objetivos

- Avaliar o conhecimento construído sobre os conceitos de corpos redondos por meio de uma avaliação quantitativa.

5. Metodologia

Análise de Erros

Método avaliativo

6. Recursos

Materiais de uso comum: folha, caderno, lápis, caneta, canetão, quadro branco, entre outros.

Materiais/recursos didáticos: calculadora, material impresso, entre outros.

7. Desenvolvimento

Incentivação da aula (1º período/50min)(diálogo entre o professor e os alunos/material impresso):

Para dar início a aula, iremos trabalhar com a metodologia de análise de erros, na qual irão analisar os erros cometidos no trabalho avaliativo da aula anterior. Serão

apresentados os principais tipos de erros que podem ocorrer na resolução de exercícios. Em seguida, cada dupla receberá um exemplo contendo um desses erros. A tarefa será: Identificar qual erro foi cometido; Explicar o motivo do erro; Apresentar a resolução correta do exercício.

(Fala do Professor): Para iniciar a aula de hoje, utilizaremos a metodologia de análise de erros, com o objetivo de refletir sobre os equívocos cometidos na atividade avaliativa da aula anterior. Formem as mesmas duplas do trabalho, que irei entregar um erro específico por dupla, e vocês deverão, identificar qual erro foi cometido, explicar a causa do erro, apresentar a resolução correta do exercício.

Após a entrega dos erros às duplas, projetarei os principais tipos de erros (Apêndice I) que podem ocorrer na resolução de exercícios, a fim de auxiliar na análise e discussão.

Principais tipos de erros

1º Erro de interpretação: Ocorre quando o aluno não compreende corretamente o enunciado do problema ou ignora informações importantes. **Exemplo: Problema:** João tem 12 laranjas e dá 5 para Maria. Quantas laranjas Maria ficou? **Resposta do aluno:** 7 laranjas. **Erro:** O aluno subtraiu $12 - 5$, pensando no total de laranjas de João, mas a pergunta era sobre **quantas laranjas Maria recebeu**.

2º Erro de linguagem/simbologia: Envolve o uso inadequado de símbolos matemáticos ou confusão na representação de expressões. **Exemplo: Problema:** Resolver a expressão $3x+5=14$. **Resposta do aluno:** $3+5=14 \rightarrow 8=14$. **Erro:** O aluno ignora a variável x e confunde os símbolos, fazendo uma operação incorreta.

3º Erro conceitual: Relacionado à falta de compreensão de conceitos matemáticos ou uso inadequado de definições. **Problema:** Determinar se o número 1 é primo. **Resposta do aluno:** Sim, 1 é número primo. **Erro:** O aluno não compreendeu a definição de número primo, que exige exatamente dois divisores positivos (1 e ele mesmo). O número 1 possui apenas um divisor positivo.

4º Erro procedimental: Decorre da aplicação incorreta de regras, algoritmos ou operações matemáticas. **Problema:** Resolver a expressão $(7+3) \times 2$. **Resposta do aluno:** $7+3 \times 2 = 11$. **Erro:** O aluno não respeitou a ordem das operações, aplicando a multiplicação antes de realizar a soma dentro do parênteses.

5º Erro de transcrição de dados: acontece quando o aluno copia os dados do enunciado de forma errada para o seu caderno ou para os cálculos. **Problema:** Uma piscina contém 250 litros de água. Adiciona-se mais 150 litros. Qual é o volume total de água? **Resposta do aluno:** Copiou os dados como $250 + 510 = 760$ litros **Erro:** O aluno registrou erroneamente os 150 litros como 510 litros, alterando os dados originais.

6º Erro não identificado: erros que não se encaixam claramente nas categorias clássicas (conceitual, procedimental, de interpretação etc.) e que muitas vezes refletem estratégias individuais dos alunos, raciocínios intermediários ou tentativas de resolver o problema de forma própria. **Exemplo:**

Problema: Calcular a área de um retângulo com comprimento 5 cm e largura 3 cm. **Resposta do aluno:** Ele escreve $5+3=8$ e diz que essa é a área. **Erro:** O aluno não segue a fórmula correta, mas também não é totalmente procedimental nem conceitual; ele está tentando criar sua própria estratégia, talvez pensando que somar os lados dá a área.

7º Erro por falta de atenção: Falhas simples cometidas por pressa ou desatenção, como trocar sinais ou errar contas básicas. **Problema:** Calcular $15-8$. **Resposta do aluno:** $15-8=13$ **Erro:** O aluno cometeu um erro de cálculo simples, provavelmente por desatenção.

<https://www.canva.com/design/DAG2KXSyYQo/U7D-naCHMOflTxK3ecSnjg/edit>

Desenvolvimento da aula (2º período/50min. 3º período/50min)(material impresso):

Após o intervalo, a professora organizará os alunos para a avaliação (Apêndice II). A professora irá reforçar que os alunos devem fazer a avaliação individualmente, sem consultar caderno, celulares ou outros materiais.

(Fala do Professor): Podem se organizar em seus lugares, a prova é individual, sem consulta em material. Em cima de mesa apenas calculadora, lápis borracha e caneta, os telefones celulares guardados na caixinha.

Prova 1

1) (U.F.Ouro Preto – MG) É possível derreter 1000 docinhos em forma de esferas com 2 cm de diâmetro numa panela de raio da base 10 cm e altura 15 cm?

Esfera:

1.000

$r=1\text{cm}$

Cilindro:

$r=10\text{cm}$

$h=15\text{cm}$

$$V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3}\pi * (1)^3$$

$$V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3}\pi \text{cm}^3$$

$$V_{\text{docinhos}} = 1.000 * \frac{4}{3}\pi$$

$$V_{\text{docinhos}} = 1.333,33\pi \text{cm}^3$$

$$V_{\text{cilindro}} = \pi r^2 h$$

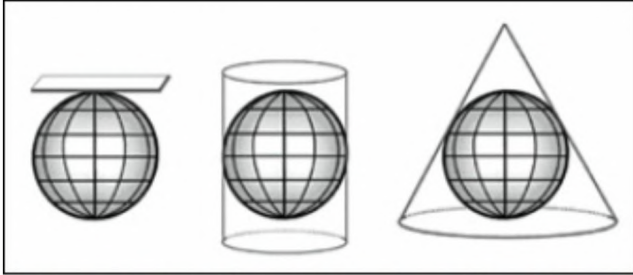
$$V_{\text{cilindro}} = \pi * (10)^2 * 15$$

$$V_{\text{cilindro}} = \pi * 100 * 15$$

$$V_{cilindro} = 1.500\pi cm^3$$

Sim, é possível derreter 1.000 docinhos dessa dimensão nesta panela, porque o volume dos docinhos é menor que o volume da panela.

2) (UEG-2017) Observe a figura a seguir.



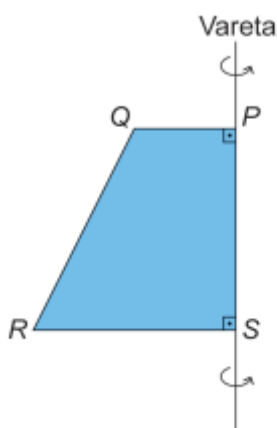
Os tipos de projeções cartográficas representados na figura são, respectivamente:

- cilíndrica, azimutal e cônica
- azimutal, cilíndrica e cônica
- cônica, azimutal e cilíndrica
- azimutal, cônica e cilíndrica
- cilíndrica, cônica e azimutal

A alternativa correta é a letra b.

3) (ENEM 2024) Para obter um sólido de revolução (rotação de 360° em torno de um eixo fixo), uma professora realizou as seguintes etapas:

- recortou o trapézio retângulo PQRS de um material rígido;
 - afixou o lado PS do trapézio em uma vareta fixa retilínea (eixo de rotação);
 - girou o trapézio 360° em torno da vareta e obteve um sólido de revolução.
- Observe a figura que apresenta o trapézio afixado na vareta e o sentido de giro.

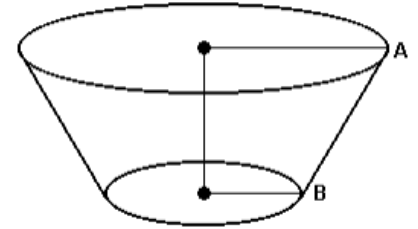


O sólido obtido foi um(a)

- cone.
- cilindro.
- pirâmide.
- tronco de cone.
- tronco de pirâmide.

A alternativa correta é a letra d.

4) (Ufg) A figura a seguir representa um tronco de cone, cujas bases são círculos de raios de 5cm e 10cm, respectivamente, e altura 12cm.



Considerando-se esse sólido,

() a área da base maior é o dobro da área da base menor.

() o volume é menor que 2000cm^3 .

() o comprimento da geratriz AB é 13cm.

() a medida da área da superfície lateral é $195\pi\text{cm}^2$.

$$R=10\text{cm}$$

$$r=5\text{cm}$$

$$h=12\text{cm}$$

$$A_B = \pi R^2$$

$$A_B = \pi * (10)^2$$

$$A_B = 100\pi\text{cm}^2$$

$$A_b = \pi r^2$$

$$A_b = \pi * (5)^2$$

$$A_b = 25\pi\text{cm}^2$$

A área da base maior é 4 vezes maior que a área da base menor.

$$V = \frac{\pi h}{3} * (R^2 + Rr + r^2)$$

$$V = \frac{\pi * 12}{3} * ((10)^2 + 10 * 5 + (5)^2)$$

$$V = 4\pi * (100 + 50 + 25)$$

$$V = 4\pi * 175$$

$$V = 700\pi\text{cm}^3$$

$$V = 2.198\text{cm}^3$$

O volume é maior que 2.000cm^3 .

$$g^2 = h^2 + (R - r)^2$$

$$g^2 = (12)^2 + (10 - 5)^2$$

$$g^2 = 144 + 25$$

$$g^2 = 169$$

$$g = \sqrt{169}$$

$$g = 13\text{cm}$$

O comprimento da geratriz é 13cm.

$$A_L = \pi g * (R + r)$$

$$A_L = \pi * 13 * (10 + 5)$$

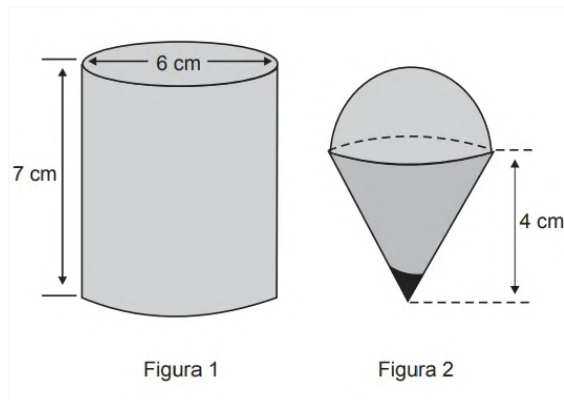
$$A_L = \pi * 13 * 15$$

$$A_L = 195\pi \text{ cm}^2$$

A área lateral é $195\pi \text{ cm}^2$.

Sendo assim, os alunos deverão marcar a seguinte ordem: F, F, V, V.

5) (ENEM-2014) Para fazer um pião, brinquedo muito apreciado pelas crianças, um artesão utilizará o torno mecânico para trabalhar num pedaço de madeira em formato de cilindro reto, cujas medidas do diâmetro e da altura estão ilustradas na Figura 1. A parte de cima desse pião será uma semiesfera, e a parte de baixo, um cone com altura 4 cm, conforme Figura 2. O vértice do cone deverá coincidir com o centro da base do cilindro.



O artesão deseja fazer um pião com a maior altura que esse pedaço de madeira possa proporcionar e de modo a minimizar a quantidade de madeira a ser descartada.

Dados:

O volume de uma esfera de raio r é $\frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$;

O volume do cilindro de altura h e área da base S é $S \cdot h$;

O volume do cone de altura h e área da base S é $\frac{1}{3} \cdot S \cdot h$;

Por simplicidade, aproxime π para 3.

A quantidade de madeira descartada, em centímetros cúbicos, é

A) 45.

B) 48.

C) 72.

D) 90.

E) 99.

O artesão tem um cilindro de madeira e quer fazer um pião com:

Topo: semiesfera

Base: cone de altura 4 cm

O vértice do cone coincide com o centro da base do cilindro.

Ele quer maximizar a altura do pião e minimizar a madeira descartada. Precisamos calcular quanto de madeira será descartado.

Volume de madeira descartada = volume total do cilindro - volume total do pião

Volume do cilindro:

Diâmetro = 6 cm, raio $r = 3$ cm

Altura = 7cm

$$V = A_b * h$$

$$V = \pi * r^2 * h$$

$$V = 3 * 3^2 * 7$$

$$V = 3 * 9 * 7$$

$$V = 189 cm^3$$

O pião tem três partes:

Semiesfera no topo

Cone na base

Volume do pião:

Raio do pião = raio do cilindro $\rightarrow r = 3$ cm

Altura do cone $\rightarrow h = 4$ cm

Altura da semiesfera $\rightarrow$ raio = 3 cm

Volume da esfera:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$V = \frac{4}{3} * 3 * 3^3$$

$$V = \frac{4}{3} * 3 * 27$$

$$V = 108 cm^3$$

Volume da semiesfera:

$$V = \frac{\text{volume esfera}}{2}$$

$$V = \frac{108}{2}$$

$$V = 54 cm^3$$

Volume do cone:

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$V = \frac{1}{3} * 3 * 3^2 * 4$$

$$V = 9 * 4$$

$$V = 36 cm^3$$

Volume total do peão = cone + semiesfera

$$V = 36 + 54$$

$$V = 90 cm^3$$

Volume de madeira descartada = volume total do cilindro - volume total do pião

$$V = 189 - 90$$

$$V = 99 \text{ cm}^3$$

Letra E

6) Uma fábrica de perfumes confecciona frascos no formato de um cone com altura h e raio r . Para melhorar as suas vendas, essa fábrica decidiu aprimorar o design dos frascos criando recipientes no formato de cilindro com altura h e raio r . Desse modo, sobre o volume do novo frasco, podemos afirmar que ele tem:

- a) a metade do volume do frasco cônico.
- b) o dobro do volume do frasco cônico.
- c) um terço do volume do frasco cônico.
- d) o triplo do volume do frasco cônico.
- e) o mesmo volume que o frasco cônico.

Resolução:

Retirando os dados:

Cone de altura h e raio r

Cilindro com altura h e raio r

Quando um cone e um cilindro tem mesma altura e mesma área da base, o volume do cilindro é 3 vezes maior que o volume do cone, portanto a alternativa correta é letra d.

7) (UEL) Um cone circular reto tem altura de 8cm e raio da base medindo 6cm. Qual é, em centímetros quadrados, sua área lateral?

- a) 20π
- b) 30π
- c) 40π
- d) 50π
- e) 60π

Retirando os dados:

Altura do cone: $h = 8 \text{ cm}$

Raio da base: $r = 6 \text{ cm}$

Fórmula da área lateral do cone:

$$A_L = \pi r g$$

Calcular a geratriz (pitágoras):

$$g^2 = r^2 + h^2$$

$$g^2 = 6^2 + 8^2$$

$$g^2 = 36 + 64$$

$$g^2 = \sqrt{100}$$

$$g = 10 \text{ cm}$$

Calcular a área lateral:

$$A_L = \pi r g$$

$$A_L = \pi * 6 * 10$$

$$A_L = 60\pi \text{ cm}^2$$

letra E

8) Um plano, distante 18 cm do centro de uma esfera, determina nela um círculo cuja área é igual a $576\pi \text{ cm}^2$. Determine a área da superfície e o volume da esfera.

Retirando os dados:

Distância do plano ao centro da esfera: $d = 18 \text{ cm}$

Área do círculo formado na secção: $A_{\text{círculo}} = 576\pi \text{ cm}^2$

Queremos encontrar a área da superfície da esfera e volume da esfera

Primeiro precisamos encontrar o raio do círculo da secção

Área do círculo: $A_{\text{círculo}} = \pi r_{\text{corte}}^2$

Substituindo a $A_{\text{círculo}} = 576\pi \text{ cm}^2$

$$A_{\text{círculo}} = \pi r_{\text{corte}}^2$$

$$576\pi = \pi r_{\text{corte}}^2$$

Dividir ambos os lados por π

$$576\pi = \pi r_{\text{corte}}^2 / (\pi)$$

$$576 = r_{\text{corte}}^2$$

Tirando a raiz quadrada

$$576 = r_{\text{corte}}^2$$

$$\sqrt{r_{\text{corte}}^2} = \sqrt{576}$$

$$r_{\text{corte}} = 24 \text{ cm}$$

Relacionando com o raio da esfera (seja R, o raio da esfera) temos um triângulo retângulo:

Hipotenusa = R

Um cateto (distância do plano ao centro): $d = 18 \text{ cm}$

outro cateto (raio do círculo da secção): $r_{\text{corte}} = 24 \text{ cm}$

Pela relação de pitagórica:

$$R^2 = r_{\text{corte}}^2 + d^2$$

$$R^2 = 24^2 + 18^2$$

$$R^2 = 576 + 324$$

$$R^2 = 900$$

$$R = \sqrt{900}$$

$$R = 30 \text{ cm}$$

Calcular a área da superfície da esfera

$$A = 4\pi R^2$$

$$A = 4 * \pi * 30^2$$

$$A = 4 * \pi * 900$$

$$A = 3600\pi \text{ cm}^2$$

Calcular o volume da esfera

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$V = \frac{4}{3} * \pi * 30^3$$

$$V = \frac{4}{3} * \pi * 27000$$

$$V = \frac{108000}{3} * \pi$$

$$V = 36000\pi \text{ cm}^3$$

9) Calcule a área da superfície total de um cilindro equilátero, sabendo que seu volume é igual a $250\pi \text{ cm}^3$.

Retirando os dados:

$$V = 250\pi \text{ cm}^3$$

Cilindro equilátero $\rightarrow h = 2r$

Descobrir o raio e a altura a partir do volume e calcular a área total.

$$V = \pi * r^2 * h$$

$$250\pi = \pi * r^2 * 2r$$

$$250\pi = 2r^3 * \pi$$

$$r^3 = \frac{250\pi}{2\pi}$$

$$r^3 = 125$$

$$r = 5 \text{ cm}$$

$$h = 10 \text{ cm}$$

$$A_L = 2\pi r * h$$

$$A_L = 2 * \pi * 5 * 10$$

$$A_L = 100\pi \text{ cm}^2$$

$$A_B = \pi r^2$$

$$A_B = \pi * (5)^2$$

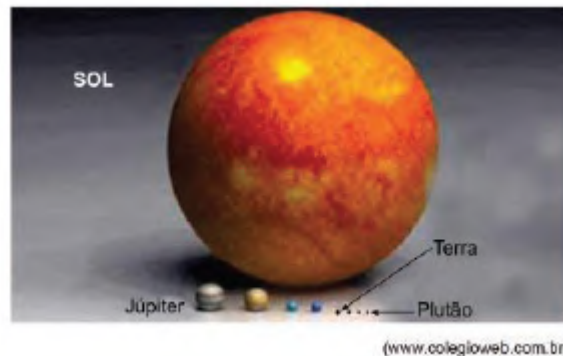
$$A_B = 25\pi \text{ cm}^2$$

$$A_T = A_L + 2 * A_B$$

$$A_T = 100\pi \text{ cm}^2 + 2 * 25\pi \text{ cm}^2$$

$$A_T = 150\pi \text{ cm}^2$$

10) (Ficsae-SP) Em uma palestra, um cientista ilustrou comparativamente o tamanho dos planetas do sistema solar com auxílio da foto a seguir.



No entanto, o cientista disse que essa foto dificulta a percepção correta da diferença de tamanho entre os planetas. Para ilustrar o que dizia, ele pediu para a plateia considerar que todos os planetas são esféricos e que o tamanho do raio do planeta Júpiter é 11 vezes o tamanho do raio do planeta Terra. Em seguida, lançou a seguinte pergunta: se associarmos o planeta Terra a uma bola de futebol, o planeta Júpiter deverá ser associado, aproximadamente, a quantas dessas bolas?

A resposta correta para a pergunta do palestrante é:

- a) 1.728.
- b) 121.
- c) 33.
- d) 22.
- e) 1 331.

Retirando os dados:

$$\text{Raio}_{\text{Júpiter}} = 11 \cdot \text{Raio}_{\text{Terra}}$$

Calcula-se o volume da Terra e o volume de Júpiter e faz-se uma comparação entre os dois para chegar a resposta.

Se utilizar r como medida do raio da Terra, o volume será:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

Então o volume de Júpiter será:

$$V = \frac{4}{3}\pi * (11r)^3$$

$$V = \frac{4}{3}\pi * 1331r^3$$

$$V = 1331 * \left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)$$

Ao colocar em evidência fica visível que o volume de Júpiter é 1331 vezes maior que o volume da Terra, portanto a alternativa correta é a letra E.

Prova 2

1) (U.F.Ouro Preto – MG) É possível derreter 1000 docinhos em forma de esferas com 4 cm de diâmetro numa panela de raio da base 20 cm e altura 15 cm?

Esfera:

1.000
r=2cm

Cilindro:
r=20cm
h=15cm

$$V_{esfera} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$V_{esfera} = \frac{4}{3}\pi * (2)^3$$

$$V_{esfera} = \frac{32}{3}\pi cm^3$$

$$V_{docinhos} = 1.000 * \frac{32}{3}\pi$$

$$V_{docinhos} = 10.666,66\pi cm^3$$

$$V_{cilindro} = \pi r^2 h$$

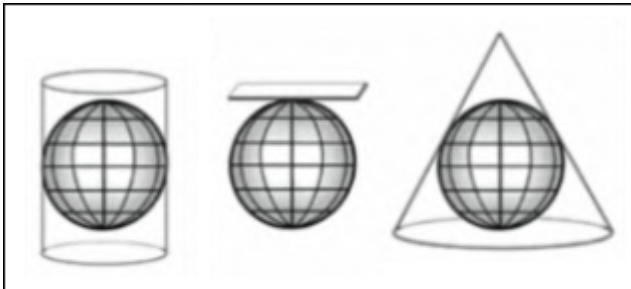
$$V_{cilindro} = \pi * (20)^2 * 15$$

$$V_{cilindro} = \pi * 400 * 15$$

$$V_{cilindro} = 6.000\pi cm^3$$

Não, não é possível derreter 1.000 docinhos dessa dimensão nesta panela, porque o volume dos docinhos é maior que o volume da panela.

2) (UEG-2017) Observe a figura a seguir.



Os tipos de projeções cartográficas representados na figura são, respectivamente:

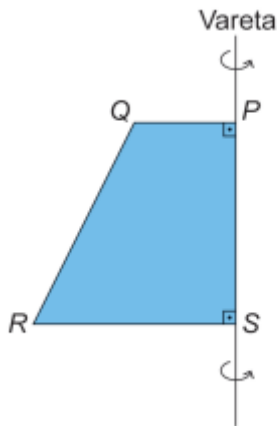
- cilíndrica, azimutal e cônica
- azimutal, cilíndrica e cônica
- cônica, azimutal e cilíndrica
- azimutal, cônica e cilíndrica
- cilíndrica, cônica e azimutal

A alternativa correta é a letra a.

3) (ENEM 2024) Para obter um sólido de revolução (rotação de 360° em torno de um eixo fixo), uma professora realizou as seguintes etapas:

- recortou o trapézio retângulo PQRS de um material rígido;
- afixou o lado PS do trapézio em uma vareta fixa retilínea (eixo de rotação);

- girou o trapézio 360° em torno da vareta e obteve um sólido de revolução. Observe a figura que apresenta o trapézio afixado na vareta e o sentido de giro.



O sólido obtido foi um(a)

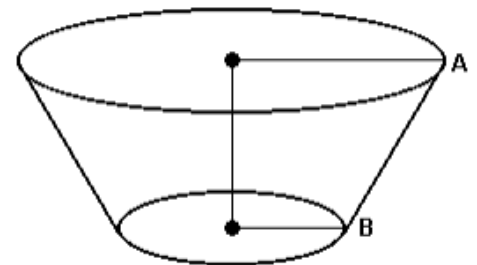
- cone
- cilindro
- pirâmide
- tronco de pirâmide
- tronco de cone

A alternativa correta é a letra e.

4) (Ufg) A figura a seguir representa um tronco de cone, cujas bases são círculos de raios de 5cm e 10cm, respectivamente, e altura 12cm.

Considerando-se esse sólido,

- a área da base maior é o dobro da área da base menor.
- o volume é maior que 2000cm^3 .
- o comprimento da geratriz AB é 16cm.
- a medida da área da superfície lateral é $195\pi\text{cm}^2$.



$$R=10\text{cm}$$

$$r=5\text{cm}$$

$$h=12\text{cm}$$

$$A_B = \pi R^2$$

$$A_B = \pi * (10)^2$$

$$A_B = 100\pi\text{cm}^2$$

$$A_b = \pi r^2$$

$$A_b = \pi * (5)^2$$

$$A_b = 25\pi\text{cm}^2$$

A área da base maior é 4 vezes maior que a área da base menor.

$$V = \frac{\pi h}{3} * (R^2 + Rr + r^2)$$

$$V = \frac{\pi * 12}{3} * ((10)^2 + 10 * 5 + (5)^2)$$

$$V = 4\pi * (100 + 50 + 25)$$

$$V = 4\pi * 175$$

$$V = 700\pi cm^3$$

$$V = 2.198cm^3$$

O volume é maior que 2.000cm³.

$$g^2 = h^2 + (R - r)^2$$

$$g^2 = (12)^2 + (10 - 5)^2$$

$$g^2 = 144 + 25$$

$$g^2 = 169$$

$$g = \sqrt{169}$$

$$g = 13cm$$

O comprimento da geratriz é 13cm.

$$A_L = \pi g * (R + r)$$

$$A_L = \pi * 13 * (10 + 5)$$

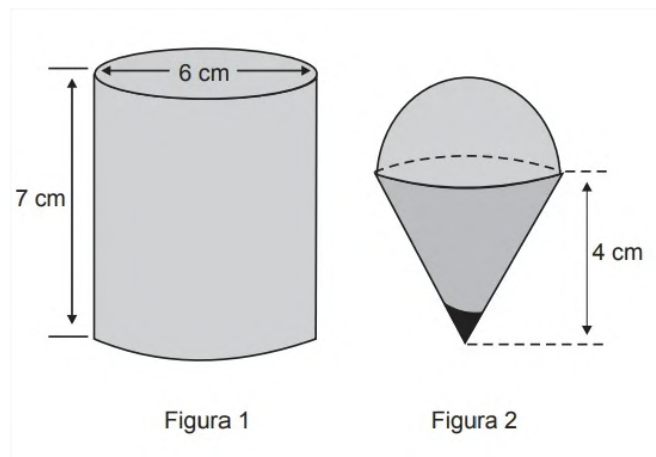
$$A_L = \pi * 13 * 15$$

$$A_L = 195\pi cm^2$$

A área lateral é 195πcm².

Sendo assim, os alunos deverão marcar a seguinte ordem: F, V, F, V.

5) (ENEM-2014) Para fazer um pião, brinquedo muito apreciado pelas crianças, um artesão utilizará o torno mecânico para trabalhar num pedaço de madeira em formato de cilindro reto, cujas medidas do diâmetro e da altura estão ilustradas na Figura 1. A parte de cima desse pião será uma semiesfera, e a parte de baixo, um cone com altura 4 cm, conforme Figura 2. O vértice do cone deverá coincidir com o centro da base do cilindro.



O artesão deseja fazer um pião com a maior altura que esse pedaço de madeira possa proporcionar e de modo a minimizar a quantidade de madeira a ser descartada.

Dados:

O volume de uma esfera de raio r é $\frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$;

O volume do cilindro de altura h e área da base S é $S \cdot h$;

O volume do cone de altura h e área da base S é $\frac{1}{3} \cdot S \cdot h$;

Por simplicidade, aproxime π para 3.

A quantidade de madeira descartada, em centímetros cúbicos, é

- A) 45.
- B) 48.
- C) 72.
- D) 90.
- E) 99.

O artesão tem um cilindro de madeira e quer fazer um pião com:

Topo: semiesfera

Base: cone de altura 4 cm

O vértice do cone coincide com o centro da base do cilindro.

Ele quer maximizar a altura do pião e minimizar a madeira descartada. Precisamos calcular quanto de madeira será descartado.

Volume de madeira descartada = volume total do cilindro - volume total do pião

Volume do cilindro:

Diâmetro = 6 cm, raio $r = 3$ cm

Altura = 7 cm

$$V = A_b \cdot h$$

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$V = 3 \cdot 3^2 \cdot 7$$

$$V = 3 \cdot 9 \cdot 7$$

$$V = 189 \text{ cm}^3$$

O pião tem três partes:

Semiesfera no topo

Cone na base

Volume do pião:

Raio do pião = raio do cilindro $\rightarrow r = 3 \text{ cm}$

Altura do cone $\rightarrow h = 4 \text{ cm}$

Altura da semiesfera $\rightarrow \text{raio} = 3 \text{ cm}$

Volume da esfera:

$$V = \frac{4}{3}\pi^3$$

$$V = \frac{4}{3} * 3 * 3^3$$

$$V = \frac{4}{3} * 3 * 27$$

$$V = 108 \text{ cm}^3$$

Volume da semiesfera:

$$V = \frac{\text{volume esfera}}{2}$$

$$V = \frac{108}{2}$$

$$V = 54 \text{ cm}^3$$

Volume do cone:

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$V = \frac{1}{3} * 3 * 3^2 * 4$$

$$V = 9 * 4$$

$$V = 36 \text{ cm}^3$$

Volume total do peão = cone + semiesfera

$$V = 36 + 54$$

$$V = 90 \text{ cm}^3$$

Volume de madeira descartada = volume total do cilindro - volume total do pião

$$V = 189 - 90$$

$$V = 99 \text{ cm}^3$$

Letra E

6) Uma fábrica de perfumes confecciona frascos no formato de um cilindro com altura h e raio r . Para melhorar as suas vendas, essa fábrica decidiu aprimorar o design dos frascos criando recipientes no formato de cone com altura h e raio r . Desse modo, sobre o volume do novo frasco, podemos afirmar que ele tem:

- a) a metade do volume do frasco cilíndrico.
- b) o dobro do volume do frasco cilíndrico.
- c) um terço do volume do frasco cilíndrico.
- d) o triplo do volume do frasco cilíndrico.
- e) o mesmo volume que o frasco cilíndrico.

Resolução:

Retirando os dados:

Cone de altura h e raio r

Cilindro com altura h e raio r

Quando um cone e um cilindro tem mesma altura e mesma área da base, o volume do cone é $\frac{1}{3}$ do volume do cilindro, portanto a alternativa correta é letra c.

7) (UEL) Um cone circular reto tem altura de 3cm e raio da base medindo 4cm. Qual é, em centímetros quadrados, sua área lateral?

- a) 20π
- b) 30π
- c) 40π
- d) 50π
- e) 60π

Retirando os dados:

Altura do cone: $h = 3 \text{ cm}$

Raio da base: $r = 4 \text{ cm}$

Fórmula da área lateral do cone:

$$A_L = \pi r g$$

Calcular a geratriz (pitágoras):

$$g^2 = r^2 + h^2$$

$$g^2 = 4^2 + 3^2$$

$$g^2 = 16 + 9$$

$$g^2 = \sqrt{25}$$

$$g = 5 \text{ cm}$$

Calcular a área lateral:

$$A_L = \pi r g$$

$$A_L = \pi * 4 * 5$$

$$A_L = 20\pi \text{ cm}^2$$

letra A

8) Um plano, distante 18 cm do centro de uma esfera, determina nela um círculo cuja área é igual a $576\pi \text{ cm}^2$. Determine a área da superfície e o volume da esfera.

Retirando os dados:

Distância do plano ao centro da esfera: $d = 18 \text{ cm}$

Área do círculo formado na secção: $A_{\text{círculo}} = 576\pi \text{ cm}^2$

Queremos encontrar a área da superfície da esfera e volume da esfera

Primeiro precisamos encontrar o raio do círculo da secção

Área do círculo: $A_{\text{círculo}} = \pi r_{\text{corte}}^2$

Substituindo a $A_{\text{círculo}} = 576\pi \text{ cm}^2$

$$A_{\text{círculo}} = \pi r_{\text{corte}}^2$$

$$576\pi = \pi r_{\text{corte}}^2$$

Dividir ambos os lados por π

$$576\pi = \pi r_{\text{corte}}^2 / (\pi)$$

$$576 = r_{\text{corte}}^2$$

Tirando a raiz quadrada

$$576 = r_{\text{corte}}^2$$

$$\sqrt{r_{\text{corte}}^2} = \sqrt{576}$$

$$r_{\text{corte}} = 24 \text{ cm}$$

Relacionando com o raio da esfera (seja R, o raio da esfera) temos um triângulo retângulo:

Hipotenusa = R

Um cateto (distância do plano ao centro): $d = 18 \text{ cm}$

outro cateto (raio do círculo da secção): $r_{\text{corte}} = 24 \text{ cm}$

Pela relação de pitagórica:

$$R^2 = r_{\text{corte}}^2 + d^2$$

$$R^2 = 24^2 + 18^2$$

$$R^2 = 576 + 324$$

$$R^2 = 900$$

$$R = \sqrt{900}$$

$$R = 30 \text{ cm}$$

Calcular a área da superfície da esfera

$$A = 4\pi R^2$$

$$A = 4 * \pi * 30^2$$

$$A = 4 * \pi * 900$$

$$A = 3600\pi \text{ cm}^2$$

Calcular o volume da esfera

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$V = \frac{4}{3} * \pi * 30^3$$

$$V = \frac{4}{3} * \pi * 27000$$

$$V = \frac{108000}{3} * \pi$$

$$V = 36000\pi \text{ cm}^3$$

9) Calcule a área da superfície total de um cilindro equilátero, sabendo que seu volume é igual a $250\pi \text{ cm}^3$.

Retirando os dados:

$$V = 250\pi \text{ cm}^3$$

Cilindro equilátero $\rightarrow h = 2r$

Descobrir o raio e a altura a partir do volume e calcular a área total.

$$V = \pi * r^2 * h$$

$$250\pi = \pi * r^2 * 2r$$

$$250\pi = 2r^3 * \pi$$

$$r^3 = \frac{250\pi}{2\pi}$$

$$r^3 = 125$$

$$r = 5 \text{ cm}$$

$$h = 10 \text{ cm}$$

$$A_L = 2\pi r * h$$

$$A_L = 2 * \pi * 5 * 10$$

$$A_L = 100\pi \text{ cm}^2$$

$$A_B = \pi r^2$$

$$A_B = \pi * (5)^2$$

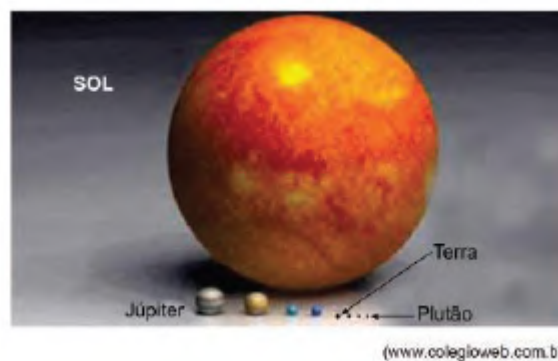
$$A_B = 25\pi \text{ cm}^2$$

$$A_T = A_L + 2 * A_B$$

$$A_T = 100\pi \text{ cm}^2 + 2 * 25\pi \text{ cm}^2$$

$$A_T = 150\pi \text{ cm}^2$$

10) (Ficsae-SP) Em uma palestra, um cientista ilustrou comparativamente o tamanho dos planetas do sistema solar com auxílio da foto a seguir.



No entanto, o cientista disse que essa foto dificulta a percepção correta da diferença de tamanho entre os planetas. Para ilustrar o que dizia, ele pediu para a plateia considerar que todos os planetas são esféricos e que o tamanho do raio do planeta Júpiter é 12 vezes o tamanho do raio do planeta Terra. Em seguida, lançou a

seguinte pergunta: se associarmos o planeta Terra a uma bola de futebol, o planeta Júpiter deverá ser associado, aproximadamente, a quantas dessas bolas?

A resposta correta para a pergunta do palestrante é:

- a) 1.728
- b) 121
- c) 33
- d) 22
- e) 1.331

Retirando os dados:

$$\text{Raio}_{\text{Júpiter}} = 12 \cdot \text{Raio}_{\text{Terra}}$$

Calcula-se o volume da Terra e o volume de Júpiter e faz-se uma comparação entre os dois para chegar a resposta.

Se utilizar r como medida do raio da Terra, o volume será:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

Então o volume de Júpiter será:

$$V = \frac{4}{3}\pi * (12r)^3$$

$$V = \frac{4}{3}\pi * 1728r^3$$

$$V = 1728 * \left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)$$

Ao colocar em evidência fica visível que o volume de Júpiter é 1728 vezes maior que o volume da Terra, portanto a alternativa correta é a letra a.

8. Avaliação

A atividade utilizando a metodologia de análise de erros, tem como propósito desenvolver o pensamento crítico, promover a aprendizagem colaborativa e fortalecer a autonomia na construção do conhecimento.

A avaliação terá caráter quantitativo, atribuindo 5 pontos de acordo com critérios previamente estabelecidos. Serão considerados o desempenho individual durante a execução da atividade, a organização das ideias, o raciocínio lógico aplicado na resolução dos exercícios e a clareza na apresentação das soluções.

9. Bibliografias

ANDRADE, Thais Marcelle de. **Matemática interligada: geometria espacial e plana**. 1. ed. São Paulo: Schipione, 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**: educação é a base. Brasília, 2017.

BONJORNO, José Roberto; JÚNIOR, José Ruy Giovanni; SOUSA, Paulo Roberto Câmara de. **Prisma Matemática: geometria: ensino médio: área do conhecimento: matemática e suas tecnologias**. São Paulo: Editora FTD, 2020

CURY, H. N. **As concepções de Matemática dos professores e sua forma de**

considerar o erro dos alunos. Porto Alegre, Tese de Doutorado na Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1994.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Do seu jeito: Matemática: área de Matemática e suas Tecnologias:** volume 2: Ensino médio. 1. ed. São Paulo: Ática, 2024.

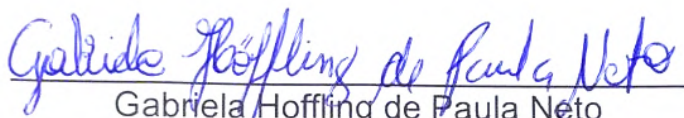
IEZZI, Gelson; DEGENSZAJN, David; TAMARI, Marcio; PASMANIK, Guilherme. **Identidade Saraiva: Matemática: área de Matemática e suas Tecnologias:** volume 2: Ensino médio. 1. ed. São Paulo: Saraiva, 2024.

10. Observações

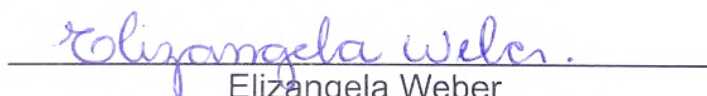
Para dar início à aula, foi utilizada a metodologia de análise de erros, com o objetivo de levar os alunos a refletirem sobre os equívocos cometidos na avaliação anterior. Entreguei a cada dupla uma questão em que havia erro, realizaram a correção e descreveram o tipo de erro cometido.

Em seguida, tivemos a avaliação, os alunos desenvolveram a atividade dentro do tempo previsto, demonstrando bom comportamento, não houve registros de indisciplina. Ficou combinado que poderiam sair apenas às 11h, porém, antes desse horário, oito alunos já haviam finalizado a avaliação.

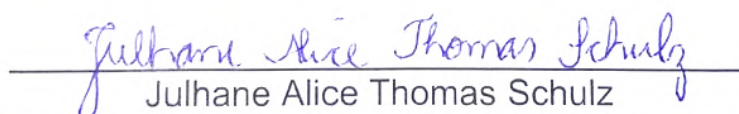
Na correção, constatou-se que apenas duas alunas obtiveram notas abaixo da média, embora com resultados próximos a ela. De modo geral, o desempenho foi satisfatório. Entretanto, observou-se que os erros cometidos pelos alunos são na maioria das vezes por falta de atenção, erro procedimental ou/e conceitual.



Gabriela Hoffling de Paula Neto
Aluna – Estagiária



Elizângela Weber
Supervisora – Parte Concedente



Julhane Alice Thomas Schulz
Professora Orientadora – Entidade Educacional

Apêndice

Apêndice I - Principais Tipos de Erros

1º Erro de interpretação: Ocorre quando o aluno não compreende corretamente o enunciado do problema ou ignora informações importantes. **Exemplo:** Problema: João tem 12 laranjas e dá 5 para Maria. Quantas laranjas Maria ficou? Resposta do aluno: 7 laranjas. Erro: O aluno subtraiu $12 - 5$, pensando no total de laranjas de João, mas a pergunta era sobre quantas laranjas Maria recebeu.

2º Erro de linguagem/simbologia: Envolve o uso inadequado de símbolos matemáticos ou confusão na representação de expressões. **Exemplo:** Problema: Resolver a expressão $3x+5=14$. Resposta do aluno: $3+5=14 \rightarrow 8=14$. Erro: O aluno ignora a variável x e confunde os símbolos, fazendo uma operação incorreta.

3º Erro conceitual: Relacionado à falta de compreensão de conceitos matemáticos ou uso inadequado de definições. **Exemplo:** Problema: Determinar se o número 1 é primo. Resposta do aluno: Sim, 1 é número primo. Erro: O aluno não compreendeu a definição de número primo, que exige exatamente dois divisores positivos (1 e ele mesmo). O número 1 possui apenas um divisor positivo.

4º Erro procedimental: Decorre da aplicação incorreta de regras, algoritmos ou operações matemáticas. **Exemplo:** Problema: Resolver a expressão $(7+3) \times 2$. Resposta do aluno: $7+3 \times 2=11$. Erro: O aluno não respeitou a ordem das operações, aplicando a multiplicação antes de realizar a soma dentro do parêntese.

5º Erro de transcrição de dados: Acontece quando o aluno copia os dados do enunciado de forma errada para o seu caderno ou para os cálculos. **Exemplo:** Problema: Uma piscina contém 250 litros de água. Adiciona-se mais 150 litros. Qual é o volume total de água? Resposta do aluno: Copiou os dados como $250 + 510 = 760$ litros. Erro: O aluno registrou erroneamente os 150 litros como 510 litros, alterando os dados originais.

6º Erro não identificado: Erros que não se encaixam claramente nas categorias clássicas (conceitual, procedimental, de interpretação etc.) e que muitas vezes refletem estratégias individuais dos alunos, raciocínios intermediários ou tentativas de resolver o problema de forma própria. **Exemplo:** Problema: Calcular a área de um retângulo com comprimento 5 cm e largura 3 cm. Resposta do aluno: Ele escreve $5+3=8$ e diz que essa é a área. Erro: O aluno não segue a fórmula correta, mas também não é totalmente procedimental nem conceitual; ele está tentando criar sua própria estratégia, talvez pensando que somar os lados dá a área.

7º Erro por falta de atenção: Falhas simples cometidas por pressa ou desatenção, como trocar sinais ou errar contas básicas. **Exemplo:** Problema: Calcular $15-8$. Resposta do aluno: $15-8=13$. Erro: O aluno cometeu um erro de cálculo simples, provavelmente por desatenção.

Apêndice II - Modelo do Aluno

Prova 1

2º Semestre / 2025

MEI - 2º ano - T3

Profª Estagiária Gabriela Neto

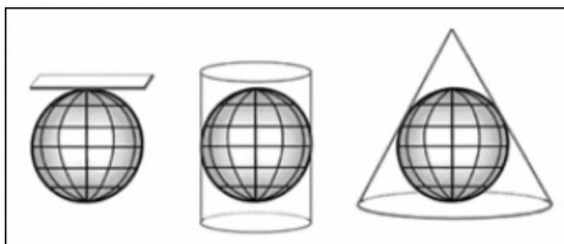
Avaliação

Nome: _____

Data: 23/10/2025

1) (U.F.Ouro Preto – MG) É possível derreter 1000 docinhos em forma de esferas com 2 cm de diâmetro numa panela de raio da base 10 cm e altura 15 cm?

2) (UEG-2017) Observe a figura a seguir.



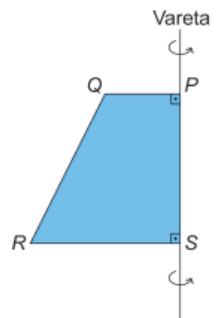
Os tipos de projeções cartográficas representados na figura são, respectivamente:

- a) cilíndrica, azimutal e cônica
- b) azimutal, cilíndrica e cônica
- c) cônica, azimutal e cilíndrica
- d) azimutal, cônica e cilíndrica
- e) cilíndrica, cônica e azimutal

3) (ENEM 2024) Para obter um sólido de revolução (rotação de 360° em torno de um eixo fixo), uma professora realizou as seguintes etapas:

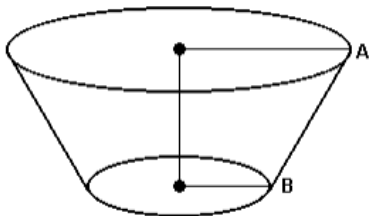
- recortou o trapézio retângulo PQRS de um material rígido;
- afixou o lado PS do trapézio em uma vareta fixa retilínea (eixo de rotação);
- girou o trapézio 360° em torno da vareta e obteve um sólido de revolução.

Observe a figura que apresenta o trapézio afixado na vareta e o sentido de giro. O sólido obtido foi um(a)



- a) cone.
- b) cilindro.
- c) pirâmide.
- d) tronco de cone.
- e) tronco de pirâmide.

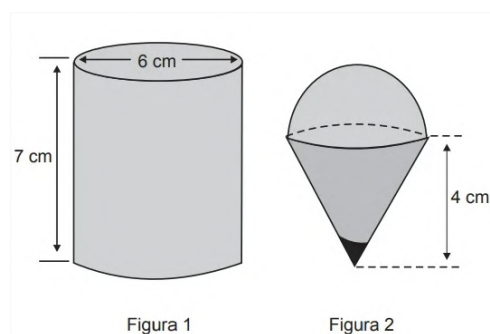
4) (Ufg) A figura a seguir representa um tronco de cone, cujas bases são círculos de raios de 5cm e 10cm, respectivamente, e altura 12cm.



Considerando-se esse sólido, assinale se verdadeiro (V) ou falso (F)

- () a área da base maior é o dobro da área da base menor.
- () o volume é menor que 2000cm^3 .
- () o comprimento da geratriz AB é 13cm.
- () a medida da área da superfície lateral é $195\pi\text{cm}^2$.

5) (ENEM-2014) Para fazer um pião, brinquedo muito apreciado pelas crianças, um artesão utilizará o torno mecânico para trabalhar num pedaço de madeira em formato de cilindro reto, cujas medidas do diâmetro e da altura estão ilustradas na Figura 1. A parte de cima desse pião será uma semiesfera, e a parte de baixo, um cone com



altura 4 cm, conforme Figura 2. O vértice do cone deverá coincidir com o centro da base do cilindro.

O artesão deseja fazer um pião com a maior altura que esse pedaço de madeira possa proporcionar e de modo a minimizar a quantidade de madeira a ser descartada.

Dados:

O volume de uma esfera de raio r é $4 \cdot \pi \cdot r^3/3$;

O volume do cilindro de altura h e área da base S é $S \cdot h$;

O volume do cone de altura h e área da base S é $1/3 \cdot S \cdot h$;

Por simplicidade, aproxime π para 3.

A quantidade de madeira descartada, em centímetros cúbicos, é

- A) 45
- B) 48
- C) 72
- D) 90
- E) 99

6) Uma fábrica de perfumes confecciona frascos no formato de um cone com altura h e raio r . Para melhorar as suas vendas, essa fábrica decidiu aprimorar o design dos frascos criando recipientes no formato de cilindro com altura h e raio r . Desse modo, sobre o volume do novo frasco, podemos afirmar que ele tem:

- a) a metade do volume do frasco cônico.
- b) o dobro do volume do frasco cônico.
- c) um terço do volume do frasco cônico.
- d) o triplo do volume do frasco cônico.
- e) o mesmo volume que o frasco cônico.

7) (UEL) Um cone circular reto tem altura de 8cm e raio da base medindo 6cm. Qual é, em centímetros quadrados, sua área lateral?

- a) 20π
- b) 30π
- c) 40π
- d) 50π
- e) 60π

8) Um plano, distante 18 cm do centro de uma esfera, determina nela um círculo cuja área é igual a $576\pi\text{cm}^2$. Determine a área da superfície e o volume da esfera.

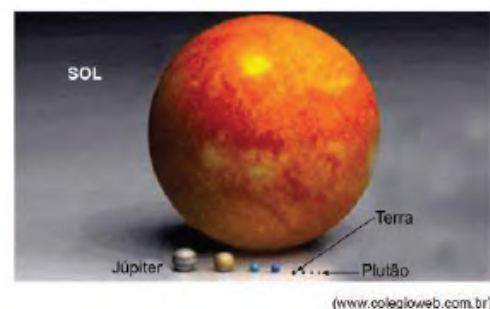
9) Calcule a área da superfície total de um cilindro equilátero, sabendo que seu volume é igual a $250\pi\text{ cm}^3$.

10) Ficsae-SP) Em uma palestra, um cientista ilustrou comparativamente o tamanho dos planetas do sistema solar com auxílio da foto a seguir.

No entanto, o cientista disse que essa foto dificulta a percepção correta da diferença de tamanho entre os planetas. Para ilustrar o que dizia, ele pediu para a plateia considerar que todos os planetas são esféricos e que o tamanho do raio do planeta Júpiter é 11 vezes o tamanho do raio do planeta Terra. Em seguida, lançou a seguinte pergunta: se associarmos o planeta Terra a uma bola de futebol, o planeta Júpiter deverá ser associado, aproximadamente, a quantas dessas bolas?

A resposta correta para a pergunta do palestrante é:

- a) 1.728
- b) 121
- c) 33
- d) 22
- e) 1 331



(www.colegioweb.com.br)

Prova 2

2º Semestre / 2025

MEI - 2º ano - T3

Profª Estagiária Gabriela Neto

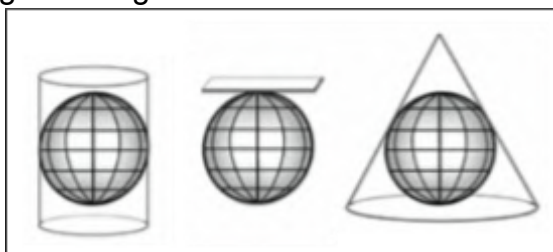
Avaliação

Nome: _____

Data: 23/10/2025

1) (U.F.Ouro Preto – MG) É possível derreter 1000 docinhos em forma de esferas com 4 cm de diâmetro numa panela de raio da base 20 cm e altura 15 cm?

2) (UEG-2017) Observe a figura a seguir.

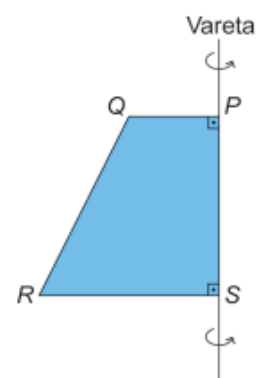


Os tipos de projeções cartográficas representados na figura são, respectivamente:

- a) cilíndrica, azimutal e cônica
- b) azimutal, cilíndrica e cônica
- c) cônica, azimutal e cilíndrica
- d) azimutal, cônica e cilíndrica
- e) cilíndrica, cônica e azimutal

3) (ENEM 2024) Para obter um sólido de revolução (rotação de 360° em torno de um eixo fixo), uma professora realizou as seguintes etapas:

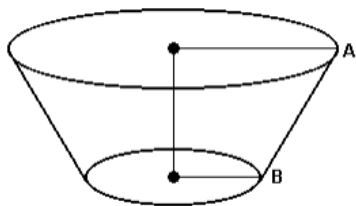
- recortou o trapézio retângulo PQRS de um material rígido;
 - afixou o lado PS do trapézio em uma vareta fixa retilínea (eixo de rotação);
 - girou o trapézio 360° em torno da vareta e obteve um sólido de revolução.
- Observe a figura que apresenta o trapézio afixado na vareta e o sentido de giro.



O sólido obtido foi um(a):

- a) cone
- b) cilindro
- c) pirâmide
- d) tronco de pirâmide
- e) tronco de cone

4) (Ufg) A figura a seguir representa um tronco de cone, cujas bases são círculos de raios de 5cm e 10cm, respectivamente, e altura 12cm.



Considerando-se esse sólido, assinale se verdadeiro (V) ou falso (F)

- () a área da base maior é o dobro da área da base menor.
- () o volume é maior que 2000cm^3 .
- () o comprimento da geratriz AB é 16cm.
- () a medida da área da superfície lateral é $195\pi\text{cm}^2$.

5) (ENEM-2014) Para fazer um pião, brinquedo muito apreciado pelas crianças, um artesão utilizará o torno mecânico para trabalhar num pedaço de madeira em formato de cilindro reto, cujas medidas do diâmetro e da altura estão ilustradas na Figura 1. A parte de cima desse pião será uma semiesfera, e a parte de baixo, um cone com altura 4 cm, conforme Figura 2. O vértice do cone deverá coincidir com o centro da base do cilindro.

O artesão deseja fazer um pião com a maior altura que esse pedaço de madeira possa proporcionar e de modo a minimizar a quantidade de madeira a ser descartada.

Dados:

O volume de uma esfera de raio r é $\frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$;

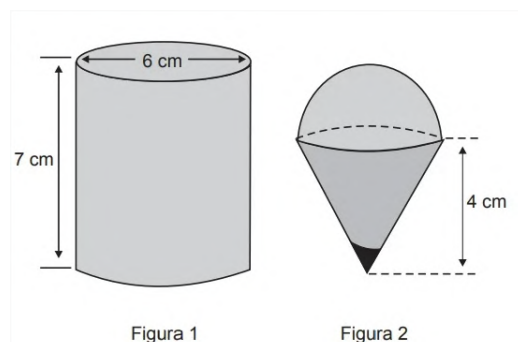
O volume do cilindro de altura h e área da base S é $S \cdot h$;

O volume do cone de altura h e área da base S é $\frac{1}{3} \cdot S \cdot h$;

Por simplicidade, aproxime π para 3.

A quantidade de madeira descartada, em centímetros cúbicos, é

- A) 45
- B) 48
- C) 72
- D) 90
- E) 99



6) Uma fábrica de perfumes confecciona frascos no formato de um cilindro com altura h e raio r . Para melhorar as suas vendas, essa fábrica decidiu aprimorar o design dos frascos criando recipientes no formato de cone com altura h e raio r . Desse modo, sobre o volume do novo frasco, podemos afirmar que ele tem:

- a) a metade do volume do frasco cilíndrico.
- b) o dobro do volume do frasco cilíndrico.
- c) um terço do volume do frasco cilíndrico.
- d) o triplo do volume do frasco cilíndrico.
- e) o mesmo volume que o frasco cilíndrico.

7) (UEL) Um cone circular reto tem altura de 3cm e raio da base medindo 4cm. Qual é, em centímetros quadrados, sua área lateral?

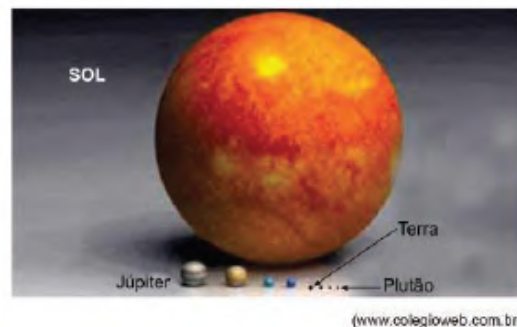
- a) 20π
- b) 30π
- c) 40π
- d) 50π
- e) 60π

8) Um plano, distante 18 cm do centro de uma esfera, determina nela um círculo cuja área é igual a $576\pi\text{cm}^2$. Determine a área da superfície e o volume da esfera.

9) Calcule a área da superfície total de um cilindro equilátero, sabendo que seu volume é igual a $250\pi\text{cm}^3$.

10) (Ficsae-SP) Em uma palestra, um cientista ilustrou comparativamente o tamanho dos planetas do sistema solar com auxílio da foto a seguir.

No entanto, o cientista disse que essa foto dificulta a percepção correta da diferença de tamanho entre os planetas. Para ilustrar o que dizia, ele pediu para a plateia considerar que todos os planetas são esféricos e que o tamanho do raio do planeta Júpiter é 12 vezes o tamanho do raio do planeta Terra. Em seguida, lançou a seguinte pergunta: se associarmos o planeta Terra a uma bola de futebol, o planeta Júpiter deverá ser associado, aproximadamente, a quantas dessas bolas?



A resposta correta para a pergunta do palestrante é:

- a) 1.728
- b) 121
- c) 33
- d) 22
- e) 1 331

Prova Adaptada

2º Semestre / 2025

MEI - 2º ano - T3

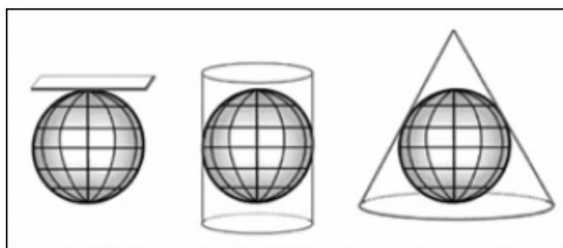
Profª Estagiária Gabriela Neto

Avaliação

Nome: _____

Data: 23/10/2025

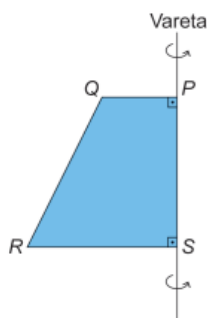
1) (UEG-2017) Observe a figura a seguir.



Os tipos de projeções cartográficas representados na figura são, respectivamente:

- a) cilíndrica, azimutal e cônica
- b) azimutal, cilíndrica e cônica
- c) cônica, azimutal e cilíndrica
- d) azimutal, cônica e cilíndrica
- e) cilíndrica, cônica e azimutal

- 2) Observe a figura que apresenta o trapézio afixado na vareta e o sentido de giro.



Qual o sólido de revolução (rotação de 360° em torno de um eixo fixo) é obtido:

- a) cone.
 - b) cilindro.
 - c) pirâmide.
 - d) tronco de cone.
 - e) tronco de pirâmide.
- 3) (UEL) Um **cone** circular reto tem **altura de 8cm** e **raio da base medindo 6cm**. Qual é, em centímetros quadrados, **sua área lateral**?

- a) 20π
- b) 30π
- c) 40π
- d) 50π
- e) 60π

- 4) Uma fábrica de perfumes confecciona frascos no formato de um cone com altura h e raio r . Para melhorar as suas vendas, essa fábrica decidiu aprimorar o design dos frascos criando recipientes no formato de cilindro com altura h e raio r . Desse modo, sobre o volume do novo frasco, podemos afirmar que ele tem:

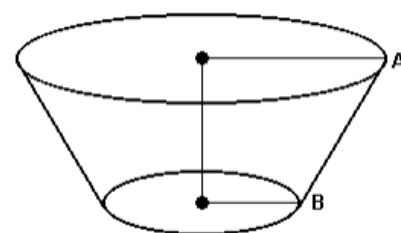
- a) a metade do volume do frasco cônico.
- b) o dobro do volume do frasco cônico.
- c) um terço do volume do frasco cônico.
- d) o triplo do volume do frasco cônico.
- e) o mesmo volume que o frasco cônico.

5) (U.F.Ouro Preto – MG) É possível derreter 1000 docinhos em forma de **esferas com 4 cm de diâmetro** numa panela **cilíndrica de raio da base 20 cm e altura 15 cm**?

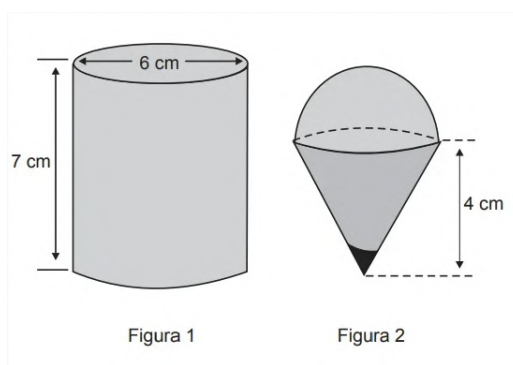
6) (Ufg) **A figura** a seguir representa um **tronco de cone**, cujas bases são **círculos de raios de 5cm e 10cm**, respectivamente, **e altura 12cm**.

Considerando-se esse sólido, **assinale se verdadeiro (V) ou falso (F)**

- () a **área da base** maior é o dobro da área da base menor.
- () o **volume** é maior que 2000 cm^3 .
- () o **comprimento da geratriz AB** é 16cm.
- () a medida da **área da superfície lateral** é $195\pi \text{ cm}^2$.



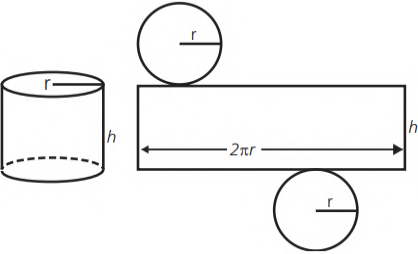
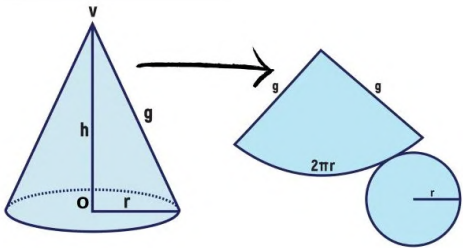
7) **Figura 2** é o **pião**, a parte de cima desse pião será uma **semiesfera**, e a parte de baixo, um **cone** com **altura 4 cm e raio 3 cm**. **Figura 1** é uma madeira em forma cilíndrica, que será utilizada para fazer o pião.

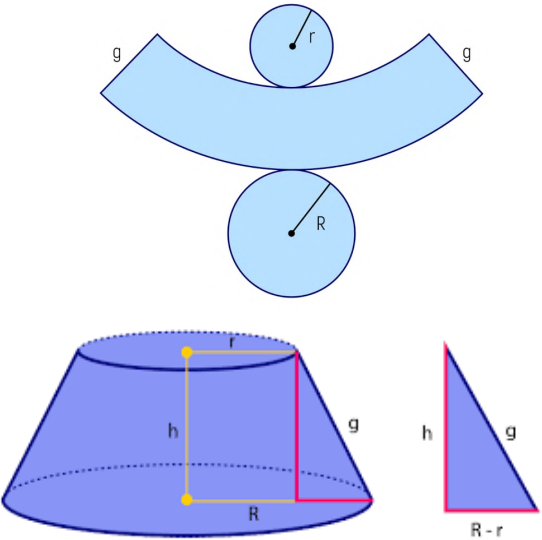
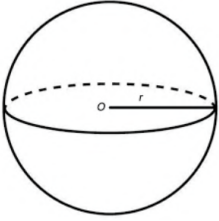


A quantidade de madeira descartada, em centímetros cúbicos, é (aproxime π para 3):

- A) 45
- B) 48

- C) 72
- D) 90
- E) 99

Formulário	
Cilindro	
	$A_L = 2\pi r h$ $A_B = \pi r^2$ $A_T = 2\pi r(h + r)$ $V = \pi r^2 h$
Cone	
	$A_B = \pi r^2$ $A_L = \pi r g$ $A_T = \pi r(r + g)$ $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ $g^2 = h^2 + r^2$
Tronco de Cone	

	$A_L = \pi g(R + r)$ $A_B = \pi R^2$ $A_b = \pi r^2$ $A_T = \pi g(R + r) + \pi R^2 + \pi r^2$ $V = \frac{1}{3}\pi h(R^2 + Rr + r^2)$ $g^2 = h^2 + (R - r)^2$
Esfera	
	$A = 4\pi r^2$ $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

Plano de Aula Semanal nº 08

Acadêmico: Gabriela Hoffling de Paula Neto

Professora Orientadora: Dra. Julhane Alice Thomas Schulz

Unidade Concedente: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha - *Campus Santa Rosa*

Estágio – Turma/Nº de alunos: 2º ano MEI T3/ 26 alunos

Professora Regente da Classe: Ma. Elizangela Weber

Nº de Períodos semanal/Tempo de cada período: 3 períodos/50min

Data/Horário: 30/10/2025 – 3 períodos - 9h 10min às 11h 55min (com intervalo de 15min)

1 .Tema/Assunto:

Geometria Espacial: Corpos Redondos

2. Objetos de Conhecimento:

Cilindro, Cone, Tronco de Cone e Esfera

3. Habilidades relativas a BNCC:

(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

4. Objetivos

- Resolver questões sobre os conceitos estudados utilizando a plataforma digital Kahoot.
- Refazer uma questão da avaliação, utilizando inteligência artificial (IA), para correção e análise do resultado.

5. Metodologia

Análise de Erros

Metodologia de Jogos

6. Recursos

Materiais de uso comum: folha, caderno, lápis, caneta, canetão, quadro branco, material impresso, entre outros.

Recursos tecnológicos: plataforma de IA, plataforma Kahoot, notebook, projetor, entre outros.

7. Desenvolvimento

Incentivação da aula (1ºperíodo/50min)(diálogo entre o professor e os alunos/material impresso):

Para iniciar a aula, será aplicada a metodologia de análise de erros. Os alunos deverão identificar e analisar os equívocos cometidos na avaliação anterior. Em

seguida, irão refazer uma das questões em que cometeram erros, primeiro manualmente e depois com o auxílio de uma ferramenta de inteligência artificial de sua preferência, comparando os resultados obtidos e verificando sua correção. Por fim, deverão redigir um parágrafo apresentando as conclusões obtidas ao utilizar a inteligência artificial.

(Fala do Professor): Para iniciar a aula de hoje, entregarei as avaliações corrigidas. Em seguida, vocês deverão analisar os equívocos cometidos e refazer uma das questões em que houve erro, primeiro manualmente e depois com o auxílio de uma ferramenta de inteligência artificial de sua preferência, comparando os resultados obtidos e verificando sua correção. Por fim, vocês deverão escrever em um parágrafo apresentando as conclusões obtidas ao utilizar a inteligência artificial.

Desenvolvimento da aula (2º período/50min.)(projeto):

Kahoot

Neste momento, os alunos receberão seus telefones celulares para acessarem a plataforma Kahoot e participarem de um quiz com perguntas de revisão sobre o conteúdo “corpos redondos”.

<https://create.kahoot.it/share/enter-kahoot-title/47fd68c4-4450-4371-852f-33245450cee2>

(Fala do Professor): Podem pegar seus telefones na caixinha. Vamos acessar a plataforma Kahoot para jogar um quiz com perguntas relacionadas aos conteúdos estudados até o momento.

Sistematização/Fechamento da Aula (3ºperíodo/50min.)(diálogo):

Após algumas rodadas do jogo, será realizado um feedback (Apêndice I) com a turma, em folha para entregar, sobre as aulas, os conteúdos trabalhados, o aprendizado e a atuação da professora. Em seguida, daremos início à confraternização com um lanche especial, marcando o encerramento do estágio. A professora também agradecerá aos alunos e à professora regente pelos momentos compartilhados nesse período.

(Fala do Professor): Neste momento, entregarei a vocês um feedback sobre as aulas e a professora. Após a conclusão, teremos nossa confraternização com lanche.

Perguntas feedback:

1. As aulas foram dinâmicas e interessantes?

() Sempre () Às vezes () Raramente

2. Você sentiu que as aulas ajudaram na sua compreensão dos conteúdos?

() Sim () Parcialmente () Não

3. As explicações da professora foram claras?

() Sim () Em parte () Não

4. As atividades realizadas em sala ajudaram no aprendizado?

☐ Sim ☐ Mais ou menos ☐ Não

5. Os conteúdos trabalhados foram importantes e relevantes para o seu aprendizado?

☐ Sim ☐ Parcialmente ☐ Não

6. Você se sentiu desafiado(a) de forma positiva com os conteúdos e atividades?

☐ Sim ☐ Às vezes ☐ Não

7. Qual foi o conteúdo que você mais gostou de aprender?

8. Qual conteúdo achou mais difícil?

9. A professora demonstrou domínio dos conteúdos?

☐ Sim ☐ Parcialmente ☐ Não

10. A professora foi atenciosa e disponível para tirar dúvidas?

☐ Sempre ☐ Às vezes ☐ Raramente

11. Você se sentiu à vontade para participar das aulas?

☐ Sim ☐ Em parte ☐ Não

12. O que você mais gostou nas aulas?

13. O que poderia ser melhorado?

14. Como você avalia o seu próprio aprendizado durante o estágio?

☐ Excelente ☐ Bom ☐ Regular ☐ Precisa melhorar

15. Deixe um recado ou sugestão para a professora:

8. Avaliação

A avaliação dos alunos será contínua, considerando especialmente a participação, a cooperação e o engajamento demonstrados durante a atividade prática. Também serão observados o entendimento dos conceitos, a habilidade em aplicar estratégias de resolução e a capacidade de argumentação ao defender suas soluções.

9. Bibliografias

ANDRADE, Thais Marcelle de. **Matemática interligada: geometria espacial e plana**. 1. ed. São Paulo: Schipione, 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**: educação é a base. Brasília, 2017.

BONJORNIO, José Roberto; JÚNIOR, José Ruy Giovanni; SOUSA, Paulo Roberto Câmara de. **Prisma Matemática: geometria: ensino médio: área do conhecimento: matemática e suas tecnologias**. São Paulo: Editora FTD, 2020

CURY, H. N. **As concepções de Matemática dos professores e sua forma de considerar o erro dos alunos**. Porto Alegre, Tese de Doutorado na Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1994.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Do seu jeito: Matemática: área de Matemática e suas Tecnologias: volume 2: Ensino médio**. 1. ed. São Paulo: Ática, 2024.

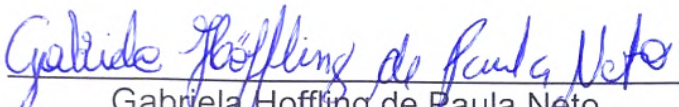
IEZZI, Gelson; DEGENSZAJN, David; TAMARI, Marcio; PSMANIK, Guilherme. **Identidade Saraiva: Matemática: área de Matemática e suas Tecnologias: volume 2: Ensino médio**. 1. ed. São Paulo: Saraiva, 2024.

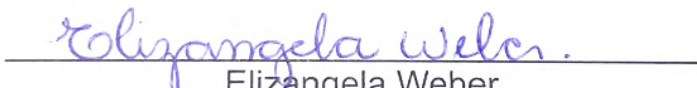
10. Observações

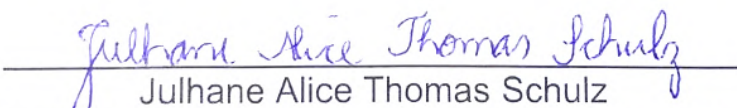
No primeiro momento da aula, foi utilizada a metodologia de análise de erros. Os alunos receberam a avaliação corrigida da aula anterior e identificaram os equívocos cometidos. Em seguida, refizeram uma das questões em que apresentaram erros, primeiro de forma manual e depois com o auxílio de uma ferramenta de inteligência artificial de sua preferência, comparando os resultados obtidos e verificando sua correção. Além disso, elaboraram um breve parágrafo apresentando as conclusões alcançadas a partir do uso da ferramenta de IA.

No segundo momento, os alunos utilizaram seus telefones celulares para acessar a plataforma Kahoot e participaram de um quiz com perguntas de revisão sobre o conteúdo “corpos redondos”. A atividade gerou grande entusiasmo entre a turma, que demonstrou engajamento e interesse ao interagir com o jogo, tornando a revisão mais dinâmica e significativa.

Após algumas rodadas, foi realizado um momento de feedback sobre as aulas, os conteúdos trabalhados, o processo de aprendizagem e a atuação da professora estagiária. Em seguida, deu-se início à confraternização com um lanche especial, marcando o encerramento do estágio. A professora estagiária agradeceu aos alunos e à professora regente pelos momentos compartilhados, pela colaboração e pela acolhida durante todo o período de regência.


Gabriela Hoffling de Paula Neto
Aluna – Estagiária


Elizangela Weber
Supervisora – Parte Concedente


Julhane Alice Thomas Schulz
Professora Orientadora – Entidade Educacional

Apêndice

Apêndice I - Modelo do Aluno
2º Semestre / 2025 **MEI - 2º ano - T3** **Profª Estagiária Gabriela Neto**

Feedback

Nome: _____ **Data:** 30/10/2025

1. As aulas foram dinâmicas e interessantes?
() Sempre () Às vezes () Raramente
2. Você sentiu que as aulas ajudaram na sua compreensão dos conteúdos?
() Sim () Parcialmente () Não
3. As explicações da professora estagiária foram claras?
() Sim () Em parte () Não
4. As atividades realizadas em sala ajudaram no aprendizado?
() Sim () Mais ou menos () Não
5. Os conteúdos trabalhados foram importantes e relevantes para o seu aprendizado?
() Sim () Parcialmente () Não
6. Você se sentiu desafiado(a) de forma positiva com os conteúdos e atividades?
() Sim () Às vezes () Não
7. Qual foi o conteúdo que você mais gostou de aprender?
8. Qual conteúdo achou mais difícil?
9. A professora estagiária demonstrou domínio dos conteúdos?
() Sim () Parcialmente () Não
10. A professora estagiária foi atenciosa e disponível para tirar dúvidas?
() Sempre () Às vezes () Raramente
11. Você se sentiu à vontade para participar das aulas?
() Sim () Em parte () Não
12. O que você mais gostou nas aulas?
13. O que poderia ser melhorado?
14. Como você avalia o seu próprio aprendizado durante o estágio?
() Excelente () Bom () Regular () Precisa melhorar
15. Deixe um recado ou sugestão para a professora estagiária: