

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
FARROUPILHA- *CAMPUS* SANTA ROSA

CURSO SUPERIOR LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

GABRIELA KNOB CABRAL

RELATÓRIO DE ATIVIDADES DE ESTÁGIO

SANTA ROSA, RS
2025

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
FARROUPILHA- *CAMPUS* SANTA ROSA

GABRIELA KNOB CABRAL

RELATÓRIO DE ATIVIDADES DE ESTÁGIO

Trabalho apresentado como requisito para
obtenção do título de Licenciada em
Matemática, do curso de Licenciatura em
Matemática do Instituto Federal
Farroupilha – *Campus* Santa Rosa.

Orientadora: Elizangela Weber

Coorientadora: Daiani Finatto Bianchini

SANTA ROSA, RS
2025

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
FARROUPILHA- *CAMPUS* SANTA ROSA

A Orientadora Professora Elizangela Weber, a Coorientadora Professora Daiani Finatto Bianchini e a Estagiária Gabriela Knob Cabral, abaixo assinados, cientificam-se do teor do Relatório de Atividades de Estágio, do Curso de Licenciatura em Matemática.

RELATÓRIO DE ATIVIDADES
DE ESTÁGIO

Elaborado por
Gabriela Knob Cabral

como requisito parcial para obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Elizangela Weber
Orientadora

Daiani Finatto Bianchini
Coorientadora

Gabriela Knob Cabral
Estagiária

SANTA ROSA, RS
2025

DADOS DE IDENTIFICAÇÃO

1 Estagiária

- 1.1 Nome:** Gabriela Knob Cabral
- 1.2 Curso:** Licenciatura em Matemática
- 1.3 Turma:** MAT T12
- 1.4 Endereço:** Rua São Bernardo, 511
- 1.5 Município e Estado:** Três de Maio- Rio Grande do Sul
- 1.6 CEP:** 98910000
- 1.7 Telefone:** (55) 9 91348042
- 1.8 E-mail:** gabriela.2022006050@aluno.iffar.edu.br

2 Escola

- 2.1 Nome:** Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha - *Campus Santa Rosa*
- 2.2 Endereço:** Av. Cel. Bráulio de Oliveira, nº 1400 - Central
- 2.3 Município e Estado:** Santa Rosa - RS
- 2.4 CEP:** 98 787 740
- 2.5 Telefone:** (55) 2013 0200
- 2.6 E-mail:** cra.sr@iffarroupilha.edu.br

3 Estágio

- 3.1 Área de realização:** Educação Básica – Ensino Médio
- 3.2 Coordenadora do Curso:** Ma. Mariele Josiane Fuchs
- 3.3 Professora) Orientadora:** Ma. Elizangela Weber
- 3.4 Professora Coorientadora:** Ma. Daiani Finatto Bianchini
- 3.5 Supervisora do estágio/Regente da turma:** Dra. Julhane Alice Thomas Schulz
- 3.6 Carga horária total:** 140h
- 3.7 Data de Início e término:** 06 de agosto de 2025 a 10 de dezembro de 2025.

Dedico este trabalho a minha família, que
me permitiu sonhar e não mediu esforços
para que eu realizasse esse sonho.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a minha família pelo apoio incondicional durante toda minha trajetória, em especial aos meus pais que não mediram esforços para me oferecer amor, educação e oportunidades. Essa e todas as minhas conquistas são também de vocês.

Aos amigos e colegas, agradeço pelo convívio que foi fundamental nessa jornada. Em especial as minhas amigas Débora, Gabriela, Maria e Natine, que me apoiaram, me acompanharam até aqui e marcaram minha vida.

Ao meu namorado, Bruno, que me deu forças e me ajudou em cada etapa deste processo.

Aos professores do Instituto Federal Farroupilha, que durante o curso contribuíram com conhecimentos fundamentais para minha formação, nesse momento em especial a minha orientadora Elizangela Weber e minha coorientadora Daiani Bianchini.

Ao Instituto Federal Farroupilha pela oportunidade de desenvolver meu estágio nesta grande Instituição e a turma EDI T15 que me acolheu e contribuiu para enriquecer minha formação.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: IFFar- Campus Santa Rosa.....	12
Figura 2: Espaços da instituição.....	14
Figura 3: Bilhetes dos alunos.....	23
Figura 4: Cadernos com a planificação do cilindro.....	25
Figura 5: Comparação entre o volume do cilindro e do cone.....	26
Figura 6: Estagiária demonstrando as diferentes projeções.....	28
Figura 7: Recorte do roteiro da atividade no software Geogebra.....	30
Figura 8: Alunos realizando a atividade no software Geogebra.....	31
Figura 9: Resposta do aluno aos questionamentos da atividade do Geogebra.....	31
Figura 10: Alunos realizando a atividade com o sorvete.....	32
Figura 11: Formulário disponibilizado para os alunos na prova.....	33
Figura 12: Erro técnico.....	34
Figura 13: Erro do tipo teorema distorcido.....	35
Figura 14: Erro por distração.....	35
Figura 15: Erro por distração.....	36

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	9
2 A ESCOLA – CAMPO DE INTERVENÇÃO DO ESTÁGIO.....	11
2.1 Histórico do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia- Campus Santa Rosa.....	11
2.2 Contexto Social.....	12
2.3 Contexto Cultural.....	13
2.4 Dinâmica Pedagógica.....	13
3 PRESSUPOSTOS TEÓRICOS E METODOLÓGICOS.....	20
3.1 A Educação Matemática no Campo de Intervenção do Estágio.....	20
3.2 A turma do Estágio.....	22
3.3 Os Procedimentos Didáticos Metodológicos do Estágio.....	23
3.4 A Relação Teoria e Prática na Formação do Professor.....	36
4 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	38
REFERÊNCIAS.....	40
APÊNDICE.....	42

1 INTRODUÇÃO

O presente Relatório de Estágio apresenta as atividades realizadas no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha (IFFAR)- *Campus Santa Rosa* com a turma de 2ª série do Ensino Médio desenvolvidas para o Componente Curricular “Estágio Curricular Supervisionado IV” do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha-Campus Santa Rosa.

O Estágio Curricular Supervisionado IV é realizado visando a inserção dos acadêmicos no ambiente escolar, com o intuito de praticar os conhecimentos teóricos construídos ao longo do curso. Antes da regência ocorreu a análise dos documentos oficiais da Instituição, sendo ele o Plano de Desenvolvimento Institucional (PDI) (Santa Maria, 2019) e o Projeto Pedagógico de Curso (PPC) (Santa Rosa, 2021), que será descrito no capítulo 2 deste relatório. Além disso, observei algumas aulas de matemática na turma da regência, com o intuito de conhecer a dinâmica da turma. Durante o período de regência, participei de duas reuniões pedagógicas, sendo um conselho de classe e uma reunião de pais, que possibilitaram entender melhor a realidade dos alunos e seus contextos .

Para o planejamento das aulas, busquei conhecimentos metodológicos construídos ao longo do curso e obras didáticas para nortear o nível de aprofundamento do conteúdo para aquele nível de ensino. Dentre os autores, destaca-se aqui alguns daqueles que foram norteadores para o processo de ensino e aprendizagem. Ponte, Brocardo e Oliveira (2024) tratam a respeito da investigação matemática em sala de aula, D'Ambrosio (2023) que explora a utilização da Etnomatemática no ensino e Brum e Cury (2013) que analisam e classificam os erros dos alunos. Também foram utilizadas referências sobre o ensino da Geometria, com foco em corpos redondos voltados para o 2º ano do Ensino Médio, dentre elas Andrade (2020), Dante e Viana (2024) e Iezzi, Degenszajn, Tamari e Pamanik (2024). Além disso, para fundamentar o trabalho, busquei a Base Nacional Comum Curricular (2018).

No capítulo 3 será relatado a regência e a efetividade ou não dos planejamentos realizados e do conhecimento construído pelos alunos. Será descrito o envolvimento dos alunos com as metodologias utilizadas e como se deu o processo de ensino e aprendizagem da turma. No capítulo 4 estarão as considerações finais, seguidas das referências bibliográficas e dos apêndices

contendo os planos de aula produzidos pela autora.

2 A ESCOLA – CAMPO DE INTERVENÇÃO DO ESTÁGIO

Esse capítulo foi dividido em quatro partes, a primeira descreve o histórico da escola, obtido através de conversas com a direção e dos documentos oficiais. Na segunda parte, estará contido o contexto social dos alunos. No terceiro momento será relatado o contexto cultural no qual os alunos estão inseridos. Por fim, será descrita a dinâmica pedagógica da escola.

2.1 Histórico do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia- *Campus Santa Rosa*

O Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha (IFFar) se originou através da Lei nº 11.892/2008, iniciando seus trabalhos com quatro *campus*. Ao longo dos anos, a estrutura do IFFar foi crescendo e junto com isso iniciou-se os trabalhos de novos *campus*, sendo que atualmente o Instituto conta com 11 *campus* e 2 *campus* em processo de implementação, além da reitoria (localizada em Santa Maria), de polos de Educação a Distância e centros de referência.

Adilson José Hansel foi o diretor geral de implementação do *Campus Santa Rosa* entre 2008 e 2009. Jusseila de Fátima Stangherlin Oliveira foi diretora geral no ano em que o Campus iniciou suas atividades, 2010. O primeiro diretor geral eleito foi Marcelo Eder Lamb (2010-2016), seguido de Renata Rotta (2016-2020) e a atual diretora geral professora Analice Marchezan. Durante todas as direções o Instituto cresceu, foram ofertados diferentes cursos, ampliados espaços, prédios e salas de aulas para que hoje atendesse as demandas da região.

Atualmente, O IFFar- *Campus Santa Rosa* (Figura 1) oferta cursos nos níveis médio e superior, tendo aproximadamente 1.200 alunos matriculados. Na modalidade de Educação Profissional e Tecnológica estão os Cursos Integrados ao Ensino Médio de Edificações, Móveis e Mecatrônica, além do Curso Técnico em Alimentos na modalidade EJA. Possui também, o Curso Técnico Subsequente em Administração na modalidade de Educação à Distância (EaD). Como Cursos Superiores, oferta Bacharelado em Administração, Bacharelado em Arquitetura e Urbanismo, Licenciatura em Ciências Biológicas, Licenciatura em Matemática, Tecnologia em Alimentos e Tecnologia em Mecatrônica Industrial.

Figura 1: IFFar- *Campus* Santa Rosa

Fonte: A Autora (2025).

2.2 Contexto Social

O contexto social dos alunos do IFFar- *Campus* Santa Rosa é muito diversificado, porque provém de diferentes cidades e realidades sociais. Um número expressivo de alunos reside em cidades próximas, como Alecrim, Cândido Godói, Independência, Novo Machado, Porto Lucena, Porto Mauá, Porto Vera Cruz, Santa Rosa, Santo Cristo, São José do Inhacorá, Três de Maio, Giruá, Tucunduva e Tuparendi. Por isso, a maioria dos estudantes depende de transporte coletivo, inclusive os alunos da cidade de Santa Rosa.

As condições econômicas são distintas, alguns alunos precisam trabalhar para auxiliar na renda familiar, outros alunos dedicam integralmente seu tempo ao estudo na Instituição e há também alunos que fazem cursos particulares para complementar a aprendizagem construída em sala de aula. Ainda, há alunos que recebem auxílios da Instituição, alunos bolsistas de projetos e todos os alunos dos cursos integrados têm o direito a fazer suas refeições no *Campus*.

Os estudantes, com poucas exceções, possuem acesso à água potável, energia elétrica, internet e celular em casa. A Instituição oferece acessibilidade aos alunos com deficiências físicas e visuais, como rampas, pisos táteis, identificações nas salas de aula em Braille, banheiros adaptados, entre outros. Além disso, possui um setor especializado, CAPNE, com uma equipe para atender os alunos com necessidades específicas.

2.3 Contexto Cultural

Não é possível tratar do contexto cultural dos alunos da Instituição, sem explorar a diversidade. Os estudantes provêm de diversos municípios localizados na região Noroeste do estado do Rio Grande do Sul, região povoada por diferentes povos, como indígenas, alemães, italianos, entre muitos outros, que formaram uma sociedade diversa no contexto cultural. Sendo assim, o IFFar- *campus* Santa Rosa é formado por estudantes brancos, indígenas, pardos, pretos e amarelos. A pluralidade reflete na organização da Instituição, que promove atividades e reflexões sobre as culturas e etnias.

Os alunos são incentivados a participar de diversos projetos, atividades e eventos para sua formação acadêmica e cultural. Dentre as atividades que os alunos podem participar estão: monitorias, Bandas do IFFar, grupo de dança Sentinela Farroupilha, treinos esportivos, Nós de Ariadne, entre outros projetos. Além disso, o IFFar possui eventos nos quais os alunos são convidados a publicar artigos científicos ou resumos expandidos, como a Mostra da Educação Profissional e Tecnológica (MEPT) e a Jornada de Iniciação Científica (JIC). Esses eventos ocorrem anualmente, proporcionando aos alunos mais de uma oportunidade de publicar seus estudos durante os três anos de duração do curso do Ensino Médio. Também, anualmente ocorre um importante evento que é a Mostra Cultural, na qual ocorrem apresentações de danças, teatros, músicas e exposições de desenho, fotografia, pintura, escultura, entre outras produções artísticas/culturais.

O IFFar busca promover a formação integral do aluno, com eventos culturais, acadêmicos e esportivos. Sendo assim, os estudantes se desenvolvem dentro da Instituição para além do âmbito acadêmico, desenvolvendo os aspectos sociais, culturais, pessoais e profissionais. Busca-se a formação de cidadãos que participam ativamente da sociedade e tenham habilidades como empatia, responsabilidade social e autoconfiança.

2.4 Dinâmica Pedagógica

O objetivo do IFFar é ser referência em educação profissional, científica e tecnológica, através de uma educação pública, gratuita e de qualidade. Conforme o PDI, (SANTA MARIA, 2019, p. 23), sua missão, visão e valores são:

Missão: Promover a educação profissional, científica e tecnológica, pública e gratuita, por meio do ensino, pesquisa e extensão, com foco na formação integral do cidadão e no desenvolvimento sustentável. Visão: Ser excelência na formação de técnicos de nível médio, professores para a educação básica e demais profissionais de nível superior, por meio da interação entre

ensino, pesquisa, extensão e inovação. Valores: Ética; solidariedade; responsabilidade social, ambiental e econômica; comprometimento; transparência; respeito; gestão democrática e inovação.

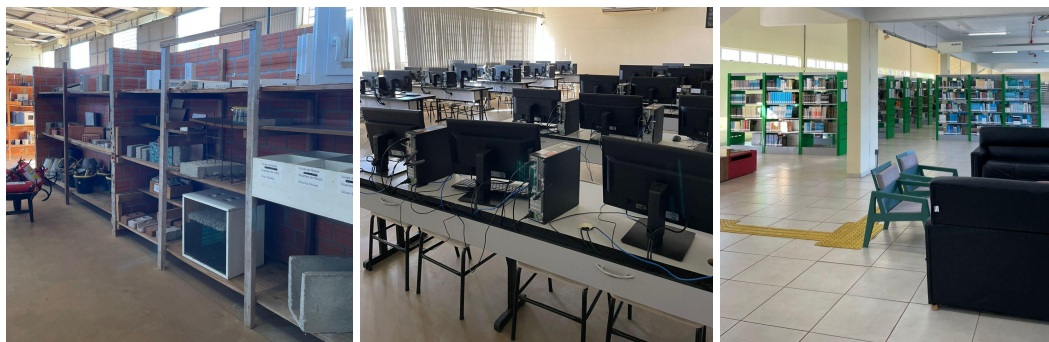
Observa-se assim, que a Instituição está preocupada com o desenvolvimento pleno de seus estudantes, oferecendo a oportunidade de participação em projetos e atividades de ensino, pesquisa, extensão e inovação. Ademais, preocupa-se com a criação de valores para além da sala de aula, como responsabilidade, comprometimento e respeito. Dessa forma, a formação do indivíduo deve ser voltada, não apenas para o ensino, mas para que se torne um sujeito crítico e consciente de seu papel na sociedade.

Além do objetivo institucional, há um objetivo geral para cada curso e também um objetivo para cada componente curricular. Segundo o Plano de Ensino (SANTA ROSA, 2025), o objetivo para o componente curricular de Matemática é:

Desenvolver a capacidade de raciocínio, compreender e usar a matemática como elemento de interpretação e intervenção no mundo, desenvolvendo o saber matemático, científico e tecnológico, concebendo a Matemática como elemento de intervenção nas mais diversas áreas da ciência.

O IFFar *campus* Santa Rosa conta com uma vasta infraestrutura física (conforme Figura 2), que pretende acolher e bem atender as necessidades de alunos e funcionários. Dentre as estruturas estão salas de professores, de direções, de coordenações de cursos, de reuniões, das Entidades Estudantis, salas de aula, secretaria, setores especializados, administrativo, almoxarifado, auditório, ginásio, biblioteca e refeitório. Ademais, conta com diversos laboratórios, como o de ensino de física, de informática, de matemática, de química, de móveis, de mecatrônica, de eletrônica, entre diversos outros.

Figura 2: Espaços da instituição



Fonte: A Autora (2025).

Os espaços são utilizados para a construção da aprendizagem no componente de Matemática. Além da sala de aula, os laboratórios de informática são utilizados para facilitar a visualização dos conceitos e conteúdos estudados. O

Laboratório de Matemática possui muitos materiais didáticos que são utilizados para o ensino de grande parte dos assuntos da Matemática. Com o apoio dos materiais didáticos e recursos tecnológicos, os professores utilizam de diversas metodologias como Modelagem Matemática, Investigação Matemática e Resolução de Problemas.

Os alunos também têm acesso a algumas coordenações, que possuem salas próprias, tais como: a Coordenação de Assistência Estudantil (CAE), a Coordenação de Apoio a Pessoas com Necessidades Educacionais Específicas (CAPNE) e Coordenação das Ações Afirmativas (CAA). A Instituição conta também com diversos núcleos de apoio a ações específicas, tais como: Núcleo de Estudos Afro-Brasileiros e Indígenas (NEABI) e Núcleo de Gênero e Diversidade Sexual (NUGEDIS). Essa organização é muito importantes, devido ao atendimento e suporte que dão aos alunos.

A CAE é formada por uma equipe de profissionais que visam atender as necessidades dos estudantes, como médico, dentista, psicólogo, assistente social, nutricionista, dentre outros. Esses e outros profissionais pretendem enfrentar as desigualdades sociais e garantir a permanência e o êxito dos estudantes, através de segurança alimentar, auxílio financeiro, atenção à saúde, promoção do esporte, cultura e lazer e apoio didático pedagógico. Segundo o PDI:

É função da Assistência Estudantil atuar em conjunto com outros setores da instituição e da sociedade para minimizar as necessidades dos estudantes em situação de vulnerabilidade socioeconômica, possibilitando a inclusão social, a produção de conhecimento, a melhoria do desempenho acadêmico e a qualidade de vida (SANTA MARIA, 2019, p.87).

Além disso, a CAPNE atende alunos com necessidades educacionais específicas, contando com docente em Educação Especial, tradutoras e intérpretes de LIBRAS e monitores. Tendo a função de minimizar impactos do processo de aprendizagem desses estudantes, identificando e organizando recursos necessários para a participação dos alunos e pleno desenvolvimento educacional. Atualmente, o *campus* Santa Rosa possui 30 alunos com deficiência, sendo elas variadas, como Transtorno do Déficit de Atenção com Hiperatividade (TDAH), Transtorno do Espectro Autista (TEA), surdez, entre outros. Esses alunos necessitam de Atendimento Educacional Especializado (AEE). Conforme Poker *et al* (2013, p. 31):

O apoio docente especializado dará ao aluno a oportunidade de desenvolver suas competências por meio de um currículo que atenda às suas necessidades educacionais, ou seja, com atividades, uso de recursos e conteúdos que favorecem os processos de aprendizagem.

De modo a atender as demandas de cada aluno, o trabalho é feito coletivamente, com profissionais da CAE, CAPNE, professores e Direção de Ensino.

A CAE e a CAPNE dão todo o suporte necessário para que os alunos possam aprender, como interpretação em LIBRAS, comunicação com psicólogo e entendimento das dificuldades específicas de cada um. Os professores, a partir do trabalho destas Coordenações, fazem adaptações em seus planejamentos, para que as dificuldades individuais possam ser superadas.

Ainda, a CAA promove atividades que garantem uma educação pluricultural e pluriétnica, propicia o respeito a todos os sujeitos e estimula debates e reflexões sobre diversas temáticas. O NEABI promove palestras, debates, oficinas, reflexões para promover conhecimento e valorização da história e cultura dos povos africanos e indígenas, ressaltando a diversidade cultural e étnica que formou o país. Como meio de incluir todos na educação, o NUGEDIS proporciona reflexões acerca da construção de conceitos de gêneros e diversidade sexual. O objetivo é incluir aqueles que comumente são rejeitados por não seguir as normas de gênero e matriz sexual.

A avaliação na Instituição é qualitativa, quantitativa, contínua e gradual. Isso significa que os alunos são constantemente avaliados por diversos instrumentos que devem considerar não somente a nota do aluno, mas também seu crescimento ou não e sua participação com relação ao processo de ensino e aprendizagem.

Conforme a Lei nº 11.892/2008, que cria os Institutos Federais de Educação, Ciência e Tecnologia, dentre as características desses Institutos estão a promoção de ensino, pesquisa e extensão. Os alunos são convidados a participar de projetos das três dimensões, especialmente de projetos de ensino. Os projetos de ensino são desenvolvidos em um período no qual os alunos não estão em aula, visando melhorar o processo de ensino e aprendizagem. Em especial, destaca-se a monitoria, na qual os alunos são auxiliados por algum estudante do ensino médio que esteja no último ano ou do curso superior, que explicam o conteúdo, sanam as dúvidas e auxiliam na realização de atividades. Além disso, os professores promovem a recuperação paralela durante o ano letivo, na qual os alunos têm oportunidade de retomar conteúdos. Espera-se que participando de atividades e projetos de ensino, os alunos tenham maior aproveitamento e consigam aprender o que está previsto para cada componente curricular.

Para a avaliação do rendimento dos estudantes, serão utilizados instrumentos de natureza variada e em número amplo o suficiente para poder avaliar o desenvolvimento de capacidades e saberes, com ênfases distintas, ao longo do período letivo. (SANTA ROSA, 2021, p. 36)

Cada professor define seus instrumentos de avaliação, mas a nota e

frequência mínima para que o aluno seja aprovado é a mesma para todas as disciplinas. A frequência mínima é 75% e a média é 7,0. Caso o aluno tenha uma nota inferior a 7,0, mas superior a 1,7, terá direito ao exame. Esse cálculo é feito através de uma média ponderada, na qual a média anual do estudante terá peso 6,0 e a nota do exame terá peso 4,0, sendo que essa média ponderada deverá ser igual ou superior a 5,0 para que ocorra a aprovação do aluno. O aluno ainda passará pelo Conselho de Classe Final, que avaliará todo rendimento escolar do aluno, observando seu empenho, inclusive na recuperação paralela.

Tendo em vista que são dois semestres letivos, e um baixo aproveitamento no primeiro semestre pode acarretar na impossibilidade de recuperação no segundo semestre e conseqüentemente o exame ou a reprovação, os alunos são comunicados sobre suas avaliações parciais do semestre. Isso faz com que, caso se observe um baixo desempenho, seja possível superar as dificuldades através da recuperação paralela, da complementação de estudos e de atividades que possibilitem a aprendizagem do aluno acerca dos assuntos estudados. Por isso, na durante o semestre são realizados conselhos de classe e reuniões de pais, como também é feito ao final do semestre.

Durante o período de estágio participei de reuniões pedagógicas. No conselho de classe, a diretora de ensino reforçou a importância daqueles alunos que estavam abaixo da média no primeiro semestre tivessem a ciência e a oportunidade de recuperar conhecimentos e notas. Ela repassou alguns recados importantes sobre alguns eventos que ocorreriam na Instituição no mês seguinte, para que os professores pudessem organizar seus cronogramas, tendo em vista que nos dias dos eventos, as turmas não teriam aula.

Dado início oficialmente ao conselho, a diretora de ensino falou da responsabilidade de todos os professores para a formação dos estudantes, que vai além da formação acadêmica, mas a formação de cidadãos. Ela salientou que é importante que os professores corrijam os alunos e não os deixem utilizar palavras de baixo escalão, porque essa atitude vinha acontecendo entre os estudantes. Destacou também que os alunos não devem depredar o patrimônio público, como mesas, cadeiras e paredes, que estavam sendo riscadas. Por isso, os professores, ao verem algum aluno depredando algo, devem corrigi-los e encaminhar a CAE.

Em seguida, uma representante da turma entrou na sala para trazer os aspectos que foram pontuados pelos alunos no pré-conselho. O pré-conselho é o espaço no qual os alunos podem conversar com o professor conselheiro e discutir

aspectos a serem melhorados com relação à turma, aos professores e a Instituição. Os alunos trouxeram algumas preocupações com relação à infraestrutura, como: goteiras na sala, ninho de inseto na janela e cortina estragada. A direção tomou nota e disse que o ninho deveria ter sido retirado na semana anterior, mas que seria solicitado a retirada novamente. Com relação a cortina, seria encaminhado o quanto antes o conserto, tendo em vista que sem a cortina o sol bate na sala durante a manhã e atrapalha o processo de aprendizagem. A turma demonstrou preocupação com relação a aprendizagem no componente de Inglês, porque a professora estava afastada por um mês. A direção explicou que os alunos não seriam prejudicados pela ausência da professora nesse período e que as aulas perdidas seriam recuperadas posteriormente. Além disso, a aluna mencionou melhoras da turma com relação ao comportamento e convivência, que foi confirmada pelos professores presentes na sala de aula.

Quando a aluna se retirou, o coordenador do Curso mencionou o nome de cada aluno e os professores deveriam apontar aqueles que estivessem com risco de exame em suas disciplinas. No geral, poucos alunos estavam com risco de exame e as disciplinas com as notas mais baixas eram Matemática e Topografia. Os professores tinham poucas colocações a fazer sobre os alunos e estavam satisfeitos com o desempenho geral da turma. A partir do conselho, os pais foram convidados a participar da reunião de pais, em especial, os pais dos alunos com menor desempenho. Na reunião, dos 32 alunos da turma, compareceram os pais de apenas 4 para conversar com a professora de Matemática, sendo que 2 estavam com notas inferiores à média. Pode-se observar que a participação dos pais foi baixa de modo geral, não apenas no componente de Matemática. Isso é preocupante, tendo em vista que os pais são responsáveis pelos estudantes e devem ter um contato com a escola para compreender como o filho se comporta e se desenvolve dentro da Instituição.

Para a reunião, a professora de matemática da turma não pode comparecer, portanto me passou as notas de todos os alunos até o momento da reunião e me orientou a conversar com os pais sobre a participação dos alunos nas minhas aulas. Assim, discuti com os pais acerca das notas dos seus filhos e sobre seu interesse e empenho nas aulas de Matemática. Observei que os pais que vieram na reunião estavam cientes do desempenho dos filhos e que os filhos, apesar da dificuldade com o componente curricular, se esforçaram nas aulas, participando e desenvolvendo as atividades. Dessa forma, reparei que aqueles alunos que se

esforçam e estudam possuem famílias que participam e cobram um bom desempenho.

3 PRESSUPOSTOS TEÓRICOS E METODOLÓGICOS

Esse capítulo será dividido em quatro partes. A primeira parte apresentará sobre a educação matemática no campo de intervenção do estágio, contendo autores que tratam a respeito das metodologias utilizadas e dos conteúdos ensinados durante a regência. O segundo momento será destinado a turma na qual o estágio foi desenvolvido, trazendo a perspectiva da direção, da professora regente e da estagiária. No terceiro momento conterà os procedimentos didáticos metodológicos mais marcantes utilizados durante a regência, juntamente com o relato de seu sucesso ou não. Por fim, será exposto a aprendizagem construída durante a regência de classe.

3.1 A Educação Matemática no Campo de Intervenção do Estágio

Na turma de realização do estágio o tema desenvolvido foi geometria espacial, com foco nos corpos redondos, sendo que os objetos de conhecimento estudados foram cilindro, cone, tronco de cone e esfera. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC)(BRASIL, 2018) na área da Matemática propõe que no Ensino Médio ocorra o aprofundamento das aprendizagens do Ensino Fundamental. Para isso, “os estudantes devem desenvolver habilidades relativas aos processos de investigação, de construção de modelos e de resolução de problemas” (BRASIL, 2018, p. 529). No campo da geometria espacial, os alunos devem investigar situações a fim de obter as fórmulas de cálculo de medida do volume das figuras. Além disso, devem resolver problemas que envolvam contextos reais formados por composições dos sólidos estudados.

A geometria é um campo da matemática que está relacionada à realidade do aluno, que pode ser vista nos elementos do cotidiano. Para Rêgo, Rêgo e Vieira (2022), é necessário pensar e raciocinar geometricamente, investigando as formas e o espaço. Portanto, os alunos devem estudar e aprender a geometria como uma forma de interpretar e conhecer o mundo que os rodeia. Por isso, buscou-se de diferentes formas e utilizando diferentes metodologias, mostrar a importância desse assunto e associá-lo a situações reais.

Utilizou-se do método Expositivo e Dialogado para o ensino dos corpos redondos, método indispensável para a aprendizagem. A simples exposição de um tema não resulta na aprendizagem, sendo necessário aliar a exposição ao diálogo. Conforme Andreato (2019, p. 705), “Não um diálogo vertical, imposto, mas diálogo horizontal, respeitando os saberes dos educandos e buscando, junto com os alunos,

a superação desses saberes.” Tendo em vista a potencialidade do método, foi utilizado buscando envolver os alunos e trazer o diálogo para o centro do ensino. A cada novo objeto de conhecimento, os alunos eram questionados a respeito de seus conhecimentos prévios, especialmente sobre geometria plana e através dos questionamentos eram incentivados a pensar nas fórmulas de medida de área e volume dos sólidos.

Outra metodologia utilizada durante o estágio foi a Investigação Matemática. Essa metodologia faz com que o aluno seja ativo na construção de seus conhecimentos, incentivando-o a utilizar o raciocínio para explorar situações e propor soluções. De acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2024, p. 23): “O aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com seus colegas e o professor.” A investigação foi realizada em grupos, motivando a interação entre os alunos. Posterior às apresentações das hipóteses, a turma chegou às conclusões esperadas de forma coletiva.

Também foi utilizada a metodologia da Etnomatemática, que visa contribuir para a aprendizagem dos alunos aproximando o objeto de estudo ao seu cotidiano. Conforme D’Ambrósio (2023, p. 49), “A proposta pedagógica da etnomatemática é fazer da matemática algo vivo, lidando com situações reais no tempo [agora] e no espaço [aqui].” Com essa metodologia, os alunos partiram de um objeto cotidiano para entender qual sólido melhor representa esse objeto e em seguida calcular as medidas de área e volume do mesmo.

Buscando analisar a efetividade do uso de cada metodologia, os alunos foram avaliados continuamente. De acordo com Valente (2012, p. 112), o objetivo da avaliação é

fornecer informações relativas ao processo de ensino e aprendizagem, inclusive a respeito das dificuldades sentidas pelos alunos; informações sobre a compreensão que os alunos têm e a interpretação que fazem, contendo o diagnóstico das razões que originaram as dificuldades observadas nos alunos; e fornecer subsídios para a (re)orientação da prática escolar.

A avaliação contínua permite que o professor compreenda quais as dificuldades dos alunos e busque alternativas para superá-las. Também permite que o aluno observe seu processo de aprendizagem para que progrida constantemente. Para isso, utilizou-se alguns instrumentos avaliativos, como assiduidade, participação durante as aulas, realização das atividades propostas, incluindo os

temas de casa, além do trabalho e do teste avaliativos. Segundo Cury (2024), o erro pode ser uma importante ferramenta e faz parte do processo de aprendizagem. Através da análise do erro, é possível verificar o pensamento do aluno e identificar suas dificuldades. Quando identificadas, pode-se pensar em maneiras de solucionar as lacunas.

3.2 A turma do Estágio

O estágio foi desenvolvido no 2º ano do Curso Técnico Integrado em Edificações. A turma foi disponibilizada pela professora regente, que apresentou algumas características da turma. Ela explicou que a turma no geral tinha um bom desempenho e que os alunos com mais dificuldades não estavam muito abaixo da média. A professora informou que na turma não havia nenhum aluno com transtorno, déficit ou deficiência, portanto não era necessário fazer nenhuma adaptação no planejamento. Apesar disso, ela relatou que uma aluna havia reprovado no ano anterior e não estava tendo um bom desempenho e outra aluna que estava em um período de luto e não era muito participativa em aula.

Durante as observações das três turmas do curso de Edificações, alguns aspectos chamaram a atenção. De acordo com o Artigo 2º da Lei nº 15.100/2025 “Fica proibido o uso, por estudantes, de aparelhos eletrônicos portáteis pessoais durante a aula, o recreio ou intervalos entre as aulas, para todas as etapas da educação básica.” No entanto, uma vez observou-se uma aluna usando o telefone celular sem a solicitação da professora, para fins que não eram pedagógicos.

Os alunos estavam habituados a desenvolver atividades diferentes, especialmente no Laboratório de Informática. Por isso, a turma no geral demonstrava interesse e realizavam todas as atividades propostas, especialmente quando envolviam alguma metodologia diferente. Além disso, em algumas situações durante a explicação e realização de exercícios, era necessário chamar a atenção dos alunos, que de uma forma respeitosa atendiam ao solicitado, não havendo grande dificuldade em mantê-los ativos nas aulas.

A partir da conversa com a professora regente e da observação das notas dos alunos, ficou evidente que no geral eles são muito dedicados, buscam participar e realizar as atividades e quando atrasam nas entregas, procuram a professora para entregar ou fazer outra tarefa no lugar. Nas aulas isso também se evidenciou, porque através da observação dos cadernos dos alunos, verificou-se que eles faziam os exercícios e quando não realizavam pediam para que eu olhasse na

semana seguinte, porque colocariam as atividades em dia.

3.3 Os Procedimentos Didáticos Metodológicos do Estágio

Na primeira aula foi realizada a apresentação da estagiária e dos alunos, alguns combinados, mencionando os conteúdos a serem estudados e a organização das avaliações. Os alunos se apresentaram, dizendo o nome, idade e cidade. As idades dos estudantes estão entre 16 e 18 anos. Entre os combinados, estavam a não utilização do celular em sala de aula, sem a solicitação da estagiária, bem como a tolerância de apenas 5 minutos após o intervalo para que os alunos entrassem em sala. Caso os alunos se atrasassem, deveriam pegar um bilhete na Assistência Estudantil, justificando o atraso.

Já na primeira aula, houveram alunos que chegaram atrasados do intervalo e tiveram que buscar um bilhete. Eles entraram atrasados e tive que pedir para que saíssem e voltassem com a autorização, mas a partir dessa aula, eles compreenderam a dinâmica e não foi mais necessário cobrá-los, conforme Figura 3. Havia um certo receio de que pela idade aproximada, os alunos não respeitassem a autoridade da estagiária. Segundo Tardif (2014, p. 139), “No tocante ao professor, a autoridade reside no “respeito” que ele é capaz de impor aos seus alunos, sem coerção.” Observou-se que os alunos tiveram respeito pela autoridade da estagiária em sala de aula. Houveram momentos em que os alunos tinham conversas paralelas, porém quando a estagiária solicitava silêncio, os próprios alunos chamavam a atenção uns dos outros para ouvir. Nesse aspecto, a turma foi excelente, pode-se desenvolver atividades diversificadas e em grupos, porque a turma foi muito colaborativa.

Figura 3: Bilhetes dos alunos

The image shows two identical authorization forms for student entry, titled "AUTORIZAÇÃO DE ENTRADA". Both forms are signed by LEONICE STARCK HÜBNER, Assistente de Alunos, with a stamp of the Assistência Estudantil. The top form is dated 18/03/2025 and the bottom form is dated 11/03/2025. Both forms mention the course "Educação" and the location "Santa Rosa".

Top Form Details:

- Assistência Estudantil
- Autorizo o aluno(a) [redacted] do curso de Educação para entrar na aula de [redacted]
- Motivo: [redacted]
- Santa Rosa, 18/03/2025.

Bottom Form Details:

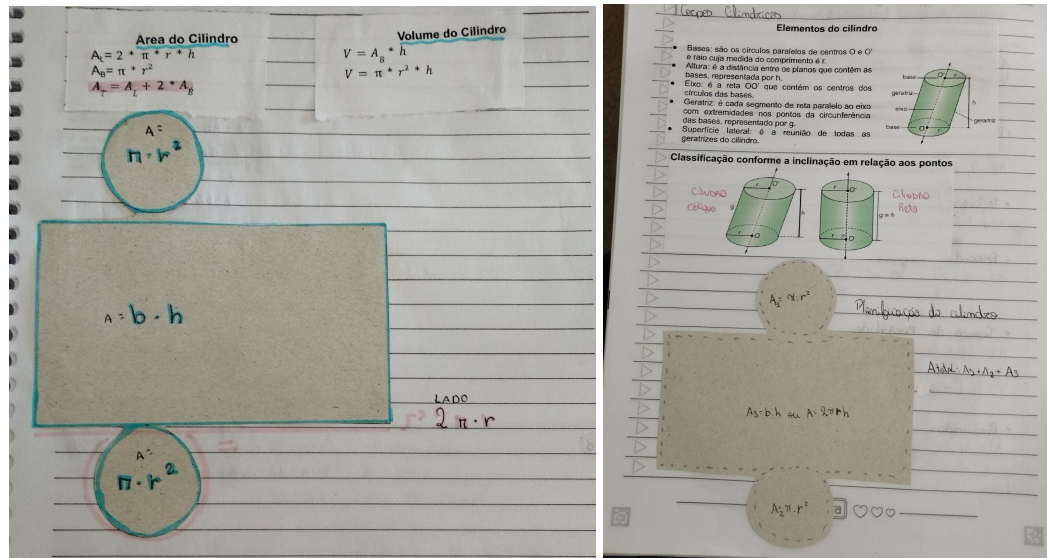
- Assistência Estudantil
- Autorizo o aluno(a) [redacted] do curso de Educação para entrar na aula no horário [redacted] Motivo: [redacted]
- Santa Rosa, 11/03/2025.

Fonte: A Autora (2025).

Na atividade de Etnomatemática, desenvolvida no Plano de Aula 1 (Apêndice 1) para o objeto de conhecimento cilindro, os alunos responderam bem aos questionamentos. Quanto a pergunta *“No cotidiano, onde podemos encontrar o cilindro? Quais objetos tem formato semelhante a um cilindro?”* Os alunos trouxeram vários exemplos de seu dia a dia, demonstrando interesse e participando da proposta. Quanto a pergunta *“Durante o curso, vocês utilizam algum material em formato cilíndrico?”* Esperava-se que trouxesse como resposta o cano de PVC, mas uma aluna trouxe como resposta corpo de prova e explicou para que servia e como eles utilizavam. Então eles foram questionados se já haviam estudado algo com relação ao encanamento e eles responderam afirmativamente, permitindo dar sequência ao planejamento.

A etnomatemática contribuiu para o processo de aprendizagem porque aproximou o objeto de estudo do cotidiano dos alunos, incentivando-os a estudar o tema tendo em vista a pertinência para suas vidas. Com a atividade do cano de PVC, os alunos tiveram uma visualização da planificação de um cilindro, facilitando a compreensão das fórmulas das áreas. A visualização é um importante processo, especialmente na geometria, porque permite que o aluno realmente compreenda as fórmulas estudadas, não apenas decorando para a avaliação. De acordo com Leivas e Lutz (2023, p.11) “Com o manuseio de uma coleção de objetos a serem classificados, acreditamos que os alunos, a partir da visualização de figuras geométricas que constituem cada um dos itens, terão uma forma mais atrativa e instigadora.” Verificou-se a partir das anotações no caderno dos alunos (Figura 4) que a manipulação e planificação auxiliou a compreender as figuras que compõem a área lateral e a área da base de um cilindro. Sendo assim, a união da etnomatemática e a utilização da dobradura foram válidos, sendo pertinentes para o processo de aprendizagem.

Figura 4: Cadernos com a planificação do cilindro

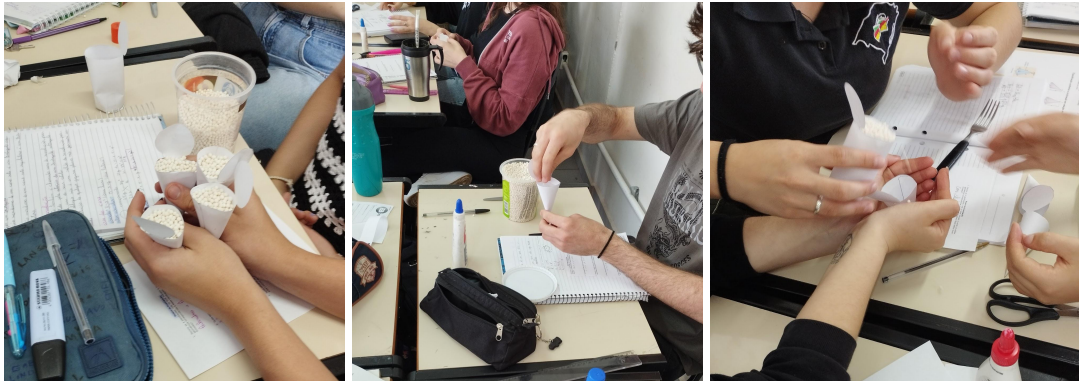


Fonte: A Autora (2025).

Assim como a atividade da dobradura, os exercícios foram realizados em duplas, o que evidenciou a cooperação mútua, de uma forma positiva. Segundo Costa *et al* (2025, p. 62), “A instrução entre pares é uma metodologia ativa que promove a interação entre os alunos para que possam compartilhar conhecimentos, tirar dúvidas e aprender uns com os outros.” Os alunos puderam assim discutir as questões e até mesmo esclarecer suas dúvidas com o colega, facilitando o processo de aprendizagem. A realização de atividades em duplas ou grupos ocorreu em diversas aulas, sendo observado a sua importância para o envolvimento dos alunos e para a discussão entre eles sobre os temas estudados.

A segunda aula teve como objeto de conhecimento o cone (Plano de Aula 2- Apêndice 1). Através do método Expositivo e Dialogado, a professora apresentou os elementos do cone, sua planificação e área. Para o estudo do volume, os alunos foram convidados a desenvolver uma atividade investigativa. Eles formaram quartetos e receberam três cones e um cilindro planificados, que deveriam ser recortados e colados de modo que uma das bases ficasse aberta (Figura 5). Receberam também o roteiro da atividade e grãos de sagu. O intuito da atividade foi de que os alunos compreendessem que o volume de um cilindro é igual ao volume de três cones com mesma área de base e mesma altura.

Figura 5: Comparação entre o volume do cilindro e do cone



Fonte: A Autora (2025).

A maioria dos grupos chegou corretamente a resposta de que o volume do cilindro equivale ao volume de três cones. Porém houveram grupos que não colaram as figuras nas marcações corretas ou amassaram muito os papéis, fazendo com que chegassem a outros resultados. Um grupo concluiu que o volume do cilindro equivale ao volume de quatro cones e outro grupo chegou à conclusão que o volume do cilindro equivale a dois cones e meio. Como eu estava acompanhando o desenvolvimento da atividade de cada grupo, pedi para que os grupos mais próximos fizessem a demonstração com seus materiais. Assim, apesar dos contratempos, todos conseguiram compreender corretamente a relação entre o volume dos dois sólidos.

A atividade foi muito significativa para a compreensão dos alunos. Eles se envolveram e puderam verificar através de uma atividade prática a relação entre os volumes dos dois sólidos. Apesar de exigir mais tempo do que apenas a explicação, a proposta permitiu um momento de descontração e troca de ideias, no qual os alunos foram ativos na construção de sua aprendizagem. O impacto dessa aula foi verificado na avaliação escrita, onde apenas 2 alunos erraram a questão que tratava da comparação entre o volume de um cone e de um cilindro, sendo uma a aluna que faltou à aula.

Nesta aula, ocorreu um caso de indisciplina quando uma aluna pegou um tablet da mochila para fazer algo que não tinha cunho pedagógico. Conforme o combinado, isso não deveria acontecer e o tablet foi encaminhado para a Assistência Estudantil, conforme as normativas da Instituição. Esse tipo de acontecimento ocorreu apenas nesta vez, de forma isolada, e teve um desfecho de advertência.

Na terceira aula, com o objeto de conhecimento tronco de cone (Plano de Aula 3- Apêndice 1), abordou-se o tema a partir de uma Investigação Matemática,

com a problematização de uma caixa de água. Os alunos deveriam pensar no problema e aproximar o formato da caixa de água a um sólido geométrico, semelhante ao cilindro e cone. No entanto, eles rapidamente deduziram que a caixa se aproximava do tronco de um cone.

Isso trouxe à tona a importância do planejamento e da segurança sobre aquilo que será ensinado. O planejamento é de grande importância porque serve para organizar o trabalho docente, porém ele permite mudanças, como ocorreu nessa aula. Segundo Libâneo (2013, p. 248):

o plano é um *guia de orientação*, pois nele são estabelecidas as diretrizes e os meios de realização do trabalho docente. Como sua função é orientar a prática, partindo das exigências da própria prática, ele não pode ser um documento rígido e absoluto, pois uma das características do processo de ensino é que está sempre em movimento, está sempre sofrendo modificações face às condições reais.

Desta forma, evidencia-se a importância da prática docente, contornando a condução da atividade, quando a dinâmica em sala de aula não ocorre conforme o planejado. Nesta situação, ao invés de fazer os questionamentos previstos: “*As bases dessa caixa de água possuem o mesmo tamanho?*”, “*Os cilindros que estudamos tinham bases iguais ou diferentes?*”, “*Sabendo que o cilindro deve ter as duas bases de mesmo tamanho? Qual sólido poderia representar essa caixa de água?*”, apenas foi conceituado a diferença entre o cilindro e o tronco de cone, abordando os conceitos e fórmulas.

Na quarta aula, o objeto de conhecimento foi a esfera (Plano de Aula 4- Apêndice 1). Houve uma mudança de horário e essa aula ocorreu no período da tarde. Devido ao cansaço após um dia inteiro de aula, os alunos estavam pouco participativos, influenciando na interação professor-aluno. Conforme o planejamento para esta aula, havia diferentes materiais e recursos, mas com relação ao desânimo dos alunos, não havia nenhuma atitude diferente a ser tomada, que a tornasse atrativa. Tardif (2014, p.129), trata que “enquanto ser social, o aluno também sofre inúmeras influências sobre as quais o professor não exerce nenhum controle.” Apesar disso, buscou-se fazer com que os alunos compreendessem o tema abordado na aula, porque faz parte da formação deles. Em alguns momentos foi possível chamar a atenção dos alunos devido aos diferentes materiais utilizados na aula, conforme Figura 6.

Figura 6: Estagiária demonstrando as diferentes projeções



Fonte: A Autora (2025).

Esta aula foi a primeira em que uma aluna esteve presente, ela não tinha justificativa para três semanas nas quais faltou. Isso significa que ela esteve ausente nas aulas em que foram estudados três dos quatro objetos de conhecimentos previstos para o estágio. Sua ausência teve grande impacto em sua aprendizagem e em seu desempenho nas avaliações. Houve uma lacuna na aprendizagem de geometria espacial, verificada na avaliação escrita, na qual a aluna deixou 3 das 10 questões em branco, tendo alguns erros nas questões realizadas.

Isso evidencia que o professor tem um papel muito importante no processo de ensino e aprendizagem, mas para que esse processo se efetive é necessário uma colaboração mútua entre família, escola e aluno. Neste caso, não foi possível ensinar a aluna porque ela não estava presente e enquanto docente não havia como controlar isso, sendo papel do professor informar a direção para que entre em contato com a família. Conforme Tardif (2014, p. 132), “Nada nem ninguém pode forçar um aluno a aprender se ele mesmo não se empenhar no processo de aprendizagem”. Sente-se uma certa impotência diante das faltas da aluna, porque apesar de saber que ela seria prejudicada, não havia como obrigá-la a comparecer à aula.

Na quinta semana de aula, constava no Plano 5 (Apêndice 1) que seria realizado exercícios sobre esfera durante um período e nos dois períodos seguintes teria uma atividade no Laboratório de Informática. O primeiro período ocorreu conforme o planejado, os alunos focaram na realização das atividades. No entanto, houve um agendamento sobreposto do Laboratório de Informática, e não pudemos realizar a atividade prevista. Logo, a turma permaneceu em sala e realizaram exercícios de revisão para o trabalho avaliativo. Os alunos ficaram desanimados e

cansados, porque permaneceram três períodos seguidos apenas fazendo exercícios.

O professor planeja a aula esperando que ela ocorra daquela forma e quando acontece um imprevisto que impede a execução do planejamento é desafiador. Esta aula se mostrou um grande desafio, porque foi necessário rapidamente replanejar a prática pedagógica. Conforme Libâneo (2013, p. 249), “o plano é um guia e não uma decisão inflexível”. O planejamento permite flexibilidade, porém existe diferença entre o professor optar por fazer uma mudança e o professor estar diante da necessidade de adaptar seu planejamento. Apesar desse obstáculo, foi possível propor outra atividade como forma de revisão, que estava prevista para a aula seguinte.

Na última aula antes do trabalho avaliativo (Plano de Aula 6- Apêndice 1), esperava-se realizar uma revisão através de uma lista de exercícios e uma atividade envolvendo o cálculo de volume dos sólidos estudados a partir do sorvete. Porém, como na semana anterior os alunos haviam feito uma lista como forma de revisão, optou-se por fazer a correção da lista, a atividade no Laboratório de Informática com o *software* Geogebra e a atividade envolvendo o sorvete. Para que fosse possível fazer ambas as atividades planejadas, reduziu-se o tempo da atividade do Geogebra.

Muitos alunos estavam representando o *campus* em um evento cultural promovido pelo IFFar neste dia, por isso, pode-se atender os alunos de maneira mais individualizada. Os alunos gostaram de desenvolver as atividades diferenciadas, porém verificou-se uma dificuldade em manipular o *software* Geogebra. Eles receberam um roteiro a ser seguido para realizar as construções da atividade (Figura 7), mas mesmo com a imagem demonstrando onde deveriam clicar, houve muita dificuldade. Demonstrou-se assim, que apesar de os alunos serem da geração tecnológica e terem acesso às Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDICs), possuem baixa competência digital.

Figura 7: Recorte do roteiro da atividade no *software* Geogebra

Construção do Cilindro

1. Abra o *software* Geogebra  e em seguida escolha a janela de visualização 3D  Janela 3D .
2. Na barra de ferramentas da janela de visualização 2D, clique em  e posterior  Círculo definido por Três Pontos . Crie o primeiro ponto em $(-3,0,0)$, o segundo ponto em $(0,-3,0)$ e o terceiro ponto em $(3,0,0)$.
3. Na janela de visualização 3D, selecione na barra de ferramentas  e posterior  Extrusão para Prisma . Clique na circunferência e defina a altura do cilindro em 3.
4. Na barra de ferramentas, clique em  e depois em  Ponto em Objeto . Selecione um ponto da circunferência inferior, depois um ponto da circunferência superior e em seguida outro ponto da circunferência superior.
5. Na barra de ferramentas, selecione  e em seguida  Segmento . Forme um segmento entre os pontos D e E e outro segmento entre os pontos E e F. Nomeie esses segmentos como h e d respectivamente, porque representarão a altura e o diâmetro do cilindro. Ajuste os pontos de modo que $h=3$ e $d=6$.

Fonte: A Autora (2025).

Os alunos já utilizaram o *software* Geogebra em diversas aulas ministradas pela professora regente, por isso, esperava-se que não houvesse muita dificuldade. Devido a isso, a proposta foi para que os alunos manipulassem o *software*, formando os sólidos e realizando as comparações (Figura 8). Como muitos alunos tiveram dúvidas, evidenciou-se a dificuldade geral da turma, como estagiária pensou-se em fazer a construção do cilindro como exemplo e deixar para que os alunos construíssem os outros dois sólidos. No entanto, cada aluno estava em uma etapa diferente da atividade, sendo que talvez atrapalhasse a concentração se a estagiária fosse explicar. Então, optou-se por deixar que eles fizessem com a ajuda individualizada da estagiária e dos colegas próximos. A medida adotada talvez não tenha sido a melhor, mas o Laboratório estava reservado apenas para aquele período e mesmo que muitos não concluíssem a atividade, conseguiram fazer a construção de pelo menos um dos corpos redondos.

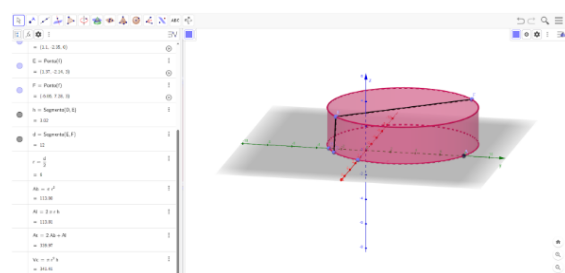
Figura 8: Alunos realizando a atividade no *software* Geogebra

Fonte: A Autora (2025).

O objetivo da atividade era que os alunos observassem o comportamento da área e do volume quando o raio e a altura fossem alterados. Grande parte dos alunos, teve dificuldade de fazer as construções no *software*, porém conseguiu responder aos questionamentos corretamente. Conforme Figura 09, um dos alunos verificou que ao dobrar o raio de um cilindro a área lateral duplica, devido a sua fórmula $A_L = 2\pi rh$, que contém o raio porém sem elevar a nenhum expoente. Do mesmo modo a área da base e volume, cujas fórmulas são $A_B = \pi r^2$ e $V = \pi r^2 h$, quadruplicam, porque o raio está elevado ao quadrado. Já, quando a altura duplica, a área lateral e o volume duplicam e a área da base não muda porque não tem relação com a altura.

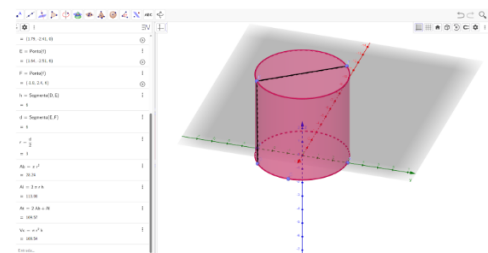
Figura 9: Resposta do aluno aos questionamentos da atividade do Geogebra

8. Se a medida do raio for dobrada, o que ocorre com a área da base? E com a área lateral? E com o volume? Por que isso ocorre?



R: O volume e a área da base quadruplicaram, e a área lateral duplicou, resultado da fórmula, que para volume e área da base, elevamos o raio ao quadrado, e na área lateral não.

9. Volte o raio ao tamanho 3, agora dobre a altura. O que ocorreu com a área da base? E com a área lateral? E com o volume? Explique.



R: A área da base permaneceu a mesma, pois é independente da altura. Já a área lateral e o volume duplicaram pois ambas são dependentes do valor da altura, que foi duplicada também.

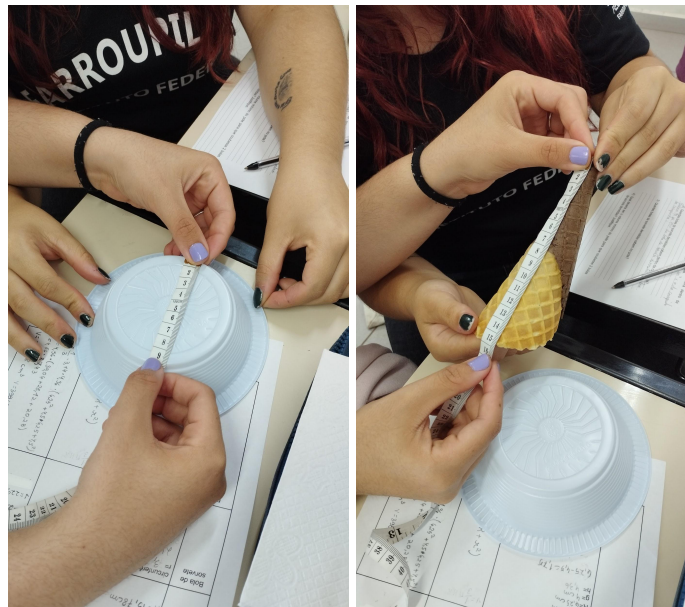
Fonte: A Autora (2025).

Sendo assim, a atividade do Geogebra foi bem sucedida, porque mesmo aqueles que não fizeram toda a atividade, conseguiram analisar e verificar as relações em pelo menos um corpo redondo. Isso reforçou a compreensão de que o

raio e a altura alteram a área e o volume proporcionalmente às fórmulas, conforme estudado em alguns exercícios.

A atividade de medição e cálculo de volume relacionada ao sorvete foi desenvolvida com maior facilidade. Os alunos mediram uma casquinha em formato cônico, um pote de sorvete com formato de tronco de cone e uma bola de isopor que representaria o sorvete, e na sequência calcularam os volumes e responderam alguns questionamentos através da comparação entre os volumes. Os alunos ficaram empolgados com a atividade e se empenharam em sua realização (Figura 10). Além disso, eles sabiam que ao final da atividade ganhariam um sorvete, então aqueles que finalizaram primeiro pediam para que os colegas finalizassem logo, para que pudessem desfrutar do sorvete.

Figura 10: Alunos realizando a atividade com o sorvete



Fonte: A Autora (2025).

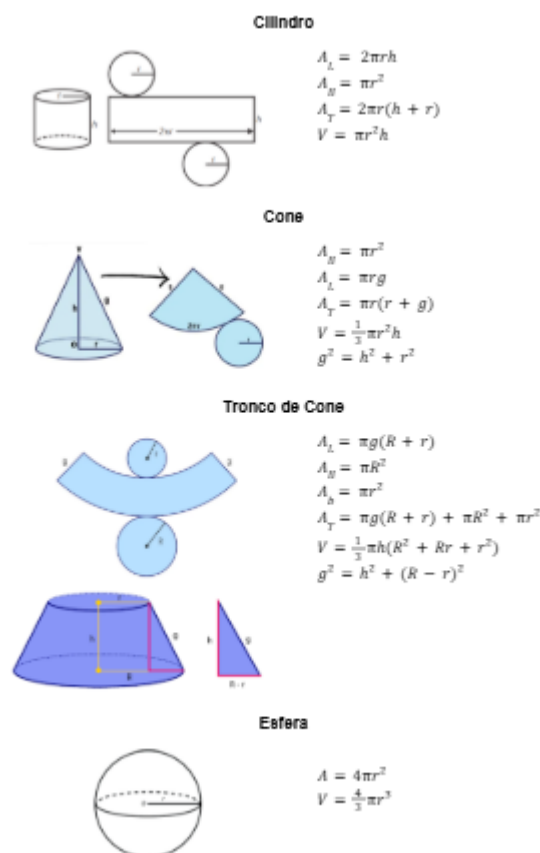
Ao manipular o Material Didático (MD), os alunos puderam retomar os assuntos estudados de maneira prática. Eles mediram a circunferência, os diâmetros e as geratrizes, utilizando das fórmulas aprendidas em aula para encontrar outras medidas como raio e altura e assim poder calcular o volume dos sólidos. Segundo Lorenzato (2009, p. 27), “para um mesmo MD, há uma diferença pedagógica entre a aula em que o professor apresenta oralmente o assunto, ilustrando-o com um MD, e a aula em que os alunos manuseiam esse MD.” A atividade fez parte do segundo tipo de aula apresentado pelo autor, sendo muito mais proveitoso, porque permite que os alunos aprendam ao manipular.

Na aula seguinte (Plano de Aula 07- Apêndice 1), foi realizada a correção das questões deixadas de tema para os alunos e o trabalho avaliativo. A estagiária

esclareceu que o trabalho seria em dupla e com consulta no caderno, que os alunos não deveriam utilizar celulares ou outros dispositivos e que as questões deveriam apresentar desenvolvimento e resposta à caneta. O desempenho dos alunos no teste foi muito bom, significando que houve aprendizagem acerca dos objetos de conhecimento estudados. Os 32 alunos formaram 16 duplas, sendo que nenhum aluno faltou neste dia. Além disso, apenas duas duplas tiveram um desempenho inferior à média da Instituição, que é 70%, porém ambas tiveram desempenho igual ou superior a 60% da nota. Então, apesar das dificuldades de alguns alunos, observa-se que todos construíram conhecimentos durante o estágio.

Na avaliação escrita (Plano de Aula 08- Apêndice 1) foi possível observar o interesse e empenho dos alunos. A turma no geral teve um ótimo desempenho, resultado da dedicação de cada aluno durante as aulas e as atividades propostas. Com a prova, pode-se coletar alguns erros cometidos pelos alunos, que serão analisados e classificados abaixo. Para a prova, os alunos receberam um formulário contendo todas as fórmulas, conforme Figura 11, para evitar que os alunos fizessem seus formulários com informações incorretas.

Figura 11: Formulário disponibilizado para os alunos na prova



Fonte: A Autora (2025).

Apesar de disponibilizar um formulário, alguns alunos se equivocaram ao utilizá-lo, empregando incorretamente as fórmulas disponíveis. Em uma mesma questão houveram dois erros diferentes relacionados ao uso das fórmulas. Conforme Figura 12, a questão solicitava que o aluno comparasse o volume de duas esferas, cuja fórmula é dada por: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$. Este aluno sabia desenvolver a questão, entendeu que se tratava da comparação de volumes, porém ao utilizar a fórmula, equivocou-se no expoente do raio, fazendo uso da seguinte fórmula: $V = \frac{4}{3}\pi r^2$. Segundo Brum e Cury (2013) esse erro se caracteriza como erro técnico, porque o aluno escreveu incorretamente a expressão matemática. Isso fez com que o aluno, apesar de compreender o conteúdo e a questão, chegasse ao resultado incorreto, provavelmente devido a falta de atenção ao realizar a questão.

Figura 12: Erro técnico

10) (Ficsae-SP) Em uma palestra, um cientista ilustrou comparativamente o tamanho dos planetas do sistema solar com auxílio da foto a seguir.



No entanto, o cientista disse que essa foto dificulta a percepção correta da diferença de tamanho entre os planetas. Para ilustrar o que dizia, ele pediu para a plateia considerar que todos os planetas são esféricos e que o tamanho do raio do planeta Júpiter é 11 vezes o tamanho do raio do planeta Terra. Em seguida, lançou a seguinte pergunta: se associarmos o planeta Terra a uma bola de futebol, o planeta Júpiter deverá ser associado, aproximadamente, a quantas dessas bolas?

A resposta correta para a pergunta do palestrante é:

a) 1.728
☒ b) 121
 c) 33
 d) 22
 e) 1.331

Handwritten calculations on the page:

$$V = \frac{4}{3} \cdot 11^2 \cdot 3,14$$

$$V = 506,58$$

$$V = \frac{4}{3} \cdot 1^2 \cdot 3,14$$

$$V = 4,18$$

$$\frac{506,58}{4,18} = 121,19$$

$$A = 4 \cdot 3,14 \cdot 1^2$$

$$12,56$$

$$A = 4 \cdot 3,14 \cdot 11^2$$

$$1519,76$$

$$\frac{1519,76}{12,56} = 121$$

Fonte: A Autora (2025).

O erro cometido pelo segundo aluno nesta questão, é classificado como teorema distorcido, que de acordo com Brum e Cury (2013) se refere quando os alunos utilizam uma propriedade ou fórmula que não tem relação com a questão.

Ressalta-se que haviam dois tipos de provas, portanto as questões tinham medidas de raios diferentes. Este aluno utilizou a fórmula de área da esfera ao invés do volume (Figura 13). Além disso, este aluno ainda deveria fazer a comparação entre as duas esferas, então o cálculo além de incorreto pelo uso da fórmula errada, não estava completo. Porém, coincidiu da resposta encontrada pelo aluno estar em uma das alternativas, fazendo com que ele não notasse seu erro.

Figura 13: Erro do tipo teorema distorcido

10) (Ficsae-SP) Em uma palestra, um cientista ilustrou comparativamente o tamanho dos planetas do sistema solar com auxílio da foto a seguir.

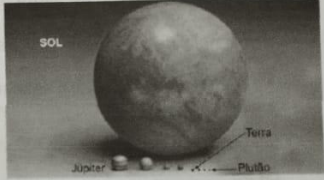
No entanto, o cientista disse que essa foto dificulta a percepção correta da diferença de tamanho entre os planetas. Para ilustrar o que dizia, ele pediu para a plateia considerar que todos os planetas são esféricos e que o tamanho do raio do planeta Júpiter é 12 vezes o tamanho do raio do planeta Terra. Em seguida, lançou a seguinte pergunta: se associarmos o planeta Terra a uma bola de futebol, o planeta Júpiter deverá ser associado, aproximadamente, a quantas dessas bolas?

A resposta correta para a pergunta do palestrante é:

a) 1.728
b) 121
c) 33
d) 22
e) 1.331

$J = 12r$
 $A_J = 4\pi(12r)^2$
 $A_T = 4\pi \cdot 144$
 $A_J = 1728$

$\pi = 3$



Fonte: A Autora (2025).

Também observou-se ao corrigir a prova, que alguns alunos cometeram o erro por distração, segundo Brum e Cury (2013) é quando o aluno copia incorretamente os dados da questão ou desenvolve o cálculo corretamente, mas não apresenta a resposta. Na Figura 14, é possível notar que o aluno desenvolveu um cálculo relacionado ao volume de um cone, inclusive fez uma representação do cone, porém a questão se tratava de um cilindro. O aluno não leu atentamente a questão e desenvolveu o cálculo para o sólido incorreto.

Figura 14: Erro por distração

9) Calcule a área da superfície total de um cilindro equilátero, sabendo que seu volume é igual a $250\pi \text{ cm}^3$.

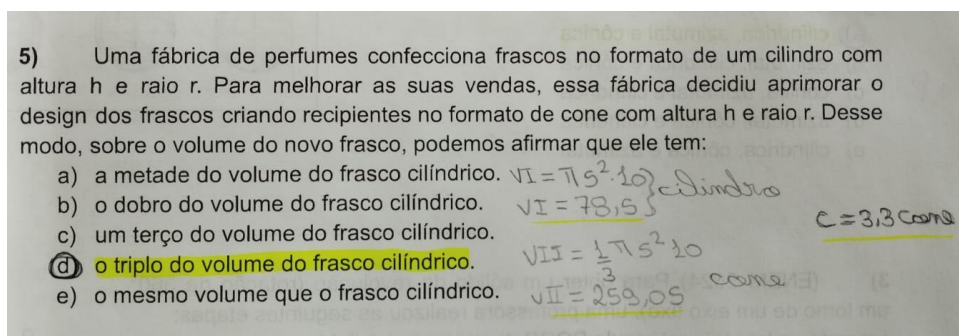
$V = 250\pi$
 $\frac{1}{3}\pi r^2 h = 250\pi$
 $r^2 h = 750$
 $h = \frac{2\sqrt{3}}{3} \rightarrow r\sqrt{3} \rightarrow r\sqrt{3}$
 $r = \frac{750\sqrt{3}}{3}$
 $r = \frac{750}{\sqrt{3}} \rightarrow \frac{750\sqrt{3}}{3}$
 $A_t = \pi r(r+g)$
 $A_t = 433(433 + 2 \cdot 433)$
 $A_t = \frac{750\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{2 \cdot 750\sqrt{3}}{3}$
 $A_t = 562.467 \text{ cm}^2$



Fonte: A Autora (2025).

Outro aluno cometeu o mesmo tipo de erro em outra questão, porém esse erro ocorreu de forma diferente, conforme Figura 15. Essa questão não necessariamente precisava de um desenvolvimento, mas o aluno achou melhor desenvolver com o uso de um cálculo. Ao efetuar uma multiplicação, o resultado que deveria ser de 785, foi de 78,5, sendo uma falha na execução da operação. Provavelmente o aluno se equivocou ao digitar na calculadora, ocasionando este erro, que comprometeu o resultado da questão.

Figura 15: Erro por distração



Fonte: A Autora (2025).

Com a análise de erros realizada, pode-se observar que a maioria ocorreu por desatenção no momento da prova. No geral, não se observou erros devido a lacunas na aprendizagem, portanto considera-se que o processo de ensino e aprendizagem se deu de forma satisfatória. Os alunos apresentaram domínio do conteúdo, demonstrando que as atividades desenvolvidas em aula contribuíram para a aprendizagem dos temas estudados.

O estágio foi bem sucedido, os objetivos foram alcançados e a aprendizagem foi construída no processo. Foram necessárias adaptações no planejamento, mas as aulas foram desenvolvidas com o envolvimento dos alunos, tornando o processo muito mais significativo e efetivo. O sucesso da aprendizagem dos alunos foi possível devido ao alinhamento entre escola, família e aluno. A Instituição possui um ambiente de excelente qualidade e os alunos são comprometidos em participar das atividades propostas, portanto os resultados não poderiam ser diferentes.

3.4 A Relação Teoria e Prática na Formação do Professor

O período de Estágio Curricular Supervisionado foi uma experiência enriquecedora, que proporcionou aprendizados que somente a prática poderia promover. Observou-se a importância do trabalho conjunto e alinhado entre direção, professores, coordenadores e demais funcionários da Instituição. Pode-se verificar o quanto o trabalho conjunto de toda a Instituição influencia as relações e qualifica o

processo de ensino e aprendizagem. Além disso, dentro da sala de aula, faz-se necessário que ambas as partes, professor e aluno, estejam interessados e comprometidos com o processo de ensino e aprendizagem.

O planejamento se mostrou primordial para que o processo de ensino e aprendizagem ocorra de forma adequada. Além disso, é necessário muita clareza sobre os objetivos para cada aula e os objetivos gerais que devem ser alcançados ao final do processo, para que seja possível replanejar a prática. A flexibilidade do planejamento é de grande importância porque a sala de aula é formada por diferentes pessoas e envolve diversos aspectos que não estão totalmente no controle do professor. Mas com clareza a respeito do processo de ensino, é possível replanejar de modo que não ocorram perdas.

As metodologias e materiais didáticos também são grandes ferramentas que podem contribuir muito para a aprendizagem dos alunos, desde que bem planejadas e utilizadas em sala de aula. Além disso, é necessário que os alunos manipulem, experimentem e participem das atividades para que elas sejam efetivas e favoreçam a aprendizagem. Cada turma reage de uma forma às diferentes metodologias, então o professor deve observar e adaptar sua prática para aquela turma, visando o sucesso das atividades.

Todo o referencial teórico estudado durante o curso permitiu planejar e desenvolver aulas nas quais os alunos fossem ativos durante a construção de seus conhecimentos. O interesse dos estudantes em realizar as atividades propostas, questionando, pedindo ajuda, interagindo com colegas e professora tornou o processo leve e bem sucedido. Evidenciou-se que professor e aluno devem se comprometer para que a aprendizagem ocorra. Considera-se que houve muitas trocas e aprendizagem efetiva por parte dos alunos e da professora estagiária. A prática proporcionou uma complementação ao estudo teórico realizado ao longo do curso.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao final do Estágio Curricular Supervisionado IV, pode-se observar um grande crescimento para a professora estagiária. Houveram desafios, mas também momentos recompensadores que somente a prática proporciona. A prática superou as expectativas porque os alunos se empenharam em aprender, desenvolveram com dedicação as atividades propostas e tornaram a experiência gratificante e enriquecedora.

A aprendizagem do aluno depende de muitos fatores, como a família, professores qualificados e escola com boa estrutura. Também ficou evidente que o aluno só aprende quando se permite e propõe a aprender, e seu envolvimento causa grande impacto na sua aprendizagem. Além disso, cabe ao professor propor metodologias que aproximem o aluno do objeto de conhecimento e permitam que ele explore e construa seu conhecimento.

Os aspectos que se mostraram mais importantes foram o planejamento e conhecimento dos assuntos a serem trabalhados, além de buscar adaptar rapidamente quando a aula não ocorre conforme o planejado. Com todos os desafios e ajustes, acredita-se que houve aprendizagem por parte dos alunos. O objetivo era que os alunos aprendessem todos os conteúdos, através de diferentes explorações e atividades e esse objetivo foi alcançado. Todos os alunos tiveram algum crescimento, sendo que cada aluno construiu sua aprendizagem de forma singular, a partir de seu envolvimento nas aulas.

Houve um grande contraste entre o Ensino Fundamental e o Ensino Médio. Enquanto no Ensino Fundamental era necessário destinar muito tempo para explicação e correção, no Ensino Médio os alunos já são mais independentes, as aulas têm maior fluidez e o tempo destinado para cada objeto de conhecimento é menor. Além disso, o contexto das duas escolas nas quais estagiei são muito distintas e isso reflete diretamente na aprendizagem. Este estágio me permitiu utilizar de mais metodologias e recursos, porque, apesar de possuir um número menor de períodos semanais, havia disponibilidade para desenvolver atividades que exigiam mais tempo. Isso contribuiu muito para minha formação e me deixou esperançosa quanto a seguir na carreira docente.

Ao final desse processo, carrego muitas aprendizagens. Destaco em especial a compreensão de que cada escola possui dinâmicas pedagógicas diferentes, cada

professor conduz a turma de modos distintos, cada turma tem suas características e cada aluno é único. Tudo isso influencia no processo de ensino e se faz necessário compreender todos esses aspectos e adaptar as aulas para cada turma, tendo em vista suas particularidades, podendo ter uma prática mais efetiva.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, Thais Marcelle de. **Matemática interligada: geometria espacial e plana**. 1. ed. São Paulo: Schipione, 2020.

ANDREATA, Mauro Antonio. Aula expositiva e Paulo Freire. **Ensino em Re-Vista**, Uberlândia, v. 26, n. 3, p. 700-724, set. 2019. Disponível em: <http://educa.fcc.org.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1983-17302019000300700&lng=pt&nrm=iso>. Acesso em: 8 nov. 2025.

BRASIL. **Lei nº 15.100, 13 de janeiro de 2025**. Dispõe sobre a utilização, por estudantes, de aparelhos eletrônicos portáteis pessoais nos estabelecimentos públicos e privados de ensino da educação básica. Brasília, DF: Presidência da República. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2023-2026/2025/lei/l15100.htm. Acesso em: 10 nov. 2025.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**: educação é a base. Brasília, 2018.

BRUM, L. D., CURY, H. N. **Análise de erros em soluções de questões de Álgebra**: uma pesquisa com alunos do Ensino Fundamental. REnCiMa, v. 4, n. 1, p. 45-62, jan./jun. 2013.

COSTA et al. Quando ensinar é aprender: o poder da instrução entre pares na educação contemporânea. **Missioneira**. Santo Ângelo. v. 27, n. 6, p.59-67, jul. 2025. Disponível em: <<https://cemipa.com.br/revistas/index.php/missioneira/article/view/179>>. Acesso em: 8 nov. 2025.

CURY, H. N. **Análise de erros**: o que podemos aprender com as respostas dos alunos. 3 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2024.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática**- Elo entre as tradições e a modernidade. 6. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2023.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Do seu jeito: Matemática: área de Matemática e suas Tecnologias**: volume 2: Ensino médio. 1. ed. São Paulo: Ática, 2024.

IEZZI, Gelson; DEGENSZAJN, David; TAMARI, Marcio; PASMNIK, Guilherme. **Identidade Saraiva: Matemática: área de Matemática e suas Tecnologias**: volume 2: Ensino médio. 1. ed. São Paulo: Saraiva, 2024.

LEIVAS, J. C. P; LUTZ, M. R. **A visualização para desenvolver o Pensamento Geométrico na Resolução de Problemas**. Alegrete, RS: TerriED Editora, 2023. E-book. Disponível em: <<https://educapes.capes.gov.br/bitstream/capes/721100/2/A%20visualizac%CC%A7a%CC%83o%20para%20desenvolver%20o%20Pensamento%20Geome%CC%81trico%20na%20Resoluc%CC%A7a%CC%83o%20de%20Problemas.pdf>>. Acesso em: 8 nov. 2025.

LIBÂNEO, José Carlos. **Didática**. 2. ed. São Paulo: Editora Cortez, 2013.

LORENZATO, Sergio. **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. 2 ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2009.

POKER, Rosimar Bortolini *et al.* **Plano de desenvolvimento individual para o atendimento educacional especializado**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2013.

Disponível em:

<https://books.google.com.br/books?hl=pt-BR&lr=&id=LC04EAAAQBAJ&oi=fnd&pg=PA7&dq=plano+de+ensino+especializado&ots=3m2lothXRZ&sig=qt-LWv81nOSeEVpKPd-Ps5wFtYM#v=onepage&q=plano%20de%20ensino%20especializado&f=false>.

Acesso em: 15 nov. 2025.

PONTE, J. P; BROCARD, J; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. 4 ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2024.

RÊGO, R. G; RÊGO, R. M; VIEIRA, K. M. **Laboratório de ensino de geometria**. 1 ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2022.

SANTA MARIA. **Plano de Desenvolvimento Institucional, 2019-2026**. Instituto Federal Farroupilha: 2019.

SANTA ROSA. **Projeto Pedagógico de Curso: Técnico em Edificações Integrado**. Instituto Federal Farroupilha: 2021.

SANTA ROSA. **Plano de Ensino: 2º ano do Ensino Médio – Técnico em Edificações**. Instituto Federal Farroupilha. 2025.

TARDIF, Maurice. **Saberes docentes e formação profissional**. 17 ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2014.

VALENTE, W. R. **Avaliação em matemática: Histórias e perspectivas atuais**. 2 ed. Campinas, SP: Papirus, 2012.

APÊNDICE

Plano de Aula Semanal nº 1

Acadêmica: Gabriela Knob Cabral

Professora Orientadora: Elizangela Weber

Unidade Concedente: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha- Campus Santa Rosa

Estágio – Turma/Nº de alunos: 2º ano EDI T15/ 32 alunos

Professor(a) Regente da Classe: Julhane Thomas Schulz

Nº de Períodos semanal/ Tempo de cada período: 3 períodos/ 50 minutos

Data/Horário: 11/09/2025 / 9h10 -11h55

1 .Tema/Assunto:

Geometria Espacial: Corpos Redondos

2. Objetos de Conhecimento:

Cilindro

3. Habilidades relativas a BNCC:

(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

4 . Objetivos

- Identificar a representação do cilindro no cotidiano.
- Compreender os elementos do cilindro e a sua planificação do sólido, usando dobraduras de papel, com o apoio do software GeoGebra.
- Calcular a área e volume do cilindro.

5. Metodologia

Etnomatemática e Método Expositivo e Dialogado.

6. Recursos

Materiais de uso comum: folha, caderno, lápis, etc.

Materiais/ recursos didáticos: canos de PVC, notebook, projetor, conjunto Sólidos de Revolução, material impresso.

7. Desenvolvimento

Incentivação (15 minutos):

A professora irá se apresentar, explicando o motivo do estágio, e solicitar para que os alunos se apresentem, falando o nome, idade e cidade em que reside. Em seguida, será apresentado o cronograma, para que os alunos possam acompanhar o andamento das aulas. Então alguns combinados serão realizados com a turma, para que todos compreendam como se dará o período

de estágio e para que seja desenvolvido de modo tranquilo e colaborativo. Dentre os combinados estarão: Uso de celular somente quando solicitado pela professora, caso contrário deverá estar na caixinha de celulares que fica na mesa do professor. Após o intervalo, haverá uma tolerância de 5 minutos para que os alunos entrem em sala de aula, após esse tempo, os alunos devem buscar uma autorização na Assistência Estudantil. A saída antecipada será permitida apenas para os alunos que não almoçam na Instituição e utilizam um transporte que sai antes do horário. Além disso, os alunos serão avaliados continuamente, então ao final de cada aula, entregarão seus cadernos à professora, para que ela observe o andamento das atividades, e os cadernos serão devolvidos no mesmo dia.

Desenvolvimento da aula:

1º momento (35 minutos):

A professora vai ressaltar, conforme apresentado anteriormente no cronograma, que a aula será sobre o objeto de conhecimento cilindro. Alguns questionamentos serão realizados aos alunos para dar início ao conteúdo:

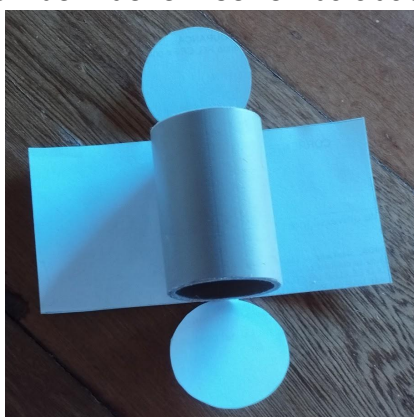
Vocês já conhecem o cilindro? Espera-se que os alunos respondam que conhecem o sólido geométrico.

No cotidiano, onde podemos encontrar o cilindro? Quais objetos tem formato semelhante a um cilindro? Espera-se que os alunos dêem alguns exemplos, caso não haja respostas, a professora vai projetar algumas imagens com objetos em formato cilíndrico (conforme Apêndice I).

Durante o curso, vocês utilizam algum material em formato cilíndrico? Espera-se que dentro dos materiais citados pelos alunos, esteja o cano, mas caso não surja essa resposta, a professora questionará se eles estudaram ou utilizaram algum tipo de tubo ou encanação.

Para fabricar um cano de PVC, como a fábrica sabe qual a quantidade de material necessária? Os alunos devem responder que a quantidade é dada pela área do cilindro.

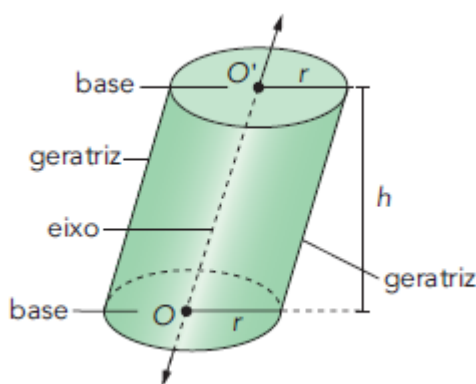
A partir desses questionamentos, a professora entregará um pedaço do cano PVC a cada dupla de alunos, juntamente com um papel. Os alunos deverão encontrar a área do cilindro, dobrando e cortando o papel como se fossem “embalar” o cano, de modo que todo o cano seja contornado somente por uma camada de papel. Eles serão lembrados que as bases do cano também devem ser embaladas para que o cilindro seja formado.



Quando os alunos terminarem, a professora vai pedir para que cada dupla mostre como ficaram seus papéis. Espera-se que todos, ou a maioria, contorne o cilindro corretamente, de modo que o papel contenha um retângulo e dois círculos.

A partir disso, a professora vai projetar e serão estudados os elementos do cilindro:

- Bases: são os círculos paralelos de centros O e O' e raio cuja medida do comprimento é r .
- Altura: é a distância entre os planos que contêm as bases, representada por h .
- Eixo: é a reta OO' que contém os centros dos círculos das bases.
- Geratriz: é cada segmento de reta paralelo ao eixo com extremidades nos pontos da circunferência das bases, representado por g .
- Superfície lateral: é a reunião de todas as geratrizes do cilindro.



Após a apresentação dos elementos do cilindro, a professora vai questionar:

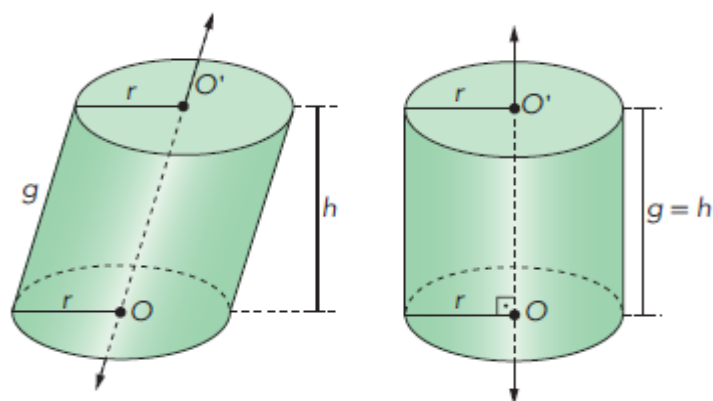
A superfície lateral é formada por qual figura geométrica? Espera-se que a partir das dobraduras, os alunos identifiquem que a superfície lateral é formada por um retângulo.

2º momento (30 minutos):

Após o intervalo, dar-se-á continuidade ao estudo de cilindro, com a classificação de acordo com sua inclinação em relação aos planos de suas bases:

- **Cilindro oblíquo:** quando a geratriz é oblíqua às bases.
- **Cilindro reto:** quando a geratriz é perpendicular às bases. Nesse caso, a geratriz é a altura do cilindro.

A partir da classificação, dois cilindros serão projetados e os alunos deverão identificar qual é o cilindro oblíquo e qual é o cilindro reto.



Em seguida, a professora questionará os alunos:

Vocês sabem o que são sólidos de revolução? Espera-se que nenhum aluno conheça esse termo e nesse caso será explicado que um sólido de revolução é obtido a partir da rotação de uma figura plana em torno de um eixo.

Nesse momento, será demonstrado que o cilindro reto é um sólido de revolução, com o material Conjunto dos Sólidos de Revolução. Com o apoio do material, os alunos poderão observar que o cilindro reto é obtido a partir da rotação de um retângulo.



A partir disso, será realizada uma discussão a partir da pergunta:

O cilindro oblíquo também é um sólido de revolução? Qual figura plana pode ser rotacionada para gerar esse sólido? Nesse momento, cada aluno desenhará uma figura plana em seu caderno, que ao ser rotacionada deverá formar um cilindro oblíquo.

A professora desenhará no quadro algumas das figuras feitas pelos alunos, questionando a turma se a rotação da figura forma um cilindro oblíquo. Os alunos perceberão que o cilindro oblíquo não é um cilindro de revolução. Com isso, representarão a rotação de um retângulo ao lado da figura desenhada, e farão uma anotação em seus cadernos:

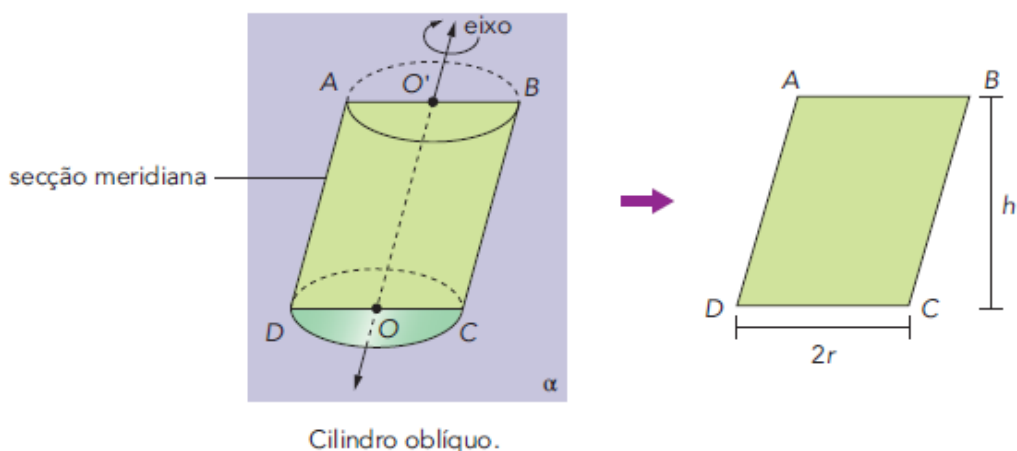
- Um cilindro reto também é chamado cilindro de revolução, pois pode ser obtido pela rotação de um retângulo em torno de um de seus lados.
 - Um cilindro oblíquo não é um sólido de revolução, porque a rotação de qualquer figura plana não formará esse sólido.
- Ainda, a partir da rotação das figuras, os alunos serão questionados:

Caso um cilindro oblíquo seja cortado verticalmente ao meio, qual figura teremos ao abri-lo? Espera-se que os alunos reflitam um pouco e cheguem a conclusão de que a figura formada será um paralelogramo.

Caso se corte ao meio um cilindro reto, qual será a figura formada? Os alunos deverão responder que a figura será um retângulo.

A professora explicará que esse corte permite observar a secção meridiana, conforme será apresentado no slide.

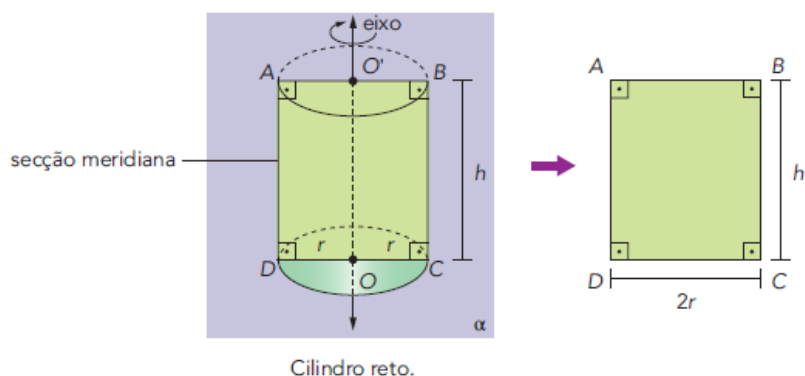
- **Secção meridiana** de um cilindro é a intersecção dele com um plano α que contém o eixo OO' .
- A secção meridiana de um cilindro oblíquo é uma região limitada por um paralelogramo.



Qual é a medida da base desse paralelogramo? Espera-se que os alunos observem que na imagem está $2r$, ou seja, duas vezes o raio, que é a medida do diâmetro do círculo da base.

A altura do paralelogramo tem a mesma medida da geratriz? Os alunos devem identificar que a geratriz e a altura tem medidas diferentes, porque se trata de um cilindro oblíquo.

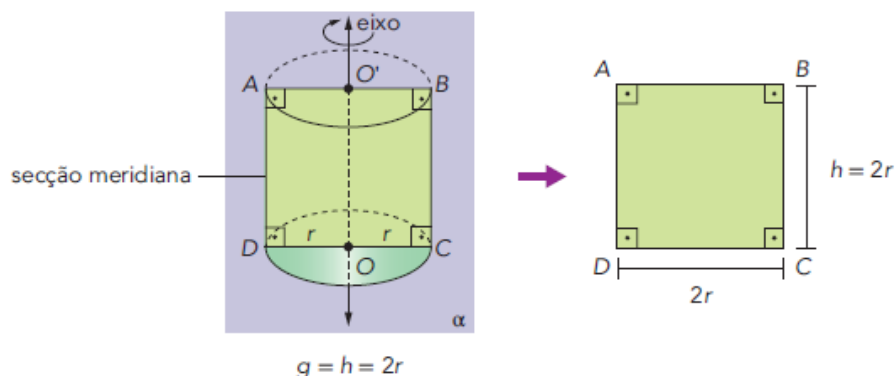
- A secção meridiana de um cilindro reto é uma região retangular.



Qual é a medida da base do retângulo? Os alunos devem responder que é o diâmetro do círculo.

Qual é a relação entre a geratriz e a altura? Espera-se que os alunos identifiquem que as medidas são iguais.

- Cilindro equilátero é um cilindro reto cuja secção meridiana é uma região quadrada.



Qual é a medida da base do quadrado formado? A resposta dada pelos alunos deve ser o diâmetro do círculo.

Qual é a medida da altura do quadrado? Os alunos devem responder que também é diâmetro.

Qual a relação entre o diâmetro, a altura e a geratriz? Espera-se que respondam que todos são iguais.

3º momento (30 minutos):

Para o estudo da área de um cilindro, a professora vai solicitar que os alunos peguem a folha que recortaram no início da aula. Será explicado que o recorte representa a área do cano PVC. Para poder calcular a área, alguns questionamentos serão feitos:

Quais figuras formam a área desse cilindro? Os alunos devem responder que são dois círculos e um retângulo.

Como se calcula a área de um círculo? A partir dos estudos prévios dos alunos, devem responder $\pi * (raio)^2$.

Como se calcula a área de um retângulo? Também a partir do estudo de geometria plana, os alunos devem responder $base * altura$.

Como podemos encontrar a medida da base do retângulo sabendo que é a mesma medida do comprimento da circunferência? A professora vai demonstrar porque essas medidas são iguais e os alunos deverão responder que o comprimento da circunferência e consequentemente a base do retângulo é dada por $2 * \pi * raio$

Então a professora vai explicar que a área do retângulo é chamada de área lateral e que a área do círculo é chamada de área da base. Sabendo que a área total do cilindro é dada pela área de um retângulo e dois círculos, será apresentada a fórmula:

$$A_T = A_L + 2 * A_B$$

Onde:

A_T → Área total do cilindro

A_L → Área lateral do cilindro → área do retângulo = $2 * \pi * r * h$

A_B → Área da base do cilindro → área do círculo = $\pi * r^2$

$$A_T = 2 * \pi * r * h + 2 * \pi * r^2$$

$$A_T = 2 * \pi * r * (h + r)$$

Os alunos deverão calcular a área total do cano de pvc que receberam, a partir da planificação feita. Devem colar a figura no caderno, tirar as medidas com uma régua e realizar o cálculo. Quando todos os alunos concluírem o cálculo, será corrigido no quadro pela professora.

Em seguida, a professora vai explicar como calcular o volume de um cilindro, a partir de alguns questionamentos:

Vocês já estudaram os prismas? Os alunos responderão que os prismas já foram estudados anteriormente.

Recordam como era calculado o volume dos prismas? Espera-se que alguns alunos recordem da fórmula *área da base * altura*, conforme o princípio de Cavalieri.

Assim, será formalizado que o volume do cilindro é dado por:

$$V = A_b * h$$

$$V = \pi * r^2 * h$$

Então a professora fará um exemplo de cálculo da área de um cilindro e outro exemplo de volume. Os exemplos serão entregues impressos juntamente com os exercícios.

Exemplo 1: Um tanque cilíndrico tem 3m de profundidade. Sua base superior é aberta e tem 4m de diâmetro. Quantos galões de tinta são necessários para pintar o interior deste tanque, se para cada metro quadrado se gasta $\frac{1}{4}$ de galão?

Primeiro serão retirados os dados do problema:

$h=3m$

$d=4m \rightarrow r=2m$

$\frac{1}{4}$ de galão para cada m^2

Para esse exemplo, é necessário calcular a área do cilindro, considerando que a base superior é aberta e em seguida multiplicar o resultado por $\frac{1}{4}$ para obter a quantidade de galões.

$$A_T = A_L + A_B$$

$$A_T = 2\pi r h + \pi r^2$$

$$A_T = 2 * \pi * 2 * 3 + \pi * 2^2$$

$$A_T = 12 * \pi + \pi * 4$$

$$A_T = 16 * \pi m^2$$

$$A_T \simeq 50,24 m^2$$

$$gal\tilde{o}es = 50,24 * \frac{1}{4}$$

$$gal\tilde{o}es = 12,56$$

Resposta: aproximadamente 12,56 galões.

Exemplo 2: Uma seringa tem a forma cilíndrica com 2cm de diâmetro por 8cm de comprimento. Quando o êmbolo se afasta 5cm da extremidade da seringa próxima à agulha, qual é o volume, em mililitros, de remédio líquido que a seringa pode conter?



Retirando os dados:

$$d=2 \text{ cm} \rightarrow r=1 \text{ cm}$$

$$h=5 \text{ cm}$$

Deve-se calcular o volume e transformar o resultado em ml:

$$V = \pi * r^2 * h$$

$$V = \pi * 1^2 * 5$$

$$V = 5 * \pi$$

$$V \simeq 15,7 cm^3$$

Cada cm^3 equivale a 1 ml, portanto a quantidade de líquido é aproximadamente 15,7ml.

Sistematização/Fechamento da Aula (40 minutos):

Para encerrar a aula, os alunos farão os exercícios da lista que será entregue impressa (Apêndice III):

- 1) Um estojo com formato cilíndrico tem base com 8 cm de medida de comprimento do diâmetro e 15 cm de medida de comprimento da altura. Quantos centímetros quadrados de material são necessários, aproximadamente, para fabricar esse estojo? (Considere $\pi \approx 3,14$.)

Retirando os dados:

$$d=8cm \rightarrow r=4cm$$

$$h=15cm$$

Calcular a área total

$$A_L = 2\pi r * h$$

$$A_L = 2 * 3,14 * 4 * 15$$

$$A_L = 376,8 \text{ cm}^2$$

$$A_B = \pi r^2$$

$$A_B = 3,14 * (4)^2$$

$$A_B = 50,24 \text{ cm}^2$$

$$A_T = A_L + 2 * A_B$$

$$A_T = 376,8 \text{ cm}^2 + 2 * 50,24 \text{ cm}^2$$

$$A_T = 477,28 \text{ cm}^2$$

- 2) Sabe-se que a medida de área lateral de um cilindro é $20\pi \text{ cm}^2$. Se o comprimento do raio da base mede 5cm, calcule a medida de comprimento h da altura e a medida de área total A_T do cilindro.

Retirando os dados:

$$A_L = 20\pi \text{ cm}^2$$

$$r = 5 \text{ cm}$$

Calcular a medida de h e a área total

$$A_L = 2\pi r * h$$

$$20\pi = 2\pi 5 * h$$

$$h = \frac{20\pi}{10\pi}$$

$$h = 2 \text{ cm}$$

$$A_B = \pi r^2$$

$$A_B = \pi * (5)^2$$

$$A_B = 25\pi \text{ cm}^2$$

$$A_T = A_L + 2 * A_B$$

$$A_T = 20\pi + 2 * 25\pi$$

$$A_T = 70\pi \text{ cm}^2$$

Pode substituir π por 3,14, mas como o problema deu a área lateral utilizando π , não se faz necessário.

$$A_T \simeq 219,8 \text{ cm}^2$$

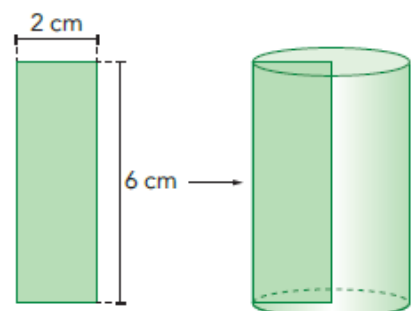
- 3) O cilindro representado foi obtido por meio da rotação da região limitada por um retângulo em torno do eixo determinado pelo lado, cujo comprimento mede 6 cm. Calcule a medida de área total desse sólido.

Retirando os dados:

$$r = 2 \text{ cm}$$

$$h = 6 \text{ cm}$$

Calcular a área total



$$A_L = 2\pi r * h$$

$$A_L = 2 * \pi * 2 * 6$$

$$A_L = 24\pi \text{ cm}^2$$

$$A_B = \pi r^2$$

$$A_B = \pi * (2)^2$$

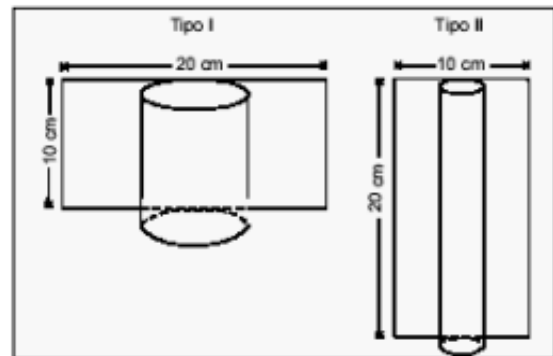
$$A_B = 4\pi \text{ cm}^2$$

$$A_T = A_L + 2 * A_B$$

$$A_T = 24\pi \text{ cm}^2 + 2 * 4\pi \text{ cm}^2$$

$$A_T = 32\pi \text{ cm}^2$$

- 4) (ENEM) Uma artesã confecciona dois diferentes tipos de vela ornamental a partir de moldes feitos com cartões de papel retangulares de 20cm x 10cm (conforme ilustram as figuras abaixo). Unindo dois lados opostos do cartão, de duas maneiras, a artesã forma cilindros e, em seguida, os preenche completamente com parafina. Supondo-se que o custo da vela seja diretamente proporcional ao volume de parafina empregado, o custo da vela do tipo I, em relação ao custo da vela do tipo II, será:



- a) o triplo
- b) o dobro
- c) igual
- d) a metade
- e) a terça parte

Retirando os dados:

Tipo 1:

$h=10\text{cm}$

Circunferência=20cm

Tipo 2:

$h=20\text{cm}$

Circunferência=10cm

Calcular os dois volumes e compará-los

Tipo 1:

$\text{Circunferência} = 2\pi r$

$20 = 2\pi r$

$$r = \frac{20}{2\pi}$$

$$r \simeq 3,18cm$$

$$V_1 = \pi * r^2 * h$$

$$V_1 = \pi * (3,18)^2 * 10$$

$$V_1 = 101,12 * \pi$$

$$V_1 \simeq 317,51cm^3$$

Tipo 2:

$$Circunferência = 2\pi r$$

$$10 = 2\pi r$$

$$r = \frac{10}{2\pi}$$

$$r \simeq 1,59cm$$

$$V_2 = \pi * r^2 * h$$

$$V_2 = \pi * (1,59)^2 * 20$$

$$V_2 = 50,56 * \pi$$

$$V_2 \simeq 158,75cm^3$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{317,51}{158,51} \simeq 2, \text{ portando o dobro}$$

- 5) Calcule a área da superfície total de um cilindro equilátero, sabendo que seu volume é igual a $250\pi \text{ cm}^3$

Retirando os dados:

$$V=250\pi cm^3$$

Cilindro equilátero $\rightarrow h=2r$

Descobrir o raio e a altura a partir do volume e calcular a área total.

$$V = \pi * r^2 * h$$

$$250\pi = \pi * r^2 * 2r$$

$$250\pi = 2r^3 * \pi$$

$$r^3 = \frac{250\pi}{2\pi}$$

$$r^3 = 125$$

$$r = 5cm$$

$$h = 10cm$$

$$A_L = 2\pi r * h$$

$$A_L = 2 * \pi * 5 * 10$$

$$A_L = 100\pi cm^2$$

$$A_B = \pi r^2$$

$$A_B = \pi * (5)^2$$

$$A_B = 25\pi cm^2$$

$$A_T = A_L + 2 * A_B$$

$$A_T = 100\pi cm^2 + 2 * 25\pi cm^2$$

$$A_T = 150\pi cm^2$$

- 6) Determine o volume de um cilindro reto, sabendo que ele tem 2,5 dm de altura e sua área lateral é igual à área da base.

Retirando os dados:

$$h=2,5dm$$

$$A_L=A_B$$

Encontrar o raio a partir da comparação entre a área lateral e a área da base e depois calcular o volume.

$$A_L = 2\pi r * h$$

$$A_B = \pi r^2$$

$$A_L = A_B$$

$$2\pi r * h = \pi r^2$$

$$2\pi r * 2,5 = \pi r^2$$

$$\frac{r^2}{r} = \frac{5\pi}{\pi}$$

$$r = 5dm$$

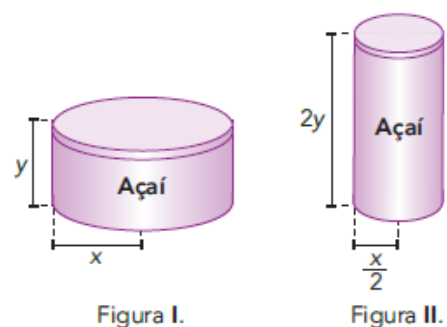
$$V = \pi * r^2 * h$$

$$V = \pi * (5)^2 * 2,5$$

$$V = \pi * 25 * 2,5$$

$$V = 62,5\pi dm^3$$

- 7) Uma polpa de açaí é vendida em 2 tipos de embalagens cilíndricas. Uma delas (figura I) tem raio da base com medida de comprimento x e altura com medida de comprimento y. A outra (figura II) tem raio da base com medida de comprimento x/2 e altura com medida de comprimento 2y. A embalagem representada pela figura I é vendida por R\$ 16,00, e a outra, por R\$ 10,00.



Qual das 2 embalagens é mais vantajoso comprar, considerando a razão entre o preço e a medida de volume de cada embalagem?

Retirando os dados:

Pote 1:

$$r=x$$

$$h=y$$

$$R\$16,00$$

Pote 2:

$$r=x/2$$

$$h=2y$$

$$R\$10,00$$

Calcular o volume dos dois potes e comparar a razão entre volume e preço dos dois potes

$$V_1 = \pi * r^2 * h$$

$$V_1 = \pi * x^2 * y$$

$$V_1 = x^2 y \pi$$

$$V_2 = \pi * r^2 * h$$

$$V_2 = \pi * \left(\frac{x}{2}\right)^2 * 2y$$

$$V_2 = \frac{x^2 y}{2} \pi$$

$$V_1 = x^2 y \pi \rightarrow \text{preço 1}$$

$$V_2 = \frac{x^2 y}{2} \pi \rightarrow R\$10,00$$

$$\text{preço 1} * \frac{x^2 y \pi}{2} = 10 * x^2 y \pi$$

$$\text{preço 1} = \frac{10 * x^2 y \pi}{x^2 y \pi / 2}$$

$\text{preço 1} = R\$20,00$, portanto a embalagem 1 é mais vantajosa.

- 8) Um reservatório cilíndrico de armazenamento de líquidos tem internamente 8 m de medida do diâmetro e 14 m de medida da altura e está vazio. Se ele receber líquido à razão de 160 litros por minuto, qual é o menor número inteiro de dias necessários para enchê-lo completamente? Use $\pi \approx 22/7$.

Retirando os dados:

$$d=8m \rightarrow r=4m$$

$$h=14m$$

$$160l/\text{min}$$

$$\pi \approx 22/7.$$

Calcular o volume do cilindro e calcular o tempo necessário para encher.

$$V = \pi * r^2 * h$$

$$V = \pi * (4)^2 * 14$$

$$V = \pi * 16 * 14$$

$$V = 224\pi m^3$$

$$V \approx 704m^3$$

$$1m^3=1000l$$

$$V \approx 704.000l$$

$$\text{tempo} = \frac{704.000}{160} = 4.400 \text{ minutos}$$

$$\text{cada dia tem } 60 * 24 = 1440 \text{ minutos}$$

$$\text{dias} = \frac{4400}{1440} \approx 3,05$$

Em 3 dias não é possível encher, então a resposta é 4 dias.

- 9) Uma vela com formato de cilindro reto, tem área total medindo $108\pi \text{ cm}^2$ e medida do raio da base igual a $\frac{1}{5}$ da medida da altura. Determine a medida de área lateral e a medida de volume dessa vela.

Retirando os dados:

$$A_T = 108\pi \text{ cm}^2$$

$$r = \frac{1}{5} h$$

Calcular as medidas de raio e altura, depois calcular a área lateral e o volume.

$$A_T = 2\pi r * (h + r)$$

$$A_T = 108\pi \text{ cm}^2$$

$$108\pi \text{ cm}^2 = 2\pi r(h + r)$$

$$\frac{108\pi}{2\pi} = r * h + r^2$$

$$r * h + r^2 = 54$$

substituindo $r = \frac{1}{5} h$, temos:

$$\left(\frac{1}{5}h\right) * h + \left(\frac{1}{5}h\right)^2 = 54$$

$$\frac{1}{5}h^2 + \frac{1}{25}h^2 = 54$$

$$\frac{6}{25}h^2 = 54$$

$$6h^2 = 54 * 25$$

$$h^2 = \frac{1350}{6}$$

$$h^2 = 225$$

$$h = 15 \text{ cm}$$

$$r = \frac{1}{5} * 15$$

$$r = 3 \text{ cm}$$

$$A_L = 2\pi r * h$$

$$A_L = 2 * \pi * 3 * 15$$

$$A_L = 90\pi \text{ cm}^2$$

$$V = \pi * r^2 * h$$

$$V = \pi * (3)^2 * 15$$

$$V = \pi * 9 * 15$$

$$V = 135\pi \text{ m}^3$$

- 10)(Enem) Um povoado com 100 habitantes está passando por uma situação de seca prolongada e os responsáveis pela administração pública local decidem contratar a construção de um reservatório. Ele deverá ter a forma de um cilindro circular reto, cuja base tenha 5 metros de diâmetro interno, e atender à demanda de água da população por um período de exatamente sete dias consecutivos. No oitavo dia, o reservatório vazio é completamente reabastecido por carros-pipa. Considere que o consumo médio diário por habitante é de 120 litros de água. Use 3 como aproximação para π . Nas condições apresentadas, o reservatório deverá ser construído com uma altura interna mínima, em metro, igual a:

- a) 1,12.
- b) 3,10.
- c) 4,35.
- d) 4,48.
- e) 5,60.

Retirando os dados:

$$d=5m \rightarrow r=2,5m$$

100 habitantes

120l/dia

7 dias

$$\pi=3$$

Calcular o volume necessário para o reservatório e em seguida a medida da altura.

$$\text{litro por habitante} = 120 * 7 = 840 \text{ litros}$$

$$\text{total de litros} = 840 * 100 = 84.000 \text{ litros}$$

$$1m^3=1000\text{litros}$$

$$\frac{84.000}{1.000} = 84m^3$$

$$V = \pi * r^2 * h$$

$$84 = 3 * (2,5)^2 * h$$

$$84 = 18,75h$$

$$h = \frac{84}{18,75}$$

$$h = 4,48m, \text{ alternativa d.}$$

- 11) No intervalo de uma reunião de trabalho, será servido café em uma garrafa térmica cujo reservatório é cilíndrico com as medidas internas 18 cm de altura e 5 cm de raio da base. O café será servido em copinhos plásticos, também cilíndricos, com 4 cm de medida do diâmetro da base, 4 cm de medida da altura e espessura desprezível. Considere $\pi \approx 3,1$.

Retirando os dados:

Garrafa:

$$h=18cm$$

$$r=5cm$$

Copinhos:

$$d=4cm \rightarrow r=2cm$$

$$h=4cm$$

$$\pi \approx 3,1$$

- a) Se cada um dos 30 participantes quiser se servir uma única vez, enchendo completamente o copinho, haverá café suficiente para todos? Explique sua resposta.

Calcular o volume da garrafa e do copinho e dividi-los.

$$V_G = \pi * r^2 * h$$

$$V_G = 3,1 * (5)^2 * 18$$

$$V_G = 3,1 * 25 * 18$$

$$V_G = 1395cm^3$$

$$V_c = \pi * r^2 * h$$

$$V_c = 3,1 * (2)^2 * 4$$

$$V_c = 3,1 * 4 * 4$$

$$V_c = 49,6cm^3$$

$$\frac{V_G}{V_c} = \frac{1395cm^3}{49,6cm^3} = 28,125 \text{ copinhos, portanto não há café suficiente para todos.}$$

8. Avaliação

Os alunos serão avaliados por sua participação, assiduidade e desenvolvimento das atividades propostas, além do registro no caderno. Com relação a atividade de Etnomatemática, os alunos serão avaliados pelo seu envolvimento na atividade, respostas às perguntas e compreensão dos elementos e planificação do cilindro.

9. Bibliografias

ANDRADE, Thais Marcelle de. **Matemática interligada: geometria espacial e plana**. 1. ed. São Paulo: Schipione, 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular: educação é a base**. Brasília, 2017.

D'AMBRÓSIO. Ubiratan. **Etnomatemática: Elo entre as tradições e a modernidade**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Do seu jeito: Matemática: área de Matemática e suas Tecnologias: volume 2: Ensino médio**. 1. ed. São Paulo: Ática, 2024.

IEZZI, Gelson; DEGENSZAJN, David; TAMARI, Marcio; PASMANIK, Guilherme. **Identidade Saraiva: Matemática: área de Matemática e suas Tecnologias: volume 2: Ensino médio**. 1. ed. São Paulo: Saraiva, 2024.

10. Observações

Neste primeiro contato, os alunos se apresentaram e concordaram com os combinados realizados para o desenvolvimento das nossas aulas. Eles se mostraram receptivos e a interação entre nós se deu de forma satisfatória. Eles demonstraram bastante interesse e envolvimento na atividade de Etnomatemática. Responderam aos questionamentos iniciais, trazendo exemplos de objetos com formatos cilíndricos variados. Quando questionados sobre objetos estudados em sala com formato cilíndrico, trouxeram como resposta corpo de prova, e como eu não conhecia esse objeto, me explicaram para que servia.

Eles gostaram de desenvolver as atividades propostas em duplas, fazendo o que era solicitado, com poucas conversas paralelas. As duplas tinham boas interações, então quando um tinha dúvida, o outro auxiliava. A

proposta de formar duplas foi bem sucedida, porque os alunos fizeram as atividades planejadas para a aula.

Com relação ao conteúdo, a turma demonstrou facilidade frente aos conceitos estudados, resgatando conteúdos anteriores, especialmente geometria plana, quando necessário. Eles contribuíram para o desenvolvimento dos exemplos e não tiveram muitas dúvidas nos exercícios. Em alguns exercícios específicos, os alunos tiveram dificuldade em relação a interpretação do enunciado, sendo necessário retomar a explicação para que conseguissem realizar os cálculos. A questão de nº 5 foi a que mais teve dúvidas, referia-se a um cilindro equilátero. Os alunos viram que no problema só havia um dado informado, o volume, e acharam que somente com isso não conseguiriam desenvolver os cálculos.

Alguns alunos chegaram atrasados depois do intervalo, após o horário permitido, portanto foram encaminhados a Assistência Estudantil e retornaram a sala com um bilhete. Eu reforcei a importância do horário e eles compreenderam que nas aulas a tolerância será de apenas 5 minutos e que deverão seguir com o combinado. Felizmente, os alunos não se mostraram chateados por terem que buscar o bilhete, continuaram participando da aula e esclarecendo suas dúvidas no momento dos exercícios.

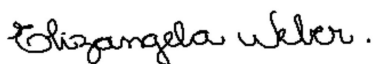
Ao final da aula, como combinado, eu recolhi os cadernos para ver o progresso dos alunos frente a aula. Grande parte dos alunos teve capricho para fazer as anotações, complementando o material impresso com informações presentes nos slides. Com relação aos exercícios, poucos conseguiram concluir em sala, mas a maioria desenvolveu até metade. Três alunos entregaram apenas folhas nas quais fizeram anotações e exercícios, ou porque não possuem caderno ou porque esqueceram. Além disso, dois alunos esqueceram de entregar o caderno ou não quiseram. Eles estão cientes que a participação e o caderno valem uma nota dentro do semestre.



Gabriela Knob Cabral
Aluna – Estagiária



Julhane Alice Thomas Schulz
Supervisora – Parte Concedente



Elizangela Weber
Professora Orientadora – Entidade Educacional

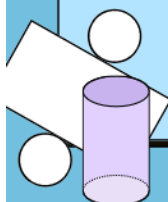
Apêndice I: Slides



Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia
Farroupilha- Campus Santa Rosa

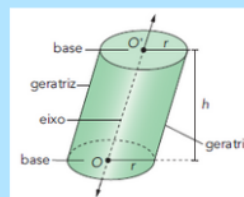
CORPOS REDONDOS: CILINDRO

Professora estagiária: Gabriela Knob Cabral
EDI T15- 2º ano
2º semestre/2025



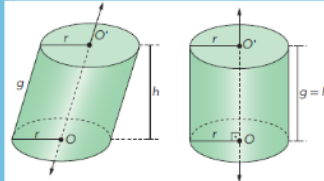
ELEMENTOS DO CILINDRO:

- Bases: são os círculos paralelos de centros O e O' e raio cuja medida do comprimento é r .
- Altura: é a distância entre os planos que contêm as bases, representada por h .
- Eixo: é a reta OO' que contém os centros dos círculos das bases.
- Geratriz: é cada segmento de reta paralelo ao eixo com extremidades nos pontos da circunferência das bases, representado por g .
- Superfície lateral: é a reunião de todas as geratrizes do cilindro.



CLASSIFICAÇÃO CONFORME A INCLINAÇÃO EM RELAÇÃO AOS PLANOS

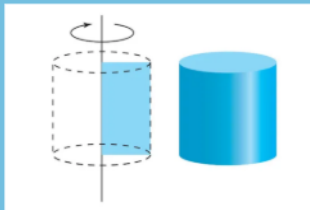
- Cilindro oblíquo: quando a geratriz é oblíqua às bases.
- Cilindro reto: quando a geratriz é perpendicular às bases. Nesse caso, a geratriz é a altura do cilindro.



CILINDRO DE REVOLUÇÃO



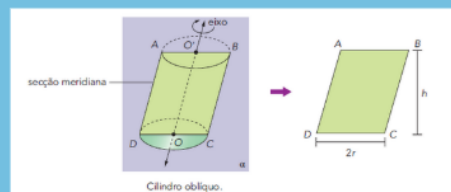
- Um cilindro reto também é chamado cilindro de revolução, pois pode ser obtido pela rotação de um retângulo em torno de um de seus lados.
- Um cilindro oblíquo não é um sólido de revolução, porque a rotação de qualquer figura plana não formará esse sólido.



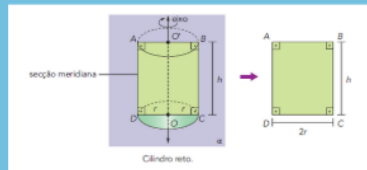
SECÇÃO MERIDIANA

É a intersecção dele com um plano α que contém o eixo OO' .

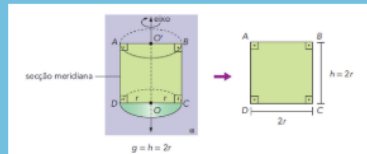
A secção meridiana de um cilindro oblíquo é uma região limitada por um paralelogramo.



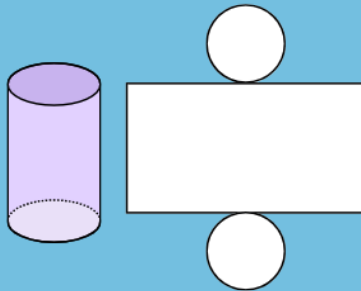
A secção meridiana de um cilindro reto é uma região retangular.



Cilindro equilátero é um cilindro reto cuja secção meridiana é uma região quadrada.

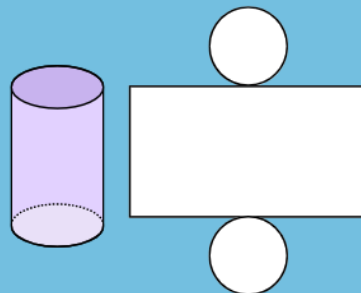


ÁREA DO CILINDRO



- Como se calcula a área de um círculo?
- Como se calcula a área de um retângulo?
- Como podemos encontrar a medida da base do retângulo sabendo que é a mesma medida do comprimento da circunferência?

ÁREA DO CILINDRO



- Como se calcula a área de um círculo?
 $\pi \cdot r^2$
- Como se calcula a área de um retângulo?
 $b \cdot h$
- Como podemos encontrar a medida da base do retângulo sabendo que é a mesma medida do comprimento da circunferência?
 $2 \cdot \pi \cdot r$

ÁREA DO CILINDRO



$$A_T = A_L + 2 * A_B$$

Onde:

A_T → Área total do cilindro

A_L → Área lateral do cilindro → área do retângulo = $2 * \pi * r * h$

A_B → Área da base do cilindro → área do círculo = $\pi * r^2$

$$A_T = 2 * \pi * r * h + 2 * \pi * r^2$$

$$A_T = 2 * \pi * r * (h + r)$$

VOLUME DO CILINDRO



$$V = A_b * h$$

$$V = \pi * r^2 * h$$

EXEMPLO 1:



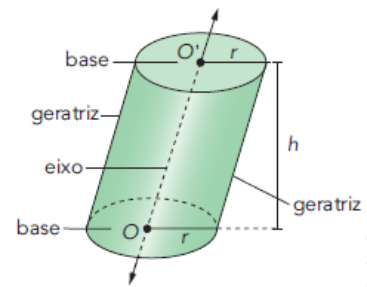
Um tanque cilíndrico tem 3m de profundidade. Sua base superior é aberta e tem 4m de diâmetro. Quantos galões de tinta são necessários para pintar o interior deste tanque, se para cada metro quadrado se gasta $\frac{1}{4}$ de galão?

EXEMPLO 2:

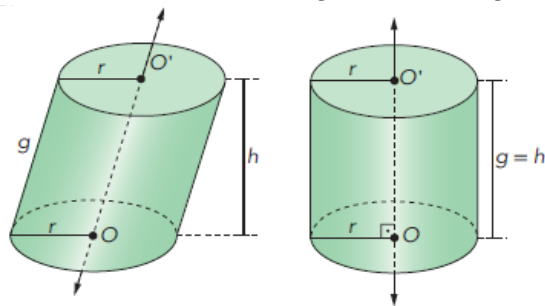
Uma seringa tem a forma cilíndrica com 2cm de diâmetro por 8cm de comprimento. Quando o êmbolo se afasta 5cm da extremidade da seringa próxima à agulha, qual é o volume, em mililitros, de remédio líquido que a seringa pode conter?

Apêndice II: Folha Resumo Elementos do cilindro

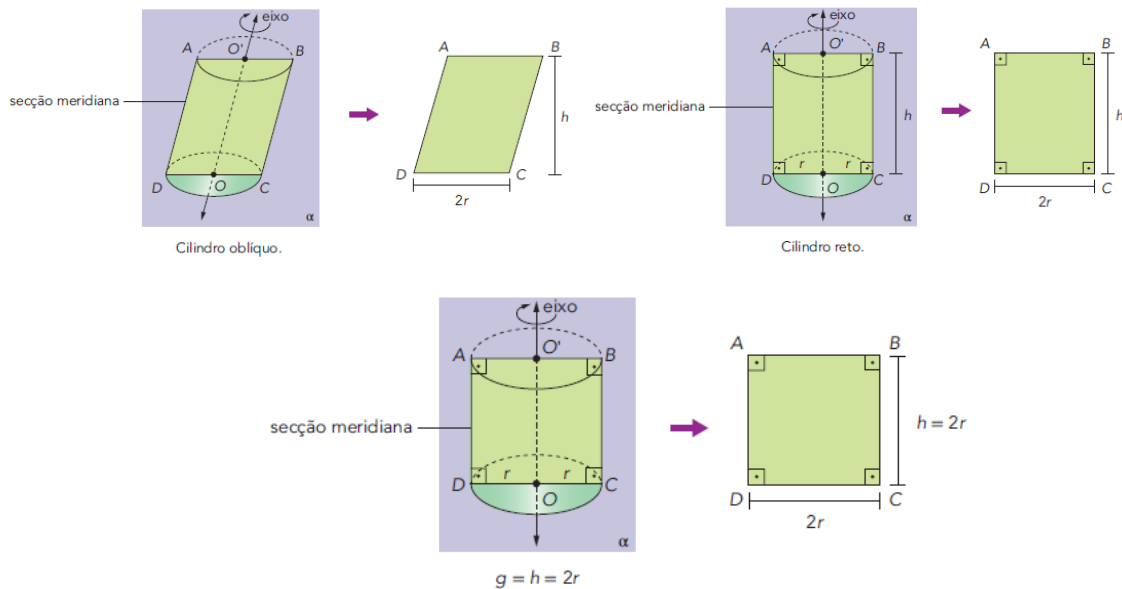
- Bases: são os círculos paralelos de centros O e O' e raio cuja medida do comprimento é r .
- Altura: é a distância entre os planos que contêm as bases, representada por h .
- Eixo: é a reta OO' que contém os centros dos círculos das bases.
- Geratriz: é cada segmento de reta paralelo ao eixo com extremidades nos pontos da circunferência das bases, representado por g .
- Superfície lateral: é a reunião de todas as geratrizes do cilindro.



Classificação conforme a inclinação em relação aos pontos



Secção Meridiana



Área do Cilindro

$$A_L = 2 * \pi * r * h$$

$$A_B = \pi * r^2$$

$$A_T = A_L + 2 * A_B$$

Volume do Cilindro

$$V = A_B * h$$

$$V = \pi * r^2 * h$$

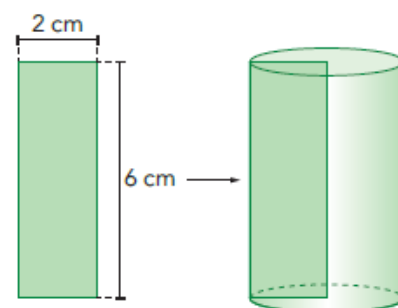
Apêndice III: Lista de exemplos e exercícios

Exemplo 1: Um tanque cilíndrico tem 3m de profundidade. Sua base superior é aberta e tem 4m de diâmetro. Quantos galões de tinta são necessários para pintar o interior deste tanque, se para cada metro quadrado se gasta $\frac{1}{4}$ de galão?

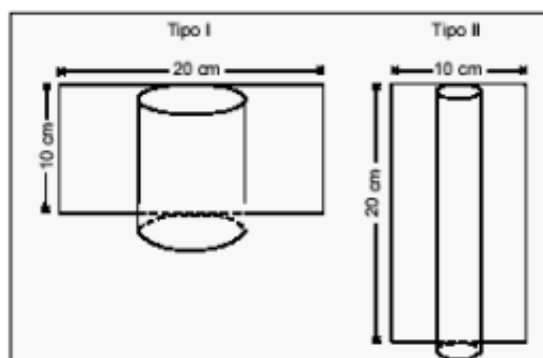
Exemplo 2: Uma seringa tem a forma cilíndrica com 2cm de diâmetro por 8cm de comprimento. Quando o êmbolo se afasta 5cm da extremidade da seringa próxima à agulha, qual é o volume, em mililitros, de remédio líquido que a seringa pode conter?



- 1) Um estojo com formato cilíndrico tem base com 8 cm de medida de comprimento do diâmetro e 15 cm de medida de comprimento da altura. Quantos centímetros quadrados de material são necessários, aproximadamente, para fabricar esse estojo? (Considere $\pi \approx 3,14$.)
- 2) Sabe-se que a medida de área lateral de um cilindro é $20\pi \text{ cm}^2$. Se o comprimento do raio da base mede 5cm, calcule a medida de comprimento h da altura e a medida de área total A_T do cilindro.
- 3) O cilindro representado foi obtido por meio da rotação da região limitada por um retângulo em torno do eixo determinado pelo lado, cujo comprimento mede 6 cm. Calcule a medida de área total desse sólido.



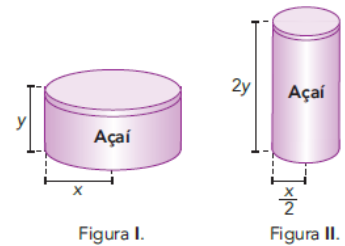
- 4) (ENEM) Uma artesã confecciona dois diferentes tipos de vela ornamental a partir de moldes feitos com cartões de papel retangulares de 20cm x 10cm (conforme ilustram as figuras abaixo). Unindo dois lados opostos do cartão, de duas maneiras, a artesã forma cilindros e, em seguida, os preenche completamente com parafina. Supondo-se que o custo da vela seja diretamente proporcional ao volume de parafina empregado, o custo da vela do tipo I, em relação ao custo da vela do tipo II, será:



- a) o triplo
- b) o dobro
- c) igual
- d) a metade
- e) a terça parte

- 5) Calcule a área da superfície total de um cilindro equilátero, sabendo que seu volume é igual a $250\pi \text{ cm}^3$
- 6) Determine o volume de um cilindro reto, sabendo que ele tem 2,5 dm de altura e sua área lateral é igual à área da base.

- 7) Uma polpa de açaí é vendida em 2 tipos de embalagens cilíndricas. Uma delas (figura I) tem raio da base com medida de comprimento x e altura com medida de comprimento y . A outra (figura II) tem raio da base com medida de comprimento $x/2$ e altura com medida de comprimento $2y$. A embalagem representada pela figura I é vendida por R\$ 16,00, e a outra, por R\$ 10,00.



Qual das 2 embalagens é mais vantajoso comprar, considerando a razão entre o preço e a medida de volume de cada embalagem?

- 8) Um reservatório cilíndrico de armazenamento de líquidos tem internamente 8 m de medida do diâmetro e 14 m de medida da altura e está vazio. Se ele receber líquido à razão de 160 litros por minuto, qual é o menor número inteiro de dias necessários para enchê-lo completamente? Use $\pi \approx 22/7$.
- 9) Uma vela com formato de cilindro reto, tem área total medindo $108\pi \text{ cm}^2$ e medida do raio da base igual a $\frac{1}{2}$ da medida da altura. Determine a medida de área lateral e a medida de volume dessa vela.
- 10)(Enem) Um povoado com 100 habitantes está passando por uma situação de seca prolongada e os responsáveis pela administração pública local decidem contratar a construção de um reservatório. Ele deverá ter a forma de um cilindro circular reto, cuja base tenha 5 metros de diâmetro interno, e atender à demanda de água da população por um período de exatamente sete dias consecutivos. No oitavo dia, o reservatório vazio é completamente reabastecido por carros-pipa. Considere que o consumo médio diário por habitante é de 120 litros de água. Use 3 como aproximação para π . Nas condições apresentadas, o reservatório deverá ser construído com uma altura interna mínima, em metro, igual a:
- 1,12.
 - 3,10.
 - 4,35.
 - 4,48.
 - 5,60.
- 11) No intervalo de uma reunião de trabalho, será servido café em uma garrafa térmica cujo reservatório é cilíndrico com as medidas internas 18 cm de altura e 5 cm de raio da base. O café será servido em copinhos plásticos, também cilíndricos, com 4 cm de medida do diâmetro da base, 4 cm de medida da altura e espessura desprezível. Considere $\pi \approx 3,1$.
- Se cada um dos 30 participantes quiser se servir uma única vez, enchendo completamente o copinho, haverá café suficiente para todos? Explique sua resposta.



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

Plano de Aula Semanal nº 2

Acadêmica: Gabriela Knob Cabral

Professora Orientadora: Elizangela Weber

Unidade Concedente: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha- Campus Santa Rosa

Estágio – Turma/Nº de alunos: 2º ano EDI T15/ 32 alunos

Professor(a) Regente da Classe: Julhane Thomas Schulz

Nº de Períodos semanal/ Tempo de cada período: 3 períodos/ 50 minutos

Data/Horário: 18/09/2025 / 9h10 -11h55

1 .Tema/Assunto:

Geometria Espacial: Corpos Redondos

2. Objetos de Conhecimento:

Cone

3. Habilidades relativas a BNCC:

(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

4 . Objetivos

- Compreender os elementos do cone, sua planificação e área.
- Comparar o volume do cilindro e do cone, através da investigação.
- Resolver problemas contextualizados sobre os conceitos aprendidos.

5. Metodologia

Investigação Matemática e Método Expositivo e Dialogado.

6. Recursos

Materiais de uso comum: folha, caderno, lápis, etc.

Materiais/ recursos didáticos: grãos, notebook, projetor, conjunto Sólidos de Revolução, material impresso.

7. Desenvolvimento



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central - Santa Rosa/RS - CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

Incentivação (15 minutos):

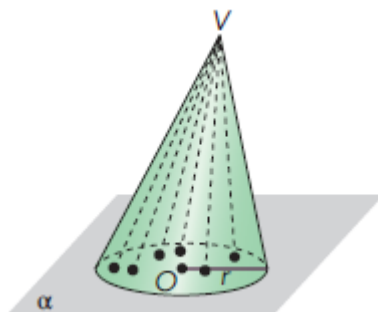
Esse momento será destinado para tirar dúvidas sobre os exercícios da aula anterior e fazer a correção das questões que forem necessárias. Espera-se que tenham dúvidas em poucas questões, mas se for necessário fazer a correção de muitas questões, os alunos serão convidados a virem para o quadro.

Desenvolvimento da aula:

1º momento (35 minutos):

Para iniciar o estudo do cone, serão estudados os elementos, classificação e secção meridiana do sólido geométrico. A professora fará a projeção e explicação do conteúdo (conforme Apêndice I), e entregará aos estudantes um resumo com os conceitos (Apêndice II):

Considere um círculo de centro O e raio de medida r , contido em um plano α , e um ponto V não pertencente a α . Chama-se cone circular, ou apenas cone, a união dos segmentos de reta com uma extremidade em V e a outra em um ponto do círculo.



- O ponto V é o vértice do cone.
- O círculo de centro O e raio de medida r é a base do cone.
- Cada segmento de reta com uma extremidade em V e a outra em um ponto da circunferência da base é uma geratriz do cone.
- A medida de distância do vértice ao plano da base é a medida da altura do cone.
- A reta VO é o eixo do cone.

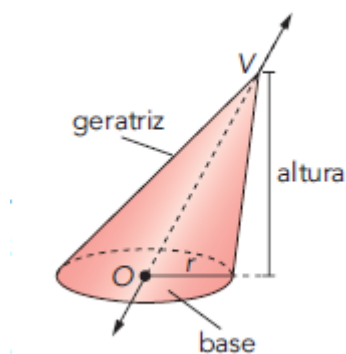


MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

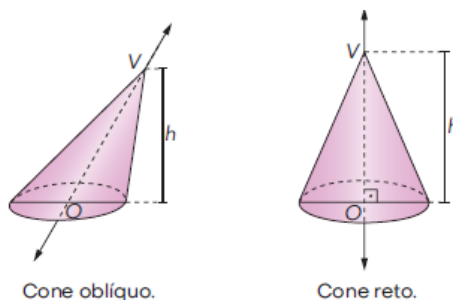
Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200



Após o estudo dos elementos do cone, será feita sua classificação quanto a sua inclinação:

- **Cone Oblíquo:** se o eixo VO é oblíquo ao plano da base;
- **Cone Reto:** se o eixo VO é perpendicular ao plano da base. Nesse caso, a medida de VO é a medida da altura do cone.



Nesse momento, será demonstrado que o cone reto é um sólido de revolução, com o material Conjunto dos Sólidos de Revolução. Com o apoio do material, os alunos poderão observar que o cone reto é obtido a partir da rotação de um triângulo. A partir disso, será realizada uma discussão a partir da pergunta:



O cone oblíquo também é um sólido de revolução? Qual figura plana pode ser rotacionada para gerar esse sólido? A partir do estudo já realizado no objeto de



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central - Santa Rosa/RS - CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

conhecimento cilindro, os alunos deverão responder que o cone oblíquo não é um sólido de revolução.

Com isso, os alunos farão anotações em seus cadernos:

- Um cone reto também é chamado cone de revolução, pois pode ser obtido pela rotação de um triângulo retângulo em torno de um de seus catetos.
- Um cone oblíquo não é um sólido de revolução, porque a rotação de qualquer figura plana não formará esse sólido.

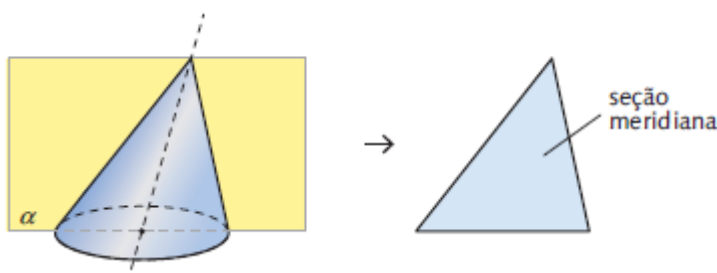
Ainda, a partir da rotação das figuras, os alunos serão questionados:

Caso um cone oblíquo seja cortado verticalmente ao meio, qual figura teremos ao abri-lo? Espera-se que os alunos reflitam um pouco e cheguem a conclusão de que a figura formada será um triângulo.

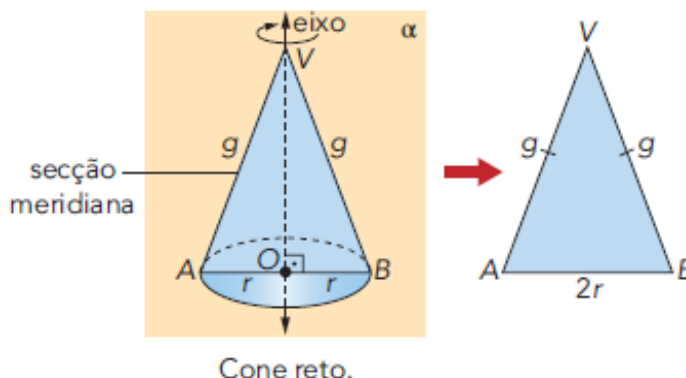
Caso se corte ao meio um cone reto, qual será a figura formada? Os alunos deverão responder que a figura também será um triângulo.

A professora explicará que esse corte permite observar a secção meridiana, conforme será apresentado no slide.

- **Secção meridiana** de um cone é a intersecção dele com um plano que contém o eixo VO.
- A secção meridiana de um cone oblíquo é uma região limitada por um triângulo.



- A secção meridiana de um cone reto é um triângulo isósceles.





MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

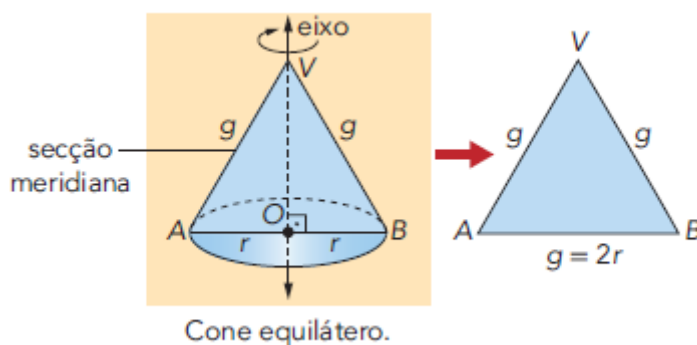
Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central - Santa Rosa/RS - CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

Qual é a medida da base do triângulo? Os alunos devem responder que é o diâmetro do círculo.

- Cone equilátero é um cone reto cuja secção meridiana é um triângulo equilátero.



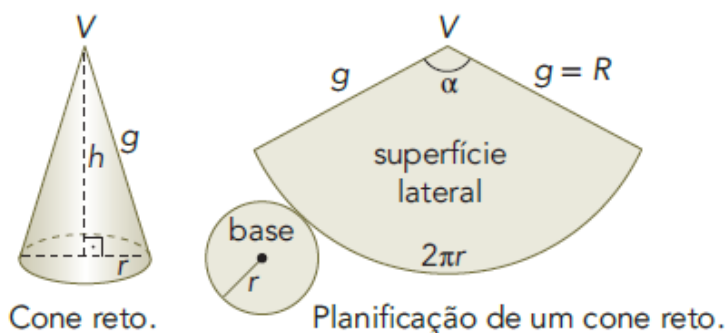
Qual é a medida da base do triângulo formado? A resposta dada pelos alunos deve ser o diâmetro do círculo.

Qual é a medida da geratriz do triângulo? Os alunos devem responder que também é diâmetro.

Qual a relação entre o diâmetro e a geratriz? Espera-se que respondam que são iguais.

2º momento (20 minutos):

A professora apresentará a planificação de um cone reto para iniciar o estudo da área de um cone.



Quais figuras vocês identificam? Espera-se que os alunos respondam círculo e setor circular.

Temos uma figura que representa a base e outra figura que representa a lateral, identifiquem cada uma. Os alunos devem dizer que o círculo é a base e o setor circular é a lateral.



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central - Santa Rosa/RS - CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

Qual é a área do círculo? Espera-se que os alunos respondam que é $\pi * r^2$.

A professora vai explicar que o setor circular é parte de um círculo. Para encontrar a área do setor circular, a professora vai utilizar uma regra de três envolvendo o comprimento e a área do círculo e do setor circular.

Comprimento

$$2\pi R \text{ ou } 2\pi g$$

$$2\pi r$$

Área

$$\pi R^2 \text{ ou } \pi g^2$$

$$A_L$$

$$2\pi g * A_L = 2\pi r * \pi g^2$$

$$A_L = \frac{2\pi^2 r g^2}{2\pi g}$$

$$A_L = \pi r g$$

Então a professora vai explicar que a área total de um cone é dada por:

$$A_T = A_B + A_L$$

$$A_B = \pi r^2$$

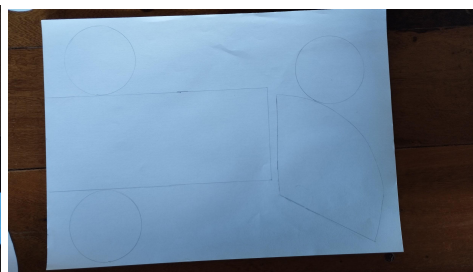
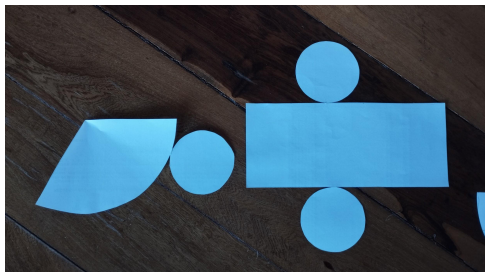
$$A_L = \pi r g$$

$$A_T = \pi r^2 + \pi r g$$

$$A_T = \pi r * (r + g)$$

3º momento (30 minutos):

Nesse momento, a turma será dividida em grupos de quatro estudantes cada, cada grupo receberá um roteiro (Apêndice III), algumas folhas com figuras para recorte e grãos. Eles seguirão o roteiro, com a condução da professora, e descobrirão como calcular o volume de um cone.



1. Recorte as 4 planificações, cole no local indicado e monte os sólidos geométricos correspondentes a essas planificações. Quais sólidos foram formados?

Eles vão montar um cilindro e três cones.

2. Quais aspectos esse cilindro e cone têm em comum?

Ambos têm a mesma área de base e mesma altura.



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

3. Preencha o cilindro com os grãos. A quantidade de grãos que cabem dentro desse cilindro representam qual grandeza?

Volume.

4. Qual a fórmula do volume de um cilindro?

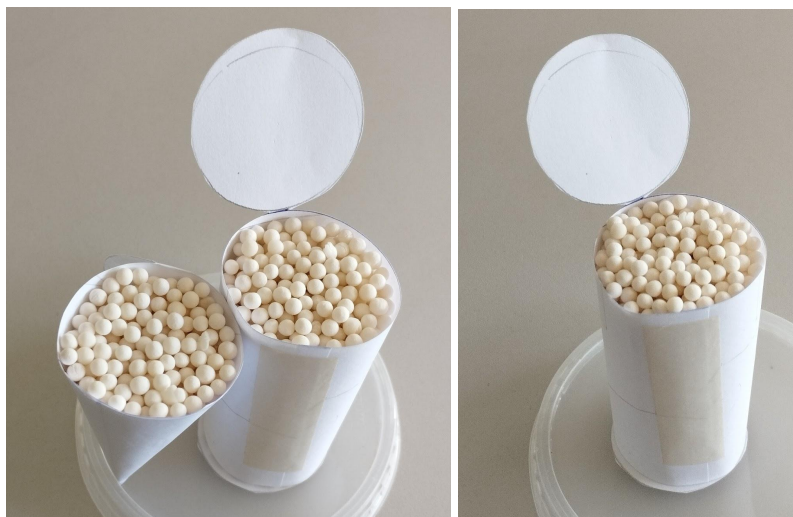
$$V = \pi * r^2 * h$$

5. Agora utilizando os grãos do cilindro, preencha os cones. Qual a relação entre o volume do cilindro e o volume do cone?

O volume do cone é 3 vezes menor que o volume do cilindro.

6. Sendo assim, como podemos escrever o volume de um cone?

$$V = \frac{\pi * r^2 * h}{3}$$



A professora vai acompanhar o desenvolvimento dos grupos e auxiliar para que consigam compreender a atividade proposta. Ao final da atividade a professora vai pedir para que os alunos cole o roteiro no caderno e escrevam a fórmula do volume de um cone.

4º momento (40 minutos):

A professora dará um exemplo envolvendo o cálculo de área e volume do cone.

Exemplo 1: O chapéu de uma fantasia de fada mostrado na imagem tem o formato da superfície lateral de um cone de revolução de 12cm de medida da altura e $100\pi\text{cm}^3$ de medida de volume. Uma vez que é feito de cartolina, quantos cm^2 desse material foram usados na confecção do chapéu?



Chapéu de fantasia de fada.



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central - Santa Rosa/RS - CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

Retirando os dados:

$$h = 12\text{cm}$$

$$V = 100\pi\text{cm}^3$$

A partir do volume, deve-se descobrir o valor do raio e com ele calcular a geratriz do cone, lembrando que deve-se calcular apenas a área lateral.

$$V = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

$$100\pi = \frac{\pi r^2 12}{3}$$

$$300\pi = 12\pi r^2$$

$$r^2 = \frac{300\pi}{12\pi}$$

$$r^2 = 25$$

$$r = 5\text{cm}$$

Para calcular a geratriz, utiliza-se a relação do Teorema de Pitágoras

$$g^2 = h^2 + (r)^2$$

$$g^2 = 12^2 + (5)^2$$

$$g^2 = 144 + 25$$

$$g^2 = 169$$

$$g \simeq 13\text{cm}$$

$$A_L = \pi * 5 * 13$$

$$A_L = \pi * 65$$

$$A_L = 65\pi\text{cm}^2$$

Sistematização/Fechamento da Aula:

Para encerrar a aula, a professora entregará impressa uma lista de exercícios (Apêndice IV):

- 1) Um tanque cônico tem 4 m de medida de profundidade e o topo circular tem medida de comprimento do diâmetro 6 m. Qual é a medida de volume máxima, em litros, que esse tanque pode conter de líquido?

Retirando os dados:

$$h = 4\text{m}$$

$$d = 6\text{m} \rightarrow r = 3\text{m}$$

Deve calcular o volume do cone e transformar em l.

$$V = \frac{\pi r^2 h}{3}$$



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central - Santa Rosa/RS - CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

$$V = \frac{\pi \cdot (3)^2 \cdot 4}{3}$$

$$V = \frac{\pi \cdot 9 \cdot 4}{3}$$

$$V = 12\pi m^3$$

$$V = 12000\pi l \text{ ou } 37.680l$$

- 2) Carina avaliou o projeto da cobertura de um silo.

Com essas informações, Carina calculou a medida de volume da cobertura do silo. Qual foi a medida de volume obtida por ela?

Retirando os dados:

$$r = 10 \text{ cm}$$

$$g = 26 \text{ cm}$$

Deve-se encontrar a altura a partir do triângulo retângulo e em seguida calcular o volume.

$$g^2 = h^2 + r^2$$

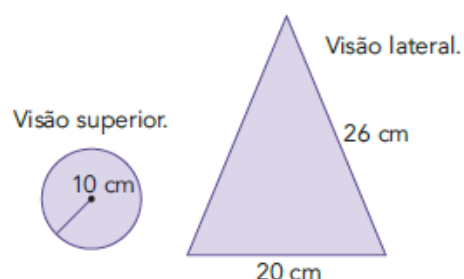
$$26^2 = h^2 + 10^2$$

$$676 = h^2 + 100$$

$$h^2 = 676 - 100$$

$$h = \sqrt{576}$$

$$h = 24 \text{ cm}$$



$$V = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

$$V = \frac{\pi \cdot (10)^2 \cdot 24}{3}$$

$$V = \frac{\pi \cdot 100 \cdot 24}{3}$$

$$V = 800\pi \text{ cm}^3$$

$$V \approx 2512 \text{ cm}^3$$

- 3) Determine a medida de volume de um cone cujo comprimento da altura mede 6 cm e cujo comprimento da geratriz mede 7 cm. (Considere $\pi \approx 3,14$).

Retirando os dados:

$$h = 6 \text{ cm}$$

$$g = 7 \text{ cm}$$

$$\pi = 3,14$$

Deve-se obter o raio a partir do triângulo retângulo e calcular o volume

$$g^2 = h^2 + r^2$$

$$7^2 = 6^2 + r^2$$

$$49 = 36 + r^2$$



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central - Santa Rosa/RS - CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

$$r^2 = 49 - 36$$

$$r = \sqrt{13}$$

$$V = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$$

$$V = \frac{\pi \cdot (\sqrt{13})^2 \cdot 6}{3}$$

$$V = \frac{\pi \cdot 13 \cdot 6}{3}$$

$$V = 26\pi \text{ cm}^3$$

$$V \approx 81,64 \text{ cm}^3$$

- 4) Considere um cone reto cujo comprimento do raio da base mede 5 cm e a abertura do ângulo central mede 45° . Determine:
- a) a medida de área da base;
 - b) a medida de área lateral;
 - c) a medida de área total.

Retirando os dados:

$r=5\text{cm}$

$\text{ângulo}=45^\circ$

$$\text{a) } A_B = \pi r^2$$

$$A_B = \pi \cdot (5)^2$$

$$A_B = 25\pi \text{ cm}^2$$

$$\text{b) } A_L = \pi \cdot r \cdot g$$

$$\frac{45^\circ}{360^\circ} = \frac{2\pi r}{2\pi R}$$

$$\frac{45^\circ}{360^\circ} = \frac{2\pi \cdot 5}{2\pi R}$$

$$\frac{1}{8} = \frac{5}{R}$$

$$R = 5 \cdot 8$$

$$R = g = 40 \text{ cm}$$

$$A_L = \pi \cdot r \cdot g$$

$$A_L = \pi \cdot 5 \cdot 40$$

$$A_L = 200\pi \text{ cm}^2$$

$$\text{c) } A_T = A_B + A_L$$

$$A_T = 25\pi + 200\pi$$

$$A_T = 225\pi \text{ cm}^2$$



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

- 5) Uma fábrica de perfumes confecciona frascos no formato de um cone com altura h e raio r . Para melhorar as suas vendas, essa fábrica decidiu aprimorar o design dos frascos criando recipientes no formato de cilindro com altura h e raio r . Desse modo, sobre o volume do novo frasco, podemos afirmar que ele tem
- a) a metade do volume do frasco cônico.
 - b) o dobro do volume do frasco cônico.
 - c) um terço do volume do frasco cônico.
 - d) o triplo do volume do frasco cônico.
 - e) o mesmo volume que o frasco cônico.

Retirando os dados:

Cone de altura h e raio r

Cilindro com altura h e raio r

Quando um cone e um cilindro tem mesma altura e mesma área da base, o volume do cilindro é 3 vezes maior que o volume do cone, portanto a alternativa correta é letra d.

- 6) Um recipiente de vidro possui formato de um cone com raio da base igual a 12 cm e geratriz igual a 16 cm. Sabendo que, para produzir esse vidro, são gastos R\$ 0,15 por cm^2 , utilizando $\pi = 3$, o valor gasto para produzir um desses recipientes de vidro é:
- a) R\$ 108,00
 - b) R\$ 125,12
 - c) R\$ 151,20
 - d) R\$ 175,30
 - e) R\$ 192,45

Retirando os dados:

$r=12\text{cm}$

$g=16\text{cm}$

R\$0,15/ cm^2

$\pi = 3$

Deve-se calcular a área total e multiplicar por 0,15 para obter o valor gasto.

$$A_B = \pi r^2$$

$$A_B = \pi * (12)^2$$

$$A_B = 144\pi\text{cm}^2$$



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central - Santa Rosa/RS - CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

$$A_L = \pi r g$$

$$A_L = \pi * 12 * 16$$

$$A_L = 192\pi cm^2$$

$$A_T = 144\pi + 192\pi$$

$$A_T = 336\pi cm^2$$

$$A_T = 1008cm^2$$

$$Valor = 1008 * 0,15$$

$$Valor = R\$151,20$$

a alternativa correta é letra c

- 7) Dobrando simultaneamente a medida da altura e a medida do diâmetro de um cone circular reto, por quanto fica multiplicada a medida de:

a) área total?

Se dobrar a medida da altura e do diâmetro, irá dobrar a medida do raio e da geratriz.

$$A_T = \pi r^2 + \pi r g$$

$$A_{T2} = \pi(2r)^2 + \pi * 2r * 2g$$

$$A_{T2} = 4r^2\pi + 4rg\pi$$

Portanto, a área total fica multiplicada por 4.

b) volume?

$$V = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

$$V_2 = \frac{\pi(2r)^2 * 2h}{3}$$

$$V_2 = \frac{\pi * 4r^2 * 2h}{3}$$

$$V_2 = \frac{8r^2 h \pi}{3}$$

Portanto, o volume fica multiplicado por 8.

8. Avaliação

Os alunos serão avaliados por sua participação, assiduidade e desenvolvimento das atividades propostas, além do registro no caderno. Para a atividade de Investigação Matemática, os alunos serão avaliados pelo desenvolvimento e entendimento da proposta, realizando-a com cuidado para não espalhar grãos pelo chão e respondendo aos questionamentos do roteiro corretamente.

9. Bibliografias

ANDRADE, Thais Marcelle de. **Matemática interligada: geometria espacial e**



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

plana. 1. ed. São Paulo: Schipione, 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular:** educação é a base. Brasília, 2017.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Do seu jeito: Matemática: área de Matemática e suas Tecnologias:** volume 2: Ensino médio. 1. ed. São Paulo: Ática, 2024.

IEZZI, Gelson; DEGENSZAJN, David; TAMARI, Marcio; PASMANIK, Guilherme. **Identidade Saraiva: Matemática: área de Matemática e suas Tecnologias:** volume 2: Ensino médio. 1. ed. São Paulo: Saraiva, 2024.

PONTE, J. P. BROCARD, J. OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula.** 4 ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2024.

10. Observações

A aula ocorreu conforme o planejado, todas as atividades foram realizadas com a participação dos alunos. Quanto às dúvidas a respeito da aula anterior, os alunos não tiveram dificuldades em nenhum dos exercícios. Por isso, os primeiros momentos da aula, antes do intervalo, terminaram antes do tempo esperado. Ao final da aula, muitos alunos conseguiram concluir as atividades, sem que sobrasse muito tempo. No laboratório de matemática, havia apenas um Conjunto Sólidos de Revolução funcionando e outra professora estava utilizando, portanto fiz a revolução com a utilização do *software* Geogebra.

Quanto à atividade de investigação matemática, todos os alunos recortaram corretamente as figuras e identificaram que o cone e o cilindro tinham a mesma área de base e mesma altura. Porém alguns, no momento de colar, não conseguiram colar na marcação correta ou amassaram as figuras, deformando-as e isso interferiu nos resultados encontrados. Por exemplo, um grupo de alunos obteve como resposta que o volume do cilindro era igual ao volume de 4 cone, ao invés de 3. Como eles estavam próximos a outro grupo, pedi para que aquele grupo que fez corretamente demonstrasse, e assim os alunos pudessem observar que o volume de 3 cones equivale ao volume de um cilindro de mesma área de base e mesma altura. Portanto, a atividade foi bem sucedida, porque os alunos se recordarão da atividade desenvolvida e não necessitarão decorar várias fórmulas.

A interação entre professor e aluno se deu de forma satisfatória, com algumas conversas paralelas, mas que não interferiram na aprendizagem e compreensão do conteúdo. Houve um caso de indisciplina, quando uma aluna, no momento dos exercícios, pegou um tablet para fazer outras atividades que não estavam relacionadas a aula. Tive que pedir pra ela me entregar o tablet, que foi encaminhado para a Assistência Estudantil, porque conforme o combinado no primeiro dia de aula, os alunos só poderiam utilizar equipamentos eletrônicos caso eu solicitasse. A interação entre os alunos se deu de forma muito satisfatória



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central - Santa Rosa/RS - CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

também, eles trabalham bem em grupos, auxiliando os colegas e trocando informações e opiniões acerca de como realizar as atividades.

Os objetivos da aula foram alcançados, não houve nenhum impedimento para ministrar o conteúdo. Acredito que a atividade de investigação foi significativa para os alunos e facilitou a compreensão da comparação entre o volume dos dois sólidos. Como muitos conseguiram concluir os exercícios ainda em aula, puderam conseguir aplicar os conceitos aprendidos e sanar suas dúvidas.

Gabriela Knob Cabral

Aluna – Estagiária

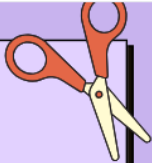
Julhane Alice Thomas Schulz
Supervisora – Parte Concedente

Elizangela Weber
Professora Orientadora – Entidade Educacional

Apêndice I: Slide

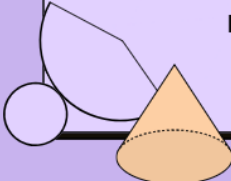


Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia
Farroupilha - Campus Santa Rosa



CORPOS REDONDOS: CONE

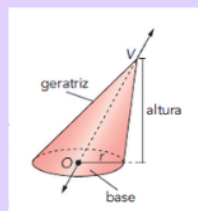
Professora estagiária: Gabriela Knob Cabral
EDI T15- 2º ano
2º semestre/2025



ELEMENTOS DO CONE:

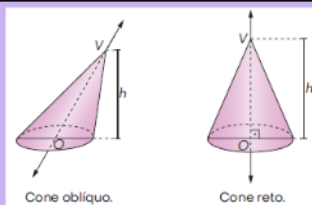
Considere um círculo de centro O e raio de medida r , contido em um plano α , e um ponto V não pertencente a α . Chama-se cone circular, ou apenas cone, a união dos segmentos de reta com uma extremidade em V e a outra em um ponto do círculo.

- O ponto V é o vértice do cone.
- O círculo de centro O e raio de medida r é a base do cone.
- Cada segmento de reta com uma extremidade em V e a outra em um ponto da circunferência da base é uma geratriz do cone.
- A medida de distância do vértice ao plano da base é a medida da altura do cone.
- A reta VO é o eixo do cone.



CLASSIFICAÇÃO CONFORME A INCLINAÇÃO EM RELAÇÃO AO PLANO

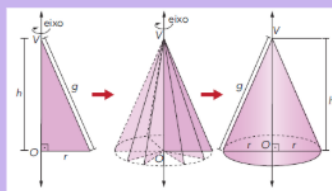
- Cone Oblíquo: se o eixo VO é oblíquo ao plano da base;
- Cone Reto: se o eixo VO é perpendicular ao plano da base. Nesse caso, a medida de VO é a medida da altura do cone.



CONE DE REVOLUÇÃO



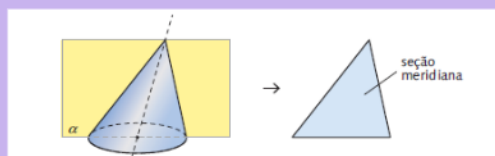
- Um cone reto também é chamado cone de revolução, pois pode ser obtido pela rotação de um triângulo retângulo em torno de um de seus catetos.
- Um cone oblíquo não é um sólido de revolução, porque a rotação de qualquer figura plana não formará esse sólido.



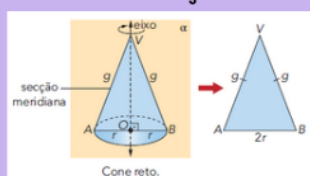
SECÇÃO MERIDIANA

É a intersecção dele com um plano que contém o eixo VO.

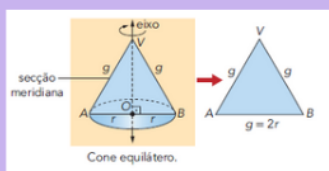
A secção meridiana de um cone oblíquo é uma região limitada por um triângulo.



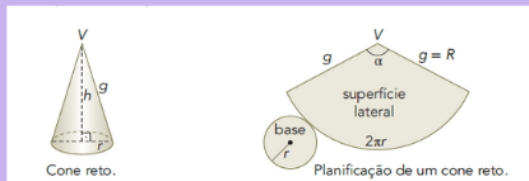
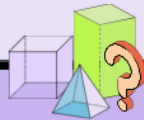
A secção meridiana de um cone reto é um triângulo isósceles.



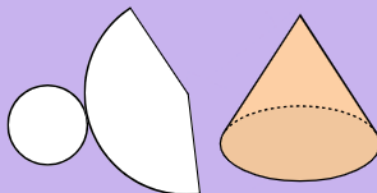
Cone equilátero é um cone reto cuja secção meridiana é um cone equilátero.



ÁREA DO CONE

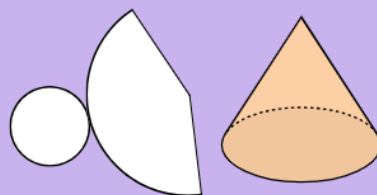


ÁREA DO CONE



- Como se calcula a área de um círculo?
- Como se calcula a área de um setor circular?

ÁREA DO CONE



- Como se calcula a área de um círculo?
 $\pi \cdot r^2$
- Como se calcula a área de um setor circular?

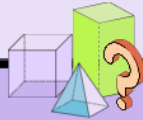
Comprimento	Área
$2\pi R$ ou $2\pi g$	πR^2 ou πg^2
$2\pi r$	A_l

$$2\pi g \cdot A_l = 2\pi r \cdot \pi g^2$$

$$A_l = \frac{2\pi^2 g^2}{2\pi g}$$

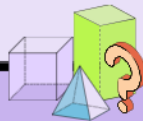
$$A_l = \pi r g$$

ÁREA DO CONE



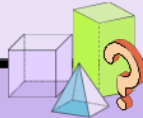
$$\begin{aligned}A_T &= A_B + A_L \\A_B &= \pi r^2 \\A_L &= \pi r g \\A_T &= \pi r^2 + \pi r g \\A_T &= \pi r * (r + g)\end{aligned}$$

VOLUME DO CONE



$$V = \frac{\pi * r^2 * h}{3}$$

EXEMPLO:



O chapéu de uma fantasia de fada mostrado na imagem tem o formato da superfície lateral de um cone de revolução de 12cm de medida da altura e $100\pi\text{cm}^3$ de medida de volume. Uma vez que é feito de cartolina, quantos cm^2 desse material foram usados na confecção do chapéu?

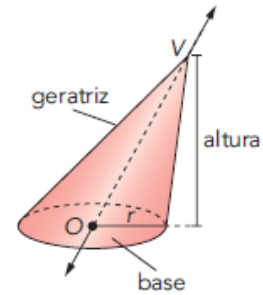


Chapéu de fantasia de fada.

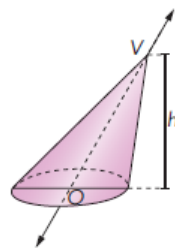
Apêndice II: Folha resumo Elementos do cone

Considere um círculo de centro O e raio de medida r , contido em um plano α , e um ponto V não pertencente a α . Chama-se cone circular, ou apenas cone, a união dos segmentos de reta com uma extremidade em V e a outra em um ponto do círculo.

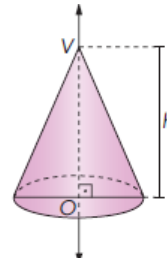
- O ponto V é o vértice do cone.
- O círculo de centro O e raio de medida r é a base do cone.
- Cada segmento de reta com uma extremidade em V e a outra em um ponto da circunferência da base é uma geratriz do cone.
- A medida de distância do vértice ao plano da base é a medida da altura do cone.
- A reta VO é o eixo do cone.



Classificação conforme a inclinação em relação aos pontos

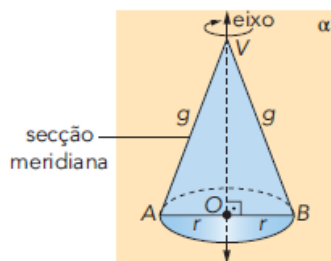


Cone oblíquo.

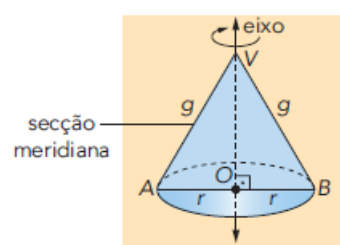
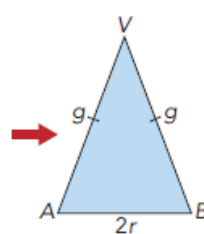


Cone reto.

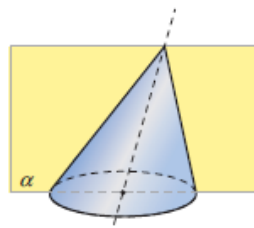
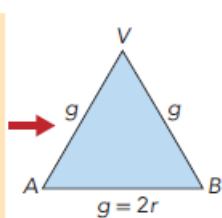
Secção Meridiana



Cone reto.



Cone equilátero.



Área do Cone

$$A_T = A_B + A_L$$

$$A_B = \pi r^2$$

$$A_L = \pi r g$$

Volume do Cone

$$V = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

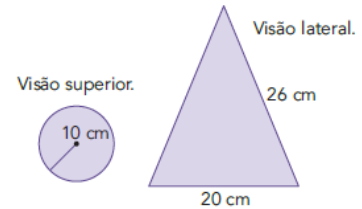
Apêndice III: Roteiro de Investigação

1. Recorte as 4 planificações, cole no local indicado e monte os sólidos geométricos correspondentes a essas planificações. Quais sólidos foram formados?
2. Quais aspectos esse cilindro e cone têm em comum?
3. Preencha o cilindro com os grãos. A quantidade de grãos que cabem dentro desse cilindro representam qual grandeza?
4. Qual a fórmula do volume de um cilindro?
5. Agora utilizando os grãos do cilindro, preencha os cones. Qual a relação entre o volume do cilindro e o volume do cone?
6. Sendo assim, como podemos escrever o volume de um cone?

Apêndice IV: Lista de exercícios

- 1) Um tanque cônico tem 4 m de medida de profundidade e o topo circular tem medida de comprimento do diâmetro 6 m. Qual é a medida de volume máxima, em litros, que esse tanque pode conter de líquido?

- 2) Carina avaliou o projeto da cobertura de um silo. Com essas informações, Carina calculou a medida de volume da cobertura do silo. Qual foi a medida de volume obtida por ela?



- 3) Determine a medida de volume de um cone cujo comprimento da altura mede 6 cm e cujo comprimento da geratriz mede 7 cm. (Considere $\pi \approx 3,14$.)
- 4) Considere um cone reto cujo comprimento do raio da base mede 5 cm e a abertura do ângulo central mede 45° . Determine:
- a) a medida de área da base;
 - b) a medida de área lateral;
 - c) a medida de área total.
- 5) Uma fábrica de perfumes confecciona frascos no formato de um cone com altura h e raio r . Para melhorar as suas vendas, essa fábrica decidiu aprimorar o design dos frascos criando recipientes no formato de cilindro com altura h e raio r . Desse modo, sobre o volume do novo frasco, podemos afirmar que ele tem:
- a) a metade do volume do frasco cônico.
 - b) o dobro do volume do frasco cônico.
 - c) um terço do volume do frasco cônico.
 - d) o triplo do volume do frasco cônico.
 - e) o mesmo volume que o frasco cônico.
- 6) Um recipiente de vidro possui formato de um cone com raio da base igual a 12 cm e geratriz igual a 16 cm. Sabendo que, para produzir esse vidro, são gastos R\$ 0,15 por cm^2 , utilizando $\pi = 3$, o valor gasto para produzir um desses recipientes de vidro é:
- a) R\$ 108,00
 - b) R\$ 125,12
 - c) R\$ 151,20
 - d) R\$ 175,30
 - e) R\$ 192,45
- 7) Dobrando simultaneamente a medida da altura e a medida do diâmetro de um cone circular reto, por quanto fica multiplicada a medida de:
- a) área total?
 - b) volume?



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

Plano de Aula Semanal nº 3

Acadêmica: Gabriela Knob Cabral

Professora Orientadora: Elizangela Weber

Unidade Concedente: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha- Campus Santa Rosa

Estágio – Turma/Nº de alunos: 2º ano EDI T15/ 32 alunos

Professor(a) Regente da Classe: Julhane Thomas Schulz

Nº de Períodos semanal/ Tempo de cada período: 3 períodos/ 50 minutos

Data/Horário: 25/09/2025 / 9h10min às 11h55min

1 .Tema/Assunto:

Geometria Espacial: Corpos Redondos

2. Objetos de Conhecimento:

Tronco de Cone

3. Habilidades relativas a BNCC:

(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

4 . Objetivos

- Compreender os elementos do tronco de cone, sua planificação e área.
- Comparar a área e o volume do cone e do tronco de cone.
- Resolver problemas contextualizados sobre os conceitos aprendidos.

5. Metodologia

Investigação Matemática e Método Expositivo e Dialogado.

6. Recursos

Materiais de uso comum: folha, caderno, lápis, etc.

Materiais/ recursos didáticos: grãos, notebook, projetor, conjunto Sólidos de Revolução, material impresso.

7. Desenvolvimento

Incentivação (15 minutos):



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central - Santa Rosa/RS - CEP 98787-740
Fone: (55) 2013 0200

Esse momento será destinado para esclarecer as dúvidas sobre os exercícios da aula anterior e fazer a correção das questões em que os estudantes tiverem dúvidas. Espera-se que tenham êxito nas resoluções das questões, mas se for necessário fazer a correção de muitas questões, os alunos serão convidados a virem para o quadro.

Desenvolvimento da aula:

1º momento (15 minutos):

Para iniciar o conteúdo de tronco de cone, a professora irá projetar a imagem de uma caixa de água (Apêndice I), e também levará uma caixa de água em miniatura para que os alunos possam visualizar e analisar o material.



A partir da representação da caixa de água, a professora fará uma problematização:

Qual é aproximadamente a quantidade de material necessário para fabricar uma caixa de água desse formato, considerando que o raio do seu topo mede 1m e o raio de sua base mede 83cm e nela cabem 2.000 litros de água? Para que os alunos possam resolver esse problema é necessário primeiro compreender qual é o sólido mais semelhante a caixa de água.



Para isso, a professora fará alguns questionamentos:

Qual o formato dessa caixa de água? Espera-se que os alunos inicialmente respondam que o formato é cilíndrico.

As bases dessa caixa de água possuem o mesmo tamanho? Os alunos devem observar que são bases com tamanhos diferentes, uma maior e outra menor.



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central - Santa Rosa/RS - CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

Os cilindros que estudamos tinham bases iguais ou diferentes? A resposta deve ser bases iguais.

Sabendo que o cilindro deve ter as duas bases de mesmo tamanho? Qual sólido poderia representar essa caixa de água? Espera-se que os alunos deem alguns palpites, mas que não cheguem na resposta correta.

A professora colocará um cone de papel em cima da caixa de água e continuará os questionamentos:



A caixa de água e o papel juntos estão representando qual figura? Os alunos deverão responder cone.

Sabendo que a caixa é a parte inferior do cone, qual é o nome desse sólido? Recordem-se do estudo de pirâmides. Os alunos deverão associar ao conteúdo de pirâmides e responder que a caixa de água representa um tronco de cone.

2º momento (20 minutos):

Nesse momento, os alunos será apresentado os elementos e classificação do tronco de cone, por meio de slides e uma folha resumo (Apêndice II).

Consideremos um cone reto com altura H e vértice V , inseridos em um plano α paralelo à base, com distância h de V , determinando dois sólidos: um cone e um sólido denominado tronco de cone.



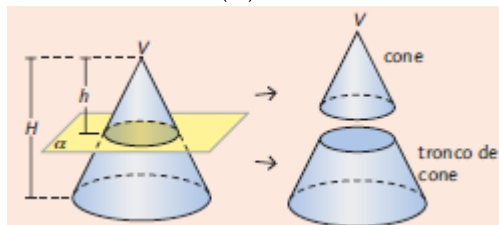
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

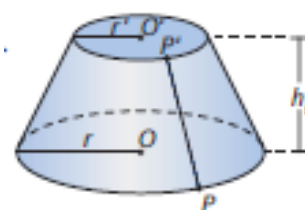
Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central - Santa Rosa/RS - CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

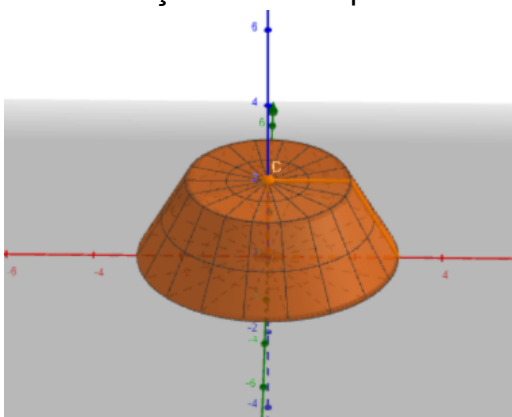
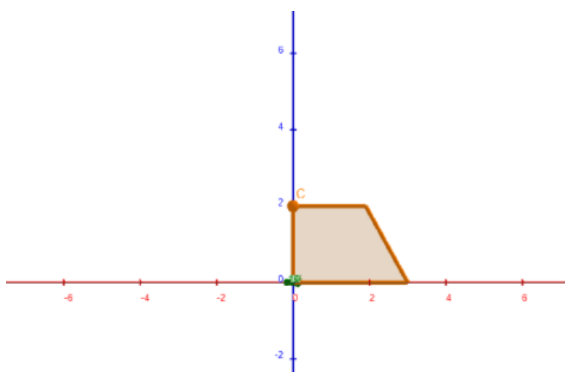


Elementos do tronco de cone:

- Base maior: é o círculo de centro O e raio r .
- Base menor: é o círculo de centro O' e raio r'.
- Altura do tronco: é a distância entre a base maior e a base menor. Na figura, h_t representa a medida da altura do tronco.
- Geratriz do tronco: é cada segmento de reta contido na geratriz do cone cujas extremidades pertencem às circunferências das bases, por exemplo, PP' na figura.
- Superfície lateral: é a reunião de todas as geratrizes do tronco de cone.



Em seguida, por meio do *software* Geogebra, os alunos visualizarão que um tronco de cone reto pode ser obtido a partir da rotação de um trapézio reto.



A professora questionará:

O tronco de cone reto é um sólido de revolução? A partir da demonstração os alunos deverão responder que é um sólido de revolução.

E o tronco de cone oblíquo é um sólido de revolução? A partir do estudo das aulas anteriores, os alunos deverão responder que não é um sólido de revolução, porque não há uma figura geométrica que represente os sólidos oblíquos.

3º momento (20 minutos):

Esse momento será destinado ao estudo da área do tronco de cone. O tronco de cone é formado por 3 figuras, uma base maior, uma base menor e a área lateral.



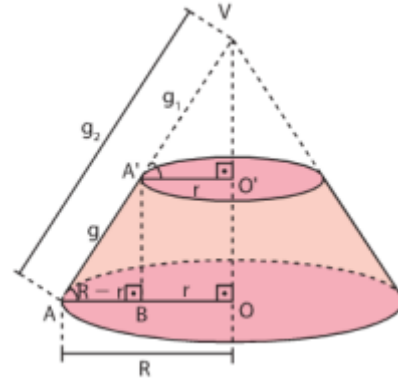
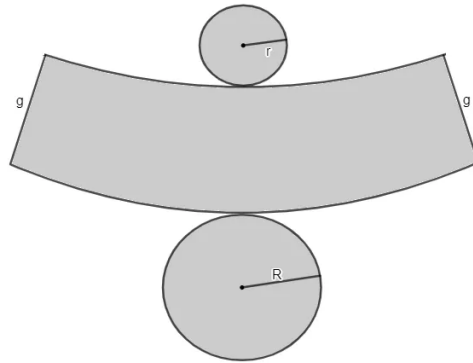
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central - Santa Rosa/RS - CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200



Área da Base Maior: Área do círculo de base R.

$$A_B = \pi R^2$$

Área da Base Menor: Área do círculo de base r.

$$A_b = \pi r^2$$

Área Lateral: Área lateral do cone maior menos a área lateral do cone menor.

$$A_{L\text{ tronco}} = A_{L\text{ Cone}} - A_{L\text{ cone}}$$

$$A_{L\text{ tronco}} = \pi R g_2 - \pi r g_1$$

$$A_{L\text{ tronco}} = \pi R(g + g_1) - \pi r g_1$$

$$A_{L\text{ tronco}} = \pi R g + \pi R g_1 - \pi r g_1$$

$$A_{L\text{ tronco}} = \pi(R g + (R - r) g_1)$$

Considerando que os triângulos $VA'O'$ e $A'AB$ são semelhantes, podemos escrever:

$$\frac{VA'}{A'A} = \frac{A'O'}{AB}$$

$$\frac{g_1}{g} = \frac{r}{R-r}$$

$$g_1 = \frac{rg}{R-r}$$

Substituindo g_1 na equação da área lateral, encontra-se:

$$A_{L\text{ tronco}} = \pi(R g + (R - r) g_1)$$

$$A_{L\text{ tronco}} = \pi(R g + (R - r) * \left(\frac{r g}{R-r}\right))$$

$$A_{L\text{ tronco}} = \pi(R g + r g)$$

$$A_{L\text{ tronco}} = \pi g(R + r)$$

Sendo assim, a área total do tronco de cone é dada por:



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central - Santa Rosa/RS - CEP 98787-740

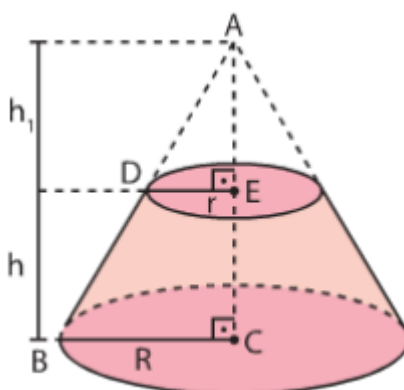
Fone: (55) 2013 0200

$$A_T = A_L + A_B + A_b$$

$$A_T = \pi g(R + r) + \pi R^2 + \pi r^2$$

4º momento (15 minutos):

Esse momento será destinado ao estudo do volume do tronco de cone, através da apresentação da imagem no slide e o desenvolvimento no quadro. O tronco de cone é formado pela subtração de um cone menor de um tronco maior. Sendo assim:



$$V_{\text{tronco}} = V_{\text{Cone maior}} - V_{\text{cone menor}}$$

$$V_{\text{tronco}} = \frac{1}{3} \pi R^2 * (h + h_1) - \frac{1}{3} \pi r^2 * h_1$$

$$V_{\text{tronco}} = \frac{\pi}{3} * (R^2 h + (R^2 - r^2) * h_1)$$

Sendo os triângulos ACB e AED semelhantes, tem-se:

$$\frac{AC}{AE} = \frac{CB}{ED}$$

$$\frac{h_1 + h}{h_1} = \frac{R}{r}$$

$$h_1 R = r h_1 + r h$$

$$h_1 R - r h_1 = r h$$

$$h_1 (R - r) = r h$$

$$h_1 = \frac{r h}{(R - r)}$$

Substituindo h_1 na fórmula do volume, temos:

$$V_{\text{tronco}} = \frac{\pi}{3} * (R^2 h + (R^2 - r^2) * h_1)$$



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central - Santa Rosa/RS - CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

$$V_{tronco} = \frac{\pi}{3} * (R^2h + (R^2 - r^2) * \frac{rh}{(R-r)})$$

$$V_{tronco} = \frac{\pi}{3} * (R^2h + (R - r) * (R + r) * \frac{rh}{(R-r)})$$

$$V_{tronco} = \frac{\pi}{3} * (R^2h + (R + r) * rh)$$

$$V_{tronco} = \frac{\pi}{3} * (R^2h + Rrh + r^2h)$$

$$V_{tronco} = \frac{\pi h}{3} * (R^2 + Rr + r^2)$$

5º momento (10 minutos):

Como exemplo, a professora resolverá o problema dado no início da aula:

Qual é aproximadamente a quantidade de material necessário para fabricar uma caixa de água desse formato, considerando que o raio do seu topo mede 1m e o raio de sua base mede 83cm e nela cabem 2.000 litros de água?



Dados do problema:

$$R=1m$$

$$r=0,83m$$

$$V=2.000 \text{ litros} = 2m^3$$

$$V = \frac{\pi h}{3} * (R^2 + Rr + r^2)$$

$$2 = \frac{\pi h}{3} * ((1)^2 + 1 * 0,83 + (0,83)^2)$$

$$2 * 3 = \pi h * (1 + 0,83 + 0,6889)$$

$$6 = 3,14 * h * (2,5189)$$

$$\frac{6}{2,5189} = 3,14 * h$$

$$h \simeq 0,76$$

$$A_T = \pi g(R + r) + \pi r^2$$

$$g^2 = h^2 + (R - r)^2$$

$$g^2 = (0,76)^2 + (0,17)^2$$

$$g^2 = 0,5776 + 0,0289$$

$$g^2 = 0,6065$$

$$g \simeq 0,78$$

$$A_T = \pi * 0,78(1 + 0,83) + \pi(0,83)^2$$

$$A_T = \pi * 1,4274 + \pi * 0,6889$$

$$A_T = \pi * (1,4274 + 0,6889)$$

$$A_T = 3,14 * (2,1163)$$



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central - Santa Rosa/RS - CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

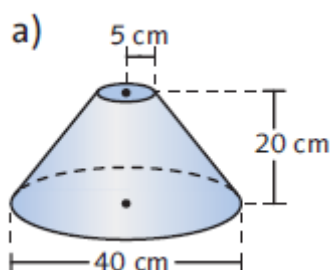
$$A_T \approx 6,645m^2$$

Então serão utilizados 6,65m² de material para construir a caixa de água com essas dimensões que comporte 3.000 litros de água.

Sistematização/Fechamento da Aula (55 minutos):

Para encerrar a aula, a professora vai solicitar que os alunos desenvolvam os exercícios de números 43, 44, 45, 46, 53, 55, 59, do Livro Didático Matemática Interligada: geometria espacial e plana de Thais Marcelle de Andrade. (Anexo I)

43. Calcule a área total dos troncos de cone.



$$\begin{aligned} \text{a) } g^2 &= h^2 + (R - r)^2 \\ g^2 &= (20)^2 + (20 - 5)^2 \\ g^2 &= 400 + 225 \\ g^2 &= 625 \\ g &= \sqrt{625} \\ g &\approx 25cm \\ A_L &= \pi g(R + r) \\ A_L &= 3,14 * 25 * (20 + 5) \\ A_L &= 78,5 * (25) \\ A_L &= 1962,5cm^2 \\ A_B &= \pi R^2 \\ A_B &= 3,14 * (20)^2 \\ A_B &= 3,14 * 400 \\ A_B &= 1256cm^2 \\ A_b &= \pi r^2 \\ A_b &= 3,14 * (5)^2 \\ A_b &= 3,14 * 25 \\ A_b &= 78,5cm^2 \\ A_T &= A_L + A_B + A_b \end{aligned}$$



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

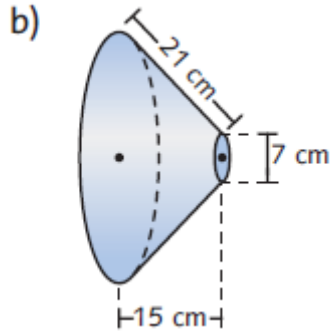
Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central - Santa Rosa/RS - CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

$$A_T = 1962,5 + 1256 + 78,5$$

$$A_T = 3297 \text{ cm}^2$$



$$b) \quad g^2 = h^2 + (R - r)^2$$

$$21^2 = (15)^2 + (R - 3,5)^2$$

$$441 = 225 + (R - 3,5)^2$$

$$(R - 3,5)^2 = 441 - 225$$

$$\sqrt{(R - 3,5)^2} = \sqrt{216}$$

$$R - 3,5 = 14,7$$

$$R = 18,2 \text{ cm}$$

$$A_L = \pi g(R + r)$$

$$A_L = 3,14 \cdot 21 \cdot (18,2 + 3,5)$$

$$A_L = 65,94 \cdot (21,7)$$

$$A_L = 1430,9 \text{ cm}^2$$

$$A_B = \pi R^2$$

$$A_B = 3,14 \cdot (18,2)^2$$

$$A_B = 3,14 \cdot 331,24$$

$$A_B = 1040,1 \text{ cm}^2$$

$$A_b = \pi r^2$$

$$A_b = 3,14 \cdot (3,5)^2$$

$$A_b = 3,14 \cdot 12,25$$

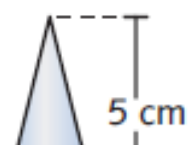
$$A_b = 38,46 \text{ cm}^2$$

$$A_T = A_L + A_B + A_b$$

$$A_T = 1430,9 + 1040,1 + 38,46$$

$$A_T = 2509,46 \text{ cm}^2$$

44. O plano α representado na imagem a seguir é paralelo à base de um cone reto e corta-o determinando um tronco de cone e um cone menor.





MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central - Santa Rosa/RS - CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

a) Em relação ao tronco de cone, calcule:

- o comprimento do raio da base menor.

$$\frac{5}{12} = \frac{r}{3}$$

$$r = \frac{5 \cdot 3}{12}$$

$$r = \frac{15}{12}$$

$$r = 1,25cm$$

- o comprimento da geratriz.

$$g^2 = h^2 + (R - r)^2$$

$$g^2 = (7)^2 + (3 - 1,25)^2$$

$$g^2 = 49 + 3,06$$

$$g = \sqrt{52,06}$$

$$g = 7,21cm$$

b) Qual é a área lateral do tronco de cone?

$$A_L = \pi g(R + r)$$

$$A_L = 3,14 \cdot 7,21 \cdot (3 + 1,25)$$

$$A_L = 22,64 \cdot (4,25)$$

$$A_L = 96,22cm^2$$

c) A sentença a seguir é verdadeira ou falsa? Justifique sua resposta.

A área total do cone maior é igual à reunião da área total do cone menor com a do tronco de cone.

Falso, porque o tronco e o cone menor possuem uma base a mais a ser somada na área.

45. Seja um tronco reto de cone, cujos comprimentos do raio da base maior, do raio da base menor e da geratriz são, respectivamente, r , r' e G . Sabendo que $r = 3r'$ e que $G = 3r$, determine a área total aproximada desse tronco se:

a) $r' = 2$ cm

b) $r = 3$ cm

c) $G = 27$ cm

a) $raio = r' = 2$

$$Raio = r = 3r' = 3 \cdot 2 = 6$$

$$geratriz = G = 3r = 3 \cdot 6 = 18$$

$$A_T = \pi g(R + r) + \pi R^2 + \pi r'^2$$

$$A_T = 3,14 \cdot 18 \cdot (6 + 2) + 3,14 \cdot (6)^2 + 3,14 \cdot (2)^2$$

$$A_T = 56,52 \cdot (8) + 3,14 \cdot (36) + 3,14 \cdot (4)$$

$$A_T = 452,16 + 113,04 + 12,56$$



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central - Santa Rosa/RS - CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

$$A_T = 577,76 \text{ cm}^2$$

b) $Raio = r = 3$

$$raio = r' = \frac{r}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

$$geratriz = G = 3r = 3 * 3 = 9$$

$$A_T = \pi g(R + r) + \pi R^2 + \pi r^2$$

$$A_T = 3,14 * 9 * (3 + 1) + 3,14 * (3)^2 + 3,14 * (1)^2$$

$$A_T = 28,26 * (4) + 3,14 * (9) + 3,14 * (1)$$

$$A_T = 113,04 + 28,26 + 3,14$$

$$A_T = 144,44 \text{ cm}^2$$

c) $geratriz = G = 27$

$$Raio = r = \frac{G}{3} = \frac{27}{3} = 9$$

$$raio = r' = \frac{r}{3} = \frac{9}{3} = 3$$

$$A_T = \pi g(R + r) + \pi R^2 + \pi r^2$$

$$A_T = 3,14 * 27 * (9 + 3) + 3,14 * (9)^2 + 3,14 * (3)^2$$

$$A_T = 84,78 * (12) + 3,14 * (81) + 3,14 * (9)$$

$$A_T = 1017,36 + 254,34 + 28,26$$

$$A_T = 1299,96 \text{ cm}^2$$

46. Calcule a área lateral do tronco de cone obtido pela rotação do trapézio em relação ao lado AD.

$$g^2 = h^2 + (R - r)^2$$

$$g^2 = (4)^2 + (5 - 1,5)^2$$

$$g^2 = 16 + 12,25$$

$$g = \sqrt{28,25}$$

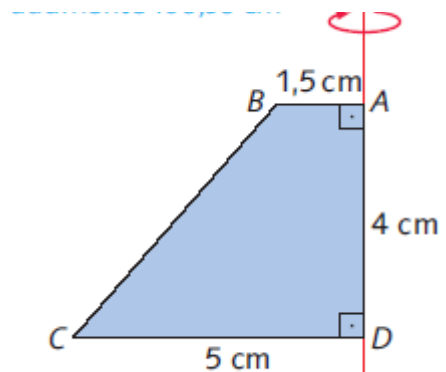
$$g \approx 5,32 \text{ cm}$$

$$A_L = \pi g(R + r)$$

$$A_L = 3,14 * 5,32 * (5 + 1,5)$$

$$A_L = 16,7 * (6,5)$$

$$A_L = 108,55 \text{ cm}^2$$



53. Um equipamento utilizado para lançar fertilizante sobre o solo tem um reservatório em formato de um tronco de cone reto. Sabendo que esse reservatório



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central - Santa Rosa/RS - CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

tem capacidade para 440 L de fertilizante, 1,10 m de diâmetro na base maior e 1,10 m de altura, calcule, em metros, o raio da base menor desse equipamento.

$$V_{tronco} = \frac{\pi h}{3} * (R^2 + Rr + r^2)$$

$$0,44 = \frac{3,14 * 1,1}{3} * ((0,55)^2 + 0,55 * r + r^2)$$

$$0,44 = 1,15 * (0,3 + 0,55r + r^2)$$

$$r^2 + 0,55r + 0,3 = \frac{0,44}{1,15}$$

$$r^2 + 0,55r + 0,3 = 0,38$$

$$r^2 + 0,55r - 0,08 = 0$$

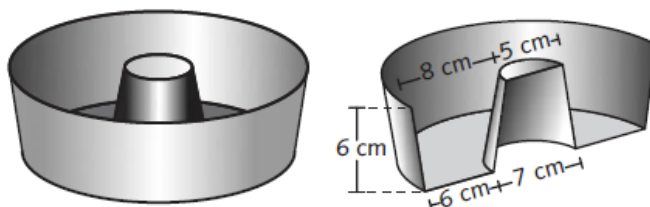
$$r = \frac{-0,55 \pm \sqrt{(0,55)^2 - 4 * 1 * (-0,08)}}{2}$$

$$r = \frac{-0,55 \pm \sqrt{0,62}}{2}$$

$$r = \frac{-0,55 \pm 0,79}{2}$$

$$r = \frac{0,24}{2} = 0,12m$$

55. Observe na imagem algumas medidas internas de uma forma de pudim.



Calcule, em litros, a capacidade dessa forma.

Volume da forma = Volume do tronco maior - Volume do tronco menor

$$V_T = \frac{\pi h}{3} * (R^2 + Rr + r^2)$$

$$V_T = \frac{3,14 * 6}{3} * ((10,5)^2 + (10,5 * 9,5) + (9,5)^2)$$

$$V_T = 6,28 * (110,25 + 99,75 + 90,25)$$

$$V_T = 6,28 * (300,25)$$

$$V_T = 1885,57cm^3$$

$$V_t = \frac{\pi h}{3} * (R^2 + Rr + r^2)$$

$$V_t = \frac{3,14 * 6}{3} * ((3,5)^2 + (3,5 * 2,5) + (2,5)^2)$$

$$V_t = 6,28 * (12,25 + 8,75 + 6,25)$$

$$V_t = 6,28 * (27,25)$$



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central - Santa Rosa/RS - CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

$$V_t = 171,13 \text{ cm}^3$$

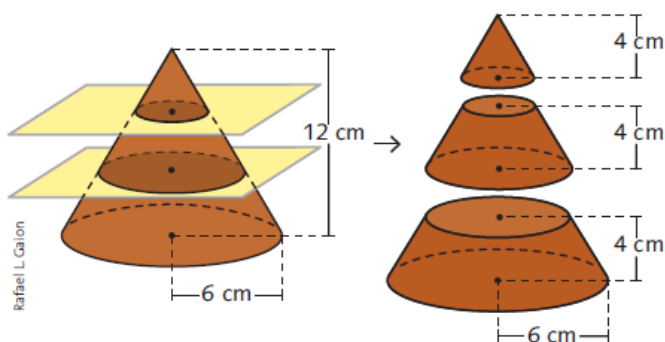
$$V_{total} = V_{TRONCO} - V_{tronco}$$

$$V_{total} = 1885,57 - 171,13$$

$$V_{total} = 1714,44 \text{ cm}^3$$

$$V_{total} = 1,71 \text{ litros}$$

59. Um cone reto de madeira tem 12 cm de altura e base com 6 cm de raio. Nesse cone foram feitos dois cortes paralelos à base dividindo-o em três partes, como representado na figura.



Qual é o volume de cada parte?

$$\frac{12}{4} = \frac{6}{r_1}$$

$$r_1 = \frac{6 \cdot 4}{12}$$

$$r_1 = 2 \text{ cm}$$

$$\frac{12}{8} = \frac{6}{r_2}$$

$$r_2 = \frac{6 \cdot 8}{12}$$

$$r_2 = 4 \text{ cm}$$

$$V_1 = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

$$V_1 = \frac{3,14 \cdot (2)^2 \cdot 4}{3}$$

$$V_1 = \frac{3,14 \cdot 4 \cdot 4}{3}$$

$$V_1 = \frac{50,24}{3}$$

$$V_1 = 16,74 \text{ cm}^3$$

$$V_2 = \frac{\pi h}{3} \cdot (R^2 + Rr + r^2)$$



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

$$V_2 = \frac{3,14 \cdot 4}{3} * ((4)^2 + 4 * 2 + (2)^2)$$

$$V_2 = 4,18 * (16 + 8 + 4)$$

$$V_2 = 4,18 * (28)$$

$$V_2 = 117,4 \text{ cm}^3$$

$$V_3 = \frac{\pi h}{3} * (R^2 + Rr + r^2)$$

$$V_3 = \frac{3,14 \cdot 4}{3} * ((6)^2 + 6 * 4 + (4)^2)$$

$$V_3 = 4,18 * (36 + 24 + 16)$$

$$V_3 = 4,18 * (76)$$

$$V_3 = 317,68 \text{ cm}^3$$

8. Avaliação

Os alunos serão avaliados por sua participação, assiduidade e desenvolvimento das atividades propostas, além do registro no caderno. Para avaliar a atividade de investigação, especialmente na formulação de hipóteses, análise e interpretação de dados, e na construção de conclusões.. Será avaliado ainda, a compreensão dos conceitos abordados por meio de questionamentos ao longo da aula e pela capacidade dos alunos de argumentar.

9. Bibliografias

ANDRADE, Thais Marcelle de. **Matemática interligada: geometria espacial e plana**. 1. ed. São Paulo: Schipione, 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular: educação é a base**. Brasília, 2017.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Do seu jeito: Matemática: área de Matemática e suas Tecnologias**: volume 2: Ensino médio. 1. ed. São Paulo: Ática, 2024.

IEZZI, Gelson; DEGENSZAJN, David; TAMARI, Marcio; PASMANIK, Guilherme. **Identidade Saraiva: Matemática: área de Matemática e suas Tecnologias**: volume 2: Ensino médio. 1. ed. São Paulo: Saraiva, 2024.

MEYER, João Frederico da Costa de Azevedo; CALDEIRA, Ademir Donizeti; MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. **Modelagem em Educação Matemática**. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2021.

10. Observações



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central - Santa Rosa/RS - CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

Para dar início a aula, questionei os alunos a respeito dos exercícios da última aula, que ficaram como tarefa de casa para quem não havia concluído. Dessa vez, os alunos pediram para que eu explicasse duas questões, que foram corrigidas por mim. Quando fiz a problematização sobre a caixa de água, os alunos de imediato responderam que a caixa de água poderia ser representada por um tronco de cone, diferente do esperado.

Durante a dedução das fórmulas de área e volume do tronco de cone, os alunos compreenderam e auxiliaram no desenvolvimento, porém questionaram se teriam que saber todo o desenvolvimento. Eu disse que eles utilizam apenas a fórmula, mas que eu queria mostrar de onde ela surgiu, porque esse processo é importante. Esse processo levou um tempo maior que o esperado, porque os alunos demoravam para copiar e aqueles que já estavam prontos se dispersaram e era necessário chamar a atenção para que retornassem ao conteúdo. Devido ao tempo maior dedicado à dedução das fórmulas, os alunos tiveram um tempo menor para fazer as atividades do livro didático, então a maioria dos exercícios ficou para que eles fizessem em casa.

A interação entre docente e alunos ocorreu um pouco diferente das aulas anteriores. Foi necessário que eu chamasse a atenção dos alunos várias vezes durante a aula. Entendi que o tempo para copiar é diferente para cada aluno e quando os alunos terminam e não tem nenhuma atividade para fazer, conversam muito, atrapalhando a aula. Apesar disso, os objetivos da aula foram atingidos. Os alunos não tiveram dificuldades, portanto eu acredito que eles aprenderam o conteúdo.

Gabriela Knob Cabral

Aluna – Estagiária

Julhane Alice Thomas Schulz
Supervisora – Parte Concedente

Elizangela Weber
Professora Orientadora – Entidade Educacional

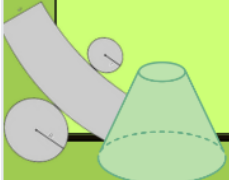
Apêndice I: Slides



Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia
Farroupilha- Campus Santa Rosa

CORPOS REDONDOS: TRONCO DE CONE

Professora estagiária: Gabriela Knob Cabral
EDI T15- 2º ano
2º semestre/2025



Qual é aproximadamente a quantidade de material necessário para fabricar uma caixa de água desse formato, considerando que o raio do seu topo mede 1m e o raio de sua base mede 83cm e nela cabem 2.000 litros de água?



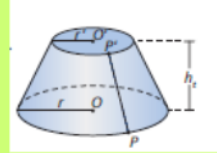
TRONCO DE CONE

Consideremos um cone reto com altura H e vértice V . Consideremos também um plano paralelo à base, com distância h de V , determinando dois sólidos: um cone e um sólido denominado tronco de cone.

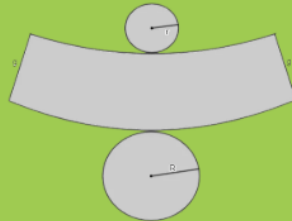


ELEMENTOS DO TRONCO DE CONE:

- Base maior: é o círculo de centro O e raio r .
- Base menor: é o círculo de centro O' e raio r' .
- Altura do tronco: é a distância entre a base maior e a base menor. Na figura, h_t representa a medida da altura do tronco.
- Geratriz do tronco: é cada segmento de reta contido na geratriz do cone cujas extremidades pertencem às circunferências das bases, por exemplo, PP' na figura.
- Superfície lateral: é a reunião de todas as geratrizes do tronco de cone.



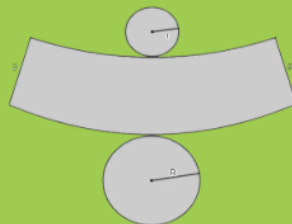
ÁREA DO TRONCO DE CONE



- Qual é a área da base maior?

- Qual é a área da base menor?

ÁREA DO TRONCO DE CONE



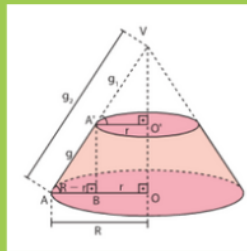
- Qual é a área da base maior?

$$A_B = \pi R^2$$

- Qual é a área da base menor?

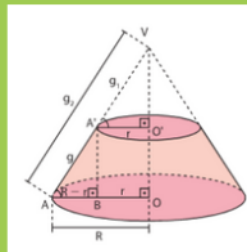
$$A_b = \pi r^2$$

ÁREA DO TRONCO DE CONE



- Como calcular a área lateral?

ÁREA DO TRONCO DE CONE



- Como calcular a área lateral?

$$A_{L\text{ tronco}} = A_{L\text{ Cone}} - A_{L\text{ cone}}$$

$$A_{L\text{ tronco}} = \pi R g_2 - \pi r g_1$$

$$A_{L\text{ tronco}} = \pi R(g + g_1) - \pi r g_1$$

$$A_{L\text{ tronco}} = \pi R g + \pi R g_1 - \pi r g_1$$

$$A_{L\text{ tronco}} = \pi(Rg + (R - r)g_1)$$

$$\frac{VA'}{A'A} = \frac{A'O'}{AB}$$

$$\frac{g_1}{g} = \frac{r}{R-r}$$

$$g_1 = \frac{rg}{R-r}$$

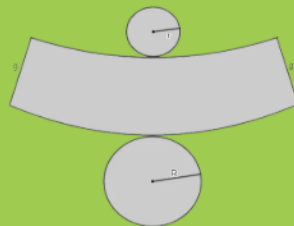
$$A_{L\text{ tronco}} = \pi(Rg + (R - r)g_1)$$

$$A_{L\text{ tronco}} = \pi(Rg + (R - r) * (\frac{rg}{R-r}))$$

$$A_{L\text{ tronco}} = \pi(Rg + rg)$$

$$A_{L\text{ tronco}} = \pi g(R + r)$$

ÁREA DO TRONCO DE CONE

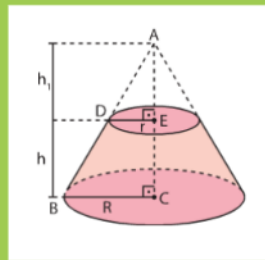


- Então, qual é a área total do tronco de cone?

$$A_T = A_L + A_B + A_b$$

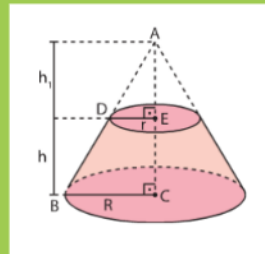
$$A_T = \pi g(R + r) + \pi R^2 + \pi r^2$$

VOLUME DO TRONCO DE CONE



- Qual é o volume do tronco de cone?

VOLUME DO TRONCO DE CONE



- Qual é o volume do tronco de cone?

$$V_{\text{tronco}} = V_{\text{cone maior}} - V_{\text{cone menor}}$$

$$V_{\text{tronco}} = \frac{1}{3} \pi R^2 * (h + h_1) - \frac{1}{3} \pi r^2 * h_1$$

$$V_{\text{tronco}} = \frac{\pi}{3} * (R^2 h + (R^2 - r^2) * h_1)$$

$$\frac{AC}{AE} = \frac{CB}{ED}$$

$$\frac{h_1 + h}{h_1} = \frac{R}{r}$$

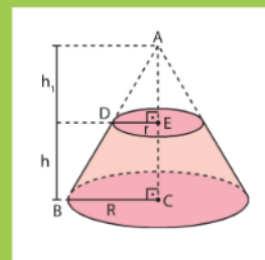
$$h_1 R = r h_1 + r h$$

$$h_1 R - r h_1 = r h$$

$$h_1 (R - r) = r h$$

$$h_1 = \frac{r h}{(R - r)}$$

VOLUME DO TRONCO DE CONE



- Qual é o volume do tronco de cone?

$$V_{\text{tronco}} = \frac{\pi}{3} * (R^2 h + (R^2 - r^2) * h_1)$$

$$h_1 = \frac{r h}{(R - r)}$$

$$V_{\text{tronco}} = \frac{\pi}{3} * (R^2 h + (R^2 - r^2) * h_1)$$

$$V_{\text{tronco}} = \frac{\pi}{3} * (R^2 h + (R^2 - r^2) * \frac{r h}{(R - r)})$$

$$V_{\text{tronco}} = \frac{\pi}{3} * (R^2 h + (R - r) * (R + r) * \frac{r h}{(R - r)})$$

$$V_{\text{tronco}} = \frac{\pi}{3} * (R^2 h + (R + r) * r h)$$

$$V_{\text{tronco}} = \frac{\pi}{3} * (R^2 h + R r h + r^2 h)$$

$$V_{\text{tronco}} = \frac{\pi h}{3} * (R^2 + R r + r^2)$$

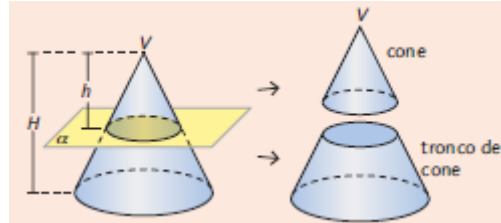
Qual é aproximadamente a quantidade de material necessário para fabricar uma caixa de água desse formato, considerando que o raio do seu topo mede 1m e o raio de sua base mede 83cm e nela cabem 2.000 litros de água?



Apêndice II: Folha resumo

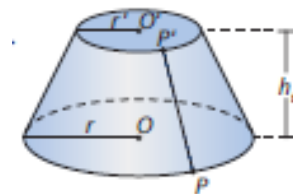
Tronco de Cone

Consideremos um cone reto com altura H e vértice V . Consideremos também um plano α paralelo à base, com distância h de V , determinando dois sólidos: um cone e um sólido denominado tronco de cone.



Elementos do tronco de cone

- Base maior: é o círculo de centro O e raio r .
- Base menor: é o círculo de centro O' e raio r' .
- Altura do tronco: é a distância entre a base maior e a base menor. Na figura, h_t representa a medida da altura do tronco.
- Geratriz do tronco: é cada segmento de reta contido na geratriz do cone cujas extremidades pertencem às circunferências das bases, por exemplo, PP' na figura.
- Superfície lateral: é a reunião de todas as geratrizes do tronco de cone.



Área do tronco de cone

Área da Base Maior: Área do círculo de base R .

$$A_B = \pi R^2$$

Área da Base Menor: Área do círculo de base r .

$$A_b = \pi r^2$$

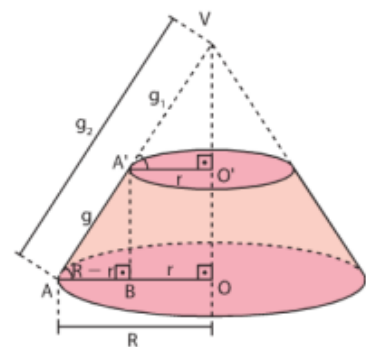
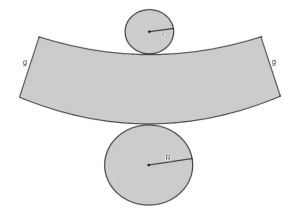
Área Lateral: Área lateral do cone maior menos a área lateral do cone menor.

$$A_{L \text{ tronco}} = A_{L \text{ Cone}} - A_{L \text{ cone}}$$

Área Total:

$$A_T = A_L + A_B + A_b$$

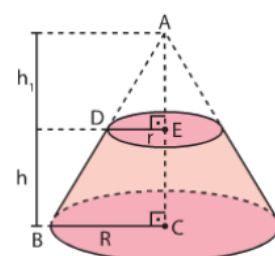
$$A_T = \pi g(R + r) + \pi R^2 + \pi r^2$$



Volume do tronco de cone

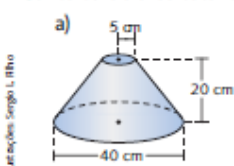
$$V_{\text{tronco}} = V_{\text{Cone maior}} - V_{\text{cone menor}}$$

$$V_{\text{tronco}} = \frac{\pi h}{3} * (R^2 + Rr + r^2)$$

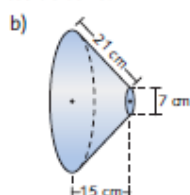


Anexo I

43. Calcule a área total dos troncos de cone.

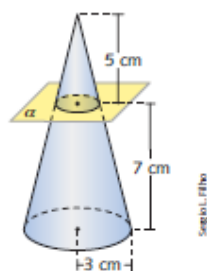


aproximadamente $3\,297\text{ cm}^2$



aproximadamente $2\,509,46\text{ cm}^2$

44. O plano α representado na imagem a seguir é paralelo à base de um cone reto e corta-o determinando um tronco de cone e um cone menor.



- a) Em relação ao tronco de cone, calcule:

- o comprimento do raio da base menor, $1,25\text{ cm}$
- o comprimento da geratriz, $7,22\text{ cm}$

- b) Qual é a área lateral do tronco de cone?

aproximadamente $96,35\text{ cm}^2$

- c) A sentença a seguir é verdadeira ou falsa? Justifique sua resposta. *falsa*

A área total do cone maior é igual à reunião da área total do cone menor com a do tronco de cone.

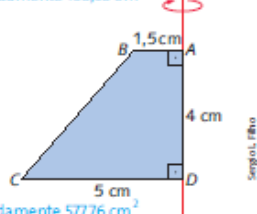
área lateral do cone menor com a do tronco de cone.

45. Seja um tronco reto de cone cujos comprimentos do raio da base maior, do raio da base menor e da geratriz são, respectivamente, r , r' e G . Sabendo que $r = 3r'$ e que $G = 3r$, determine a área total aproximada desse tronco se:

- a) $r' = 2\text{ cm}$ b) $r = 3\text{ cm}$ c) $G = 27\text{ cm}$

46. Calcule a área lateral do tronco de cone obtido pela rotação do trapézio em relação ao lado AD .

aproximadamente $108,58\text{ cm}^2$



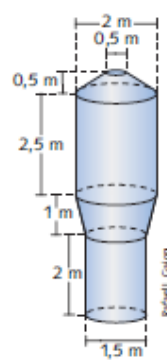
45. a) aproximadamente $577,76\text{ cm}^2$

45. b) aproximadamente $144,44\text{ cm}^2$

45. c) aproximadamente $1\,299,96\text{ cm}^2$

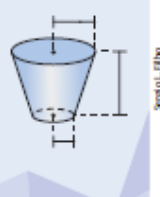
47. Observe na figura as dimensões de um reservatório de água formado por quatro partes, sendo duas com formato de cilindro reto e duas com formato de tronco de cone reto.

Para pintar esse reservatório, será utilizada uma tinta que permite cobrir 7 m^2 com um litro. Quantos litros de tinta, no mínimo, serão necessários para pintar toda a superfície externa do reservatório? $5,38\text{ L}$



Você produtor

48. Atribua valores às medidas correspondentes ao tronco de cone reto representado, elabore algumas questões sobre ele e passe-as para um colega resolver. Em seguida, verifique se as respostas estão corretas.



49. Certo utensílio de cozinha tem o formato de um tronco de cone reto com 15 cm de altura. Sabendo que o comprimento do diâmetro da base (base menor) é igual à altura e que o comprimento do diâmetro da abertura (base maior) é o dobro do comprimento do diâmetro da base, calcule a área da superfície externa desse utensílio.

aproximadamente $1\,361,42\text{ cm}^2$

50. A biruta, equipamento feito de tecido, é usada para indicar a direção do vento. Ela tem a forma de um tronco de cone aberto nas bases, e sua base maior é presa a um aro de metal.



Biruta.

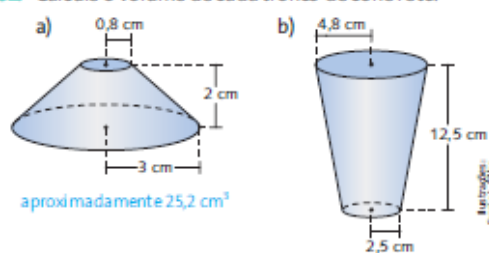
O diâmetro da base maior de certa biruta tem $0,8\text{ m}$ de comprimento, o diâmetro da base menor, $0,2\text{ m}$, e o comprimento é $1,6\text{ m}$. Qual é a quantidade de tecido, em metro quadrado, dessa biruta?

aproximadamente $2,56\text{ m}^2$

Observação

Na resolução das tarefas desta seção, quando necessário, considere $\pi = 3,14$.

51. Calcule o volume de cada tronco de cone reto.



52. Sabendo que a área do trapézio é 40 cm^2 , calcule o volume dos sólidos obtidos pela rotação do trapézio em torno do lado:

- a) $\overline{BC}$ $\approx 1\,272,75 \text{ cm}^3$
 b) $\overline{AB}$ $\approx 468,91 \text{ cm}^3$



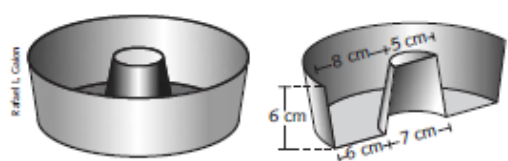
53. Um equipamento utilizado para lançar fertilizante sobre o solo tem um reservatório em formato de um tronco de cone reto. Sabendo que esse reservatório tem capacidade para 440 L de fertilizante, 1,10 m de diâmetro na base maior e 1,10 m de altura, calcule, em metros, o raio da base menor desse equipamento.

$\approx 0,12 \text{ m}$

Você produtor

54. Faça o esboço de um tronco de cone reto. Depois, atribua algumas medidas para esse tronco, como o comprimento do raio da base maior e o da base menor, bem como o comprimento da geratriz do tronco. A partir das medidas que você atribuiu, elabore o enunciado de um problema envolvendo o volume desse tronco e dê para um colega resolver. Por último, verifique se a resposta está correta.

55. Observe na imagem algumas medidas internas de uma forma de pudim. $\approx 1,71 \text{ L}$



Calcule, em litros, a capacidade dessa forma.

54. Resposta pessoal. Possível resposta: de acordo com as medidas indicadas, determine o volume do tronco de cone reto.

56. Um cone reto é dividido em duas partes de mesma altura por um plano β paralelo à base. Qual é a razão entre os volumes do cone limitado por β e do tronco de cone? $\frac{1}{7}$

57. (Fuvest-SP) Um torneiro mecânico dispõe de uma peça de metal maciça na forma de um cone circular reto de 15 cm de altura e cuja base B tem raio 8 cm (figura 1). Ele deverá furar o cone, a partir de sua base, usando uma broca cujo eixo central coincide com o eixo do cone. A broca perfurará a peça até atravessá-la completamente, abrindo uma cavidade cilíndrica, de modo a obter-se o sólido da figura 2. Se a área da base desse novo sólido é $\frac{2}{3}$ da área de B, determine seu volume.

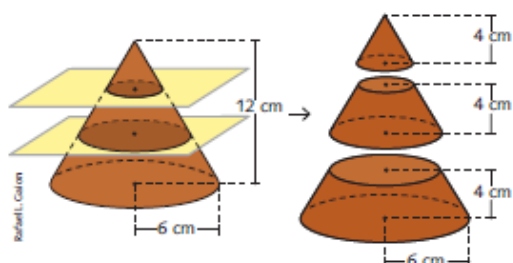
$\approx 386,75 \text{ cm}^3$



58. Uma indústria foi contratada para construir postes de concreto com formato de tronco de cone reto, conforme a imagem. Desconsiderando o volume ocupado pelas ferragens, calcule, em metros cúbicos, o volume aproximado de concreto utilizado para construir cada um desses postes.

$\approx 3,64 \text{ m}^3$

59. Um cone reto de madeira tem 12 cm de altura e base com 6 cm de raio. Nesse cone foram feitos dois cortes paralelos à base dividindo-o em três partes, como representado na figura.



Qual é o volume de cada parte?

cone: $\approx 16,75 \text{ cm}^3$
 tronco menor: $\approx 117,23 \text{ cm}^3$
 tronco maior: $\approx 318,9 \text{ cm}^3$

Desafio

60. Considere um cone circular reto de altura 12 cm e área da base igual a $32\pi \text{ cm}^2$. Considere também um plano α paralelo à base determinando um tronco de cone e um cone menor cuja área da base é $18\pi \text{ cm}^2$. Calcule o volume do tronco de cone. $74\pi \text{ cm}^3$



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

Plano de Aula Semanal nº 4

Acadêmica: Gabriela Knob Cabral

Professora Orientadora: Elizangela Weber

Unidade Concedente: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha- Campus Santa Rosa

Estágio – Turma/Nº de alunos: 2º ano EDI T15/ 32 alunos

Professor(a) Regente da Classe: Julhane Alice Thomas Schulz

Nº de Períodos semanal/ Tempo de cada período: 2 períodos/ 50 minutos

Data/Horário: 29/09/2025 / 15h25min às 17h05min

1 .Tema/Assunto:

Geometria Espacial: Corpos Redondos

2. Objetos de Conhecimento:

Esfera

3. Habilidades relativas a BNCC:

(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

(EM13MAT509) Investigar a deformação de ângulos e áreas provocada pelas diferentes projeções usadas em cartografia (como a cilíndrica e a cônica), com ou sem suporte de tecnologia digital.

4 . Objetivos

- 5 Compreender os elementos da esfera.
- 6 Comparar o volume da esfera com o cilindro e cone.
- 7 Entender a fórmula da área de uma esfera.
- 8 Estudar as projeções cartográficas da Terra e suas deformações.

5. Metodologia

Método Expositivo e Dialogado.

6. Recursos

Materiais de uso comum: folha, caderno, lápis, etc.



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

Materiais/ recursos didáticos: notebook, projetor, globo terrestre, material impresso.

7. Desenvolvimento

Incentivação (15 minutos):

Esse momento será destinado para esclarecer as dúvidas sobre os exercícios da aula anterior e fazer a correção das questões em que os estudantes tiverem dúvidas. Espera-se que tenham êxito nas resoluções das questões, mas se for necessário fazer a correção de muitas questões, os alunos serão convidados a virem para o quadro.

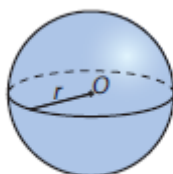
Desenvolvimento da aula:

1º momento (10 minutos):

Inicialmente, será projetado a definição e elementos do cilindro (Apêndice I). Os alunos receberão uma folha resumo (Apêndice II), para acompanhar a explicação do conteúdo.

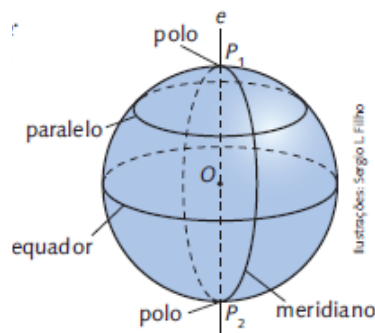
Dado um ponto O e um número real positivo r . O conjunto de todos os pontos do espaço cujas distâncias em relação a O são iguais a r denomina-se superfície esférica de centro O e raio r .

O sólido limitado por uma superfície esférica é chamado esfera. Uma esfera de centro O e raio r é o conjunto de todos os pontos do espaço cujas distâncias em relação a O são menores ou iguais a r .



Elementos da Esfera

- Eixo: é uma reta que passa pelo centro O da esfera. No caso da figura, a reta e . Em relação a esse eixo, definimos os polos, o equador, os paralelos e os meridianos.
- Polos: são as interseções do eixo com a superfície esférica. Na figura, P_1 e P_2 .
- Equador: é a circunferência obtida pela interseção da superfície esférica e o plano perpendicular ao eixo que passa pelo centro O .
- Paralelo: é qualquer seção (circunferência) perpendicular ao eixo.
- Meridiano: é qualquer seção (circunferência) cujo plano que a contém passa pelo eixo.





MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central - Santa Rosa/RS - CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

- **Seção da esfera:** é o círculo obtido pela interseção da esfera e um plano secante a ela. Se o plano secante contém o centro O da esfera, temos um círculo máximo.

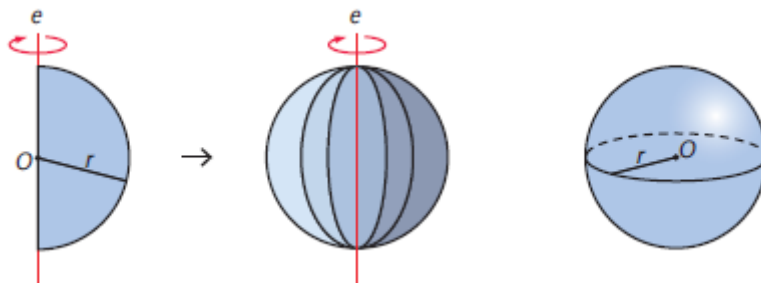
A professora fará um questionamento a respeito dos sólidos de revolução:

A esfera é um sólido de revolução? Espera-se que a partir dos estudos anteriores de cilindro e esfera, os alunos deem uma resposta afirmativa.

Qual figura plana forma a esfera ao ser rotacionada? Espera-se que os alunos respondam que é um semicírculo.

O semicírculo ao ser rotacionado formará uma esfera reta ou oblíqua? Espera-se que os alunos respondam que formará a esfera reta, então a professora discutirá com os alunos que não existe esfera reta ou oblíqua, apenas esfera.

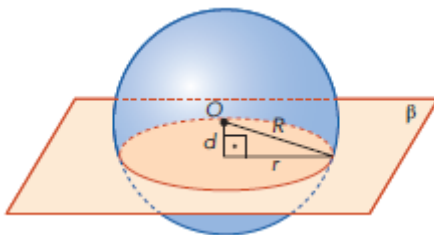
A professora fará a demonstração da esfera de revolução através do material Conjunto Sólidos de Revolução. A esfera também pode ser definida como um sólido de revolução, obtido da rotação completa de um semicírculo em torno da reta que contém o seu diâmetro.



2º momento (15 minutos):

Esse momento será destinado a demonstração do volume da esfera.

Considere a imagem em que aparece a secção determinada em uma esfera cujo raio tem medida de comprimento R por um plano β .



A intersecção do plano β com a esfera é um círculo de medida de comprimento do raio r . Se d é a medida de comprimento da distância de O (centro da esfera) ao plano β , usando o teorema de Pitágoras, temos:

$$R^2 = d^2 + r^2, \text{ então } r^2 = R^2 - d^2$$



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

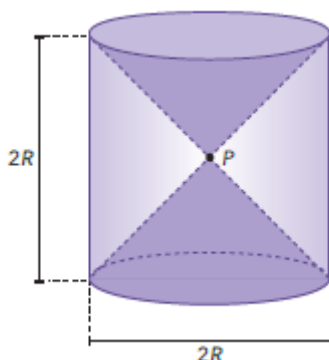
Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central - Santa Rosa/RS - CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

Portanto, a medida de área da secção é dada por:

$$A_{\text{círculo}} = \pi r^2 = \pi(R^2 - d^2)$$

A medida de volume de uma esfera é determinada utilizando-se o princípio de Cavalieri. Para isso, vamos considerar inicialmente um sólido S que é obtido da seguinte maneira: de um cilindro equilátero, cuja medida de comprimento do raio é R e a medida de altura é 2R, “retiramos” 2 cones, cujas medidas de comprimento do raio da base e de comprimento da altura do cone são ambas R e cujo vértice é P.



A medida de volume do sólido S é tal que:

$$V_{\text{sólido S}} = V_{\text{cilindro}} - 2 * V_{\text{cone}}$$

$$V_{\text{cilindro}} = \pi R^2 * 2R$$

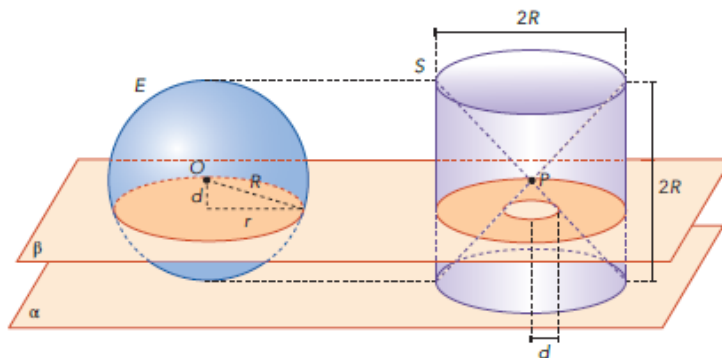
$$V_{\text{cone}} = \frac{1}{3} * \pi R^2 * R$$

$$V_S = \pi R^2 * 2R - \frac{2}{3} \pi R^2 * R$$

$$V_S = 2\pi R^3 - \frac{2}{3} \pi R^3$$

$$V_S = \frac{4}{3} \pi R^3$$

Agora podemos considerar, apoiados em um plano α , esse sólido S e uma esfera E com medida de comprimento do raio R, conforme apresentado na imagem a seguir.





MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

Se um plano β , paralelo a α , seccionar a esfera E, a medida de área da secção será $\pi(R^2 - d^2)$, conforme estudamos. Além disso, β também secciona o sólido S e a secção será uma coroa circular de raios com medidas de comprimento R e d, e também com medida de área igual a $\pi(R^2 - d^2)$.

A igualdade das medidas de área das secções permite concluir, pelo princípio de Cavalieri, que a esfera E tem a mesma medida de volume que o sólido S, que, como sabemos, é $V_S = \frac{4}{3}\pi R^3$.

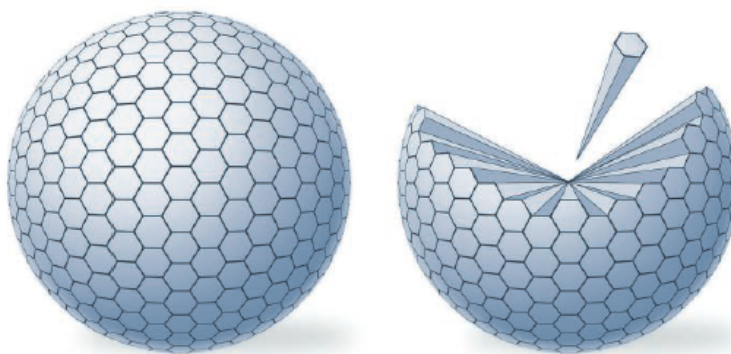
Podemos então concluir que, se uma esfera tem raio de medida de comprimento R, a medida de volume dela é dada por:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

3º momento (25 minutos):

Esse momento será destinado ao estudo e dedução da fórmula de área da esfera.

Imagine que uma esfera de centro O e raio de medida r é, de maneira aproximada, a reunião de n (em que n é um número muito grande) pirâmides com vértices em O e altura igual ao raio r. Desse modo, a área da superfície da esfera é aproximadamente igual à soma das áreas das bases de todas as pirâmides. Analogamente, o volume da esfera é aproximadamente igual à soma dos volumes de todas as pirâmides.



A professora vai questionar:

Qual é a fórmula do volume de uma pirâmide? Espera-se que os alunos respondam $\frac{A_b \cdot h}{3}$.

Sendo $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ as áreas das bases das n pirâmides, o volume V aproximado da esfera é dado por:

$$V_{\text{esfera}} = V_{\text{pirâmide 1}} + V_{\text{pirâmide 2}} + V_{\text{pirâmide 3}} + \dots + V_{\text{pirâmide n}}$$



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

$$V_{esfera} = \frac{A_1 * h}{3} + \frac{A_2 * h}{3} + \frac{A_3 * h}{3} + \dots + \frac{A_n * h}{3}$$

Qual a altura da pirâmide? Espera-se que os alunos respondam que a altura da pirâmide é o raio.

$$V_{esfera} = \frac{A_1 * r}{3} + \frac{A_2 * r}{3} + \frac{A_3 * r}{3} + \dots + \frac{A_n * r}{3}$$

$$V_{esfera} = \frac{r}{3} * (A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n)$$

Sendo a superfície esférica a soma das áreas de bases das pirâmides, tem-se:

$$A_{superfície\ esférica} = (A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n)$$

$$V_{esfera} = \frac{r}{3} * A_{superfície\ esférica}$$

Já conhecemos que o volume da esfera é dado por $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, então podemos substituir na fórmula:

$$V = \frac{Ar}{3}$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\frac{Ar}{3} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$A * r = \frac{3 * 4\pi r^3}{3}$$

$$A * r = 4\pi r^3$$

$$A = \frac{4\pi r^3}{r}$$

$$A = 4\pi r^2$$

3º momento (20 minutos):

A professora irá trabalhar com o globo terrestre, apresentando algumas partes da esfera e os diferentes tipos de projeções cartográficas e suas deformações.

Fuso Esférico

Fuso esférico é a superfície gerada pela rotação de uma semicircunferência, a qual gira α graus (com $0^\circ < \alpha \leq 360^\circ$) em torno do eixo, que contém o diâmetro.

Quando a medida α é dobrada, a medida de área do fuso é dobrada; quando é triplicada, a medida de área do fuso também é triplicada; e assim sucessivamente. No caso de $\alpha = 360^\circ$, o fuso se transforma na superfície da esfera, cuja medida de área é dada por $A = 4\pi r^2$.

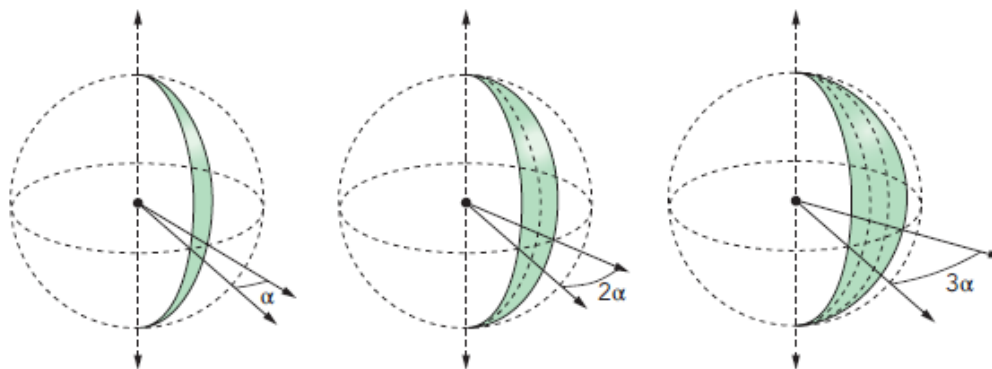


MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200



De modo geral, a medida de área do fuso é proporcional à medida α e, portanto, pode ser calculada por uma relação de proporção simples.

$$\frac{360^\circ}{\alpha} = \frac{4\pi r^2}{A_{fuso}}$$

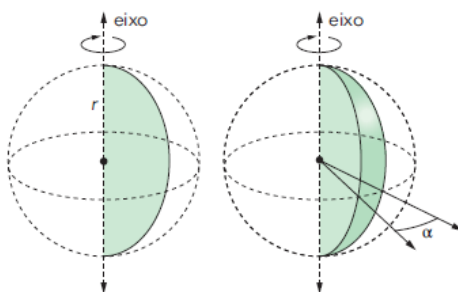
$$A_{fuso} = \frac{4\pi r^2 * \alpha}{360^\circ}$$

$$A_{fuso} = \frac{\pi r^2 * \alpha}{90^\circ}$$

Cunha Esférica

Dá-se o nome de cunha esférica ao sólido geométrico gerado pela rotação de um semicírculo que gira α graus (com $0^\circ < \alpha \leq 360^\circ$) em torno de um eixo que contém o diâmetro.

Note que, se a medida α é dobrada, a medida de volume da cunha esférica é dobrada; se a medida α é triplicada, a medida de volume da cunha esférica também é triplicada; e assim sucessivamente. No caso em que $\alpha = 360^\circ$, a cunha esférica se transforma em uma esfera cuja medida de volume é dada por $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.



De modo geral, a medida de volume da cunha esférica é proporcional à medida α e, portanto, pode ser calculada por uma relação de proporção simples.



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

$$\frac{360^\circ}{\alpha} = \frac{4/3\pi r^3}{V_{\text{cunha}}}$$
$$V_{\text{cunha}} = \frac{4\pi r^3 \cdot \alpha}{3 \cdot 360^\circ}$$
$$V_{\text{cunha}} = \frac{\pi r^3 \cdot \alpha}{270^\circ}$$

A professora explicará como é realizada a representação da superfície esférica da Terra. Uma das formas é através do globo terrestre, que a professora levará para os alunos observarem. Outra forma, será através de um plano.



Como podemos representar o planeta Terra em um plano? Os alunos provavelmente responderão a representação padrão do Mapa Mundi.

Existem outras formas de representar a Terra em um plano? Os alunos devem responder que sim, existem outras representações.

Então a professora apresentará algumas formas de representar a superfície do globo em um plano e também suas deformações. Além da apresentação com slides, a professora vai representar em papel as planificações do globo. Será ressaltado que não é possível representar sem causar deformações.

Projeções Cilíndricas

Nesta projeção, a superfície do globo terrestre é projetada sobre a superfície lateral de um cilindro reto “desenrolado” sobre o plano. Na superfície de projeção, os paralelos e os meridianos são perpendiculares. É a projeção mais utilizada para representar mapas-múndi.

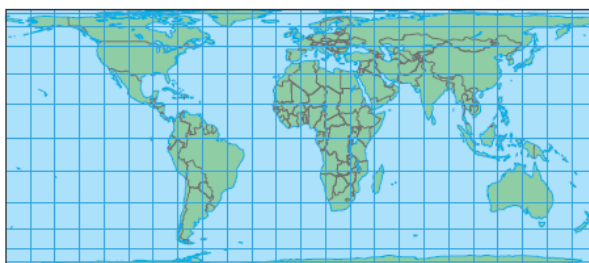
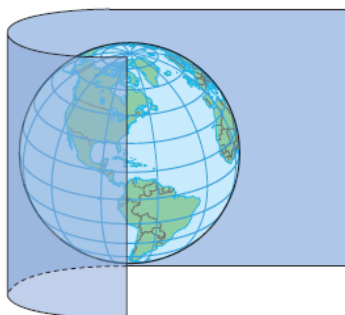


MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

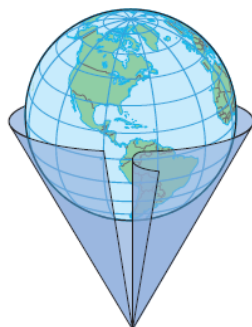


Fonte de pesquisa: IBGE. Atlas geográfico escolar. 8. ed. Rio de Janeiro, 2018.

As áreas do mapa em regiões de baixa latitude (regiões próximas à linha do Equador) sofrem pequenas alterações, e as distorções aumentam em regiões de alta latitude (regiões próximas aos polos).

Projeções Cônicas

Nesta projeção, a superfície do globo terrestre é projetada sobre a superfície lateral de um cone reto “desenrolado” sobre o plano. Na superfície de projeção, os paralelos são arcos concêntricos e os meridianos convergem para os polos.



Fonte de pesquisa: IBGE.
Atlas geográfico escolar.
8. ed. Rio de Janeiro, 2018.

Os pontos que tocam o globo são os únicos que não apresentam deformações. Conforme se distanciam desses pontos, as distorções dos elementos aumentam.

Projeções Planas ou Azimutais

Esse tipo de projeção utiliza um plano diretamente como superfície. É o tipo mais antigo de projeção, e é utilizado para confeccionar mapas náuticos e aeronáuticos.

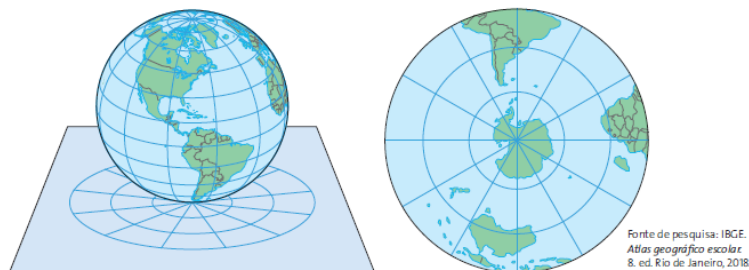


MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200



Os paralelos são círculos concêntricos. O espaçamento dos paralelos diminui conforme aumenta a distância ao polo. Projeções planas ou azimutais possuem a propriedade de não deformarem os ângulos no ponto central. No entanto, os elementos são deformados.

Sistematização/Fechamento da Aula (15 minutos):

A professora entregará impresso uma folha (Apêndice III), contendo dois exercícios que ela desenvolverá com os alunos e alguns exercícios.

Exemplo 1: Calcule a medida de volume de uma esfera sabendo que a área da superfície dela mede $576\pi \text{ cm}^2$.

Resolução:

$$\text{Área} = 576\pi \text{ cm}^2$$

Usa-se a fórmula da área para encontrar o raio e com ele calcular o volume.

$$A = 4\pi r^2$$

$$576\pi = 4\pi r^2$$

$$r^2 = \frac{576\pi}{4\pi}$$

$$r^2 = 144$$

$$r = \sqrt{144}$$

$$r = 12 \text{ cm}$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$V = \frac{4}{3}\pi(12)^3$$

$$V = \frac{4}{3} * 1728 * \pi$$

$$V = 2.304\pi \text{ cm}^3$$

ou se utilizar $\pi = 3,14$

$$V = 7234,56 \text{ cm}^3$$

Exemplo 2: (Ficsae-SP) Em uma palestra, um cientista ilustrou comparativamente o tamanho dos planetas do sistema solar com auxílio da foto a seguir.

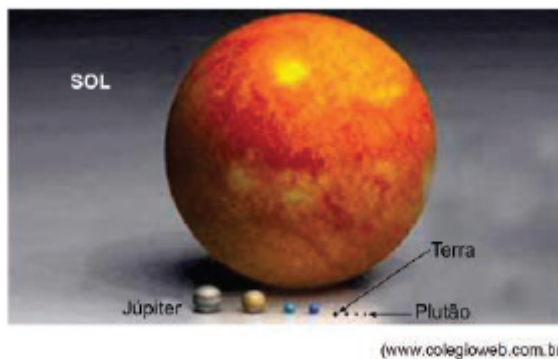


MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200



No entanto, o cientista disse que essa foto dificulta a percepção correta da diferença de tamanho entre os planetas. Para ilustrar o que dizia, ele pediu para a plateia considerar que todos os planetas são esféricos e que o tamanho do raio do planeta Júpiter é 11 vezes o tamanho do raio do planeta Terra. Em seguida, lançou a seguinte pergunta: se associarmos o planeta Terra a uma bola de futebol, o planeta Júpiter deverá ser associado, aproximadamente, a quantas dessas bolas?

A resposta correta para a pergunta do palestrante é:

- a) 2 048.
- b) 121.
- c) 33.
- d) 22.
- e) 1 331.

Resolução:

$$\text{Raio}_{\text{Júpiter}} = 11 \cdot \text{Raio}_{\text{Terra}}$$

Calcula-se o volume da Terra e o volume de Júpiter e faz-se uma comparação entre os dois para chegar a resposta.

Se utilizar r como medida do raio da Terra, o volume será:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

Então o volume de Júpiter será:

$$V = \frac{4}{3}\pi * (11r)^3$$

$$V = \frac{4}{3}\pi * 1331r^3$$

$$V = 1331 * \left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)$$

Ao colocar em evidência fica visível que o volume de Júpiter é 1331 vezes maior que o volume da Terra, portanto a alternativa correta é a letra e.

Exercícios:



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

1. O raio de uma esfera mede 4 cm. Um plano que secciona essa esfera determina nela um círculo com raio de medida 1 cm. Determine no caderno a medida de distância do plano ao centro da esfera.

$$R=4\text{cm}$$

$$r = 1\text{cm}$$

$$R^2 = r^2 + d^2$$

$$4^2 = 1^2 + d^2$$

$$d^2 = 16 - 1$$

$$d = \sqrt{15}\text{cm}$$

$$d \simeq 3,87\text{ cm}$$

2. (UEG-GO) Suponha que haja laranjas no formato de uma esfera com 6 cm de diâmetro e que a quantidade de suco que se obtém ao espremer cada laranja é $\frac{2}{3}$ de seu volume, sendo o volume dado em litros. Nessas condições, se quiser obter 1 litro de suco de laranja, deve-se espremer no mínimo:
Use $\pi \simeq 3,14$.

a) 13 laranjas.

b) 14 laranjas.

c) 15 laranjas.

d) 16 laranjas.

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$V = \frac{4}{3} * 3,14 * (3)^3$$

$$V = \frac{4}{3} * 3,14 * 27$$

$$V = 113,04\text{cm}^3 \rightarrow \text{volume da laranja}$$

$$V = 113,04 * \frac{2}{3}$$

$$V = 75,36\text{cm}^3 \rightarrow \text{quantidade de suco por laranja}$$

$$1 \text{ litro} = 1.000\text{cm}^3$$

$$75,36 * n = 1000$$

$$n = \frac{1000}{75,36}$$

$$n = 13,26 \text{ laranjas}$$

Como 13 laranjas não são suficientes para obter 1 litro, serão necessárias 14 laranjas, portanto a alternativa correta é letra b.



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

8. Avaliação

Os alunos serão avaliados por sua participação, assiduidade e desenvolvimento das atividades propostas, além do registro no caderno. Para além disso, será verificado o entendimento dos alunos acerca da demonstração das fórmulas de área e volume da esfera, bem como a compreensão dos tipos de projeções cartográficas e suas deformações.

9. Bibliografias

ANDRADE, Thais Marcelle de. **Matemática interligada: geometria espacial e plana**. 1. ed. São Paulo: Schipione, 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**: educação é a base. Brasília, 2017.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Do seu jeito: Matemática: área de Matemática e suas Tecnologias**: volume 2: Ensino médio. 1. ed. São Paulo: Ática, 2024.

IEZZI, Gelson; DEGENSZAJN, David; TAMARI, Marcio; PASMNIK, Guilherme. **Identidade Saraiva: Matemática: área de Matemática e suas Tecnologias**: volume 2: Ensino médio. 1. ed. São Paulo: Saraiva, 2024.

10. Observações

Nesta aula, os alunos já ficaram curiosos ao me verem no corredor com o globo terrestre e o material Conjunto dos Sólidos de Revolução. Nesta aula, a professora supervisora e a professora orientadora estavam presentes, para fazer uma observação. Além disso, a aula ocorreu no turno da tarde, nos últimos períodos, após todo o dia de aula. Por isso, alguns alunos estavam cansados e a turma no geral estava muito quieta. Foi difícil fazer com que eles participassem da aula, respondendo meus questionamentos.

Com relação à incentivação, os alunos não tiveram dúvidas das questões da aula anterior. Durante a explicação, busquei esclarecer o conteúdo aos alunos e fiz questionamentos para verificar a compreensão deles. Muitos alunos estavam muito cansados, dificultando a interação entre professora e alunos, foi necessário insistir para que respondessem os meus questionamentos.

Acredito que a utilização do globo terrestre, dos tipos de planificação e do Conjunto Sólidos de Revolução, facilitou a compreensão dos alunos acerca do tema estudado. O plano não foi concluído, porém consegui explicar o conteúdo e desenvolver os exemplos, ficando como tarefa de casa para os alunos os dois exercícios propostos.

Gabriela Cabral



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740
Fone: (55) 2013 0200

Gabriela Knob Cabral

Aluna – Estagiária

Julhane Alice Thomas Schulz

Julhane Alice Thomas Schulz
Supervisora – Parte Concedente

Elizangela Weber.

Elizangela Weber
Professora Orientadora – Entidade Educacional

Apêndice I: Slides

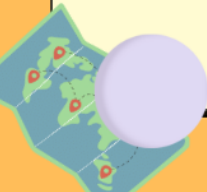


Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia
Farroupilha- Campus Santa Rosa



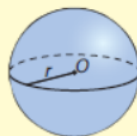
CORPOS REDONDOS: ESFERA

Professora estagiária: Gabriela Knob Cabral
EDI T15- 2º ano
2º semestre/2025



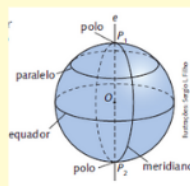
ESFERA

Dado um ponto O e um número real positivo r . O conjunto de todos os pontos do espaço cujas distâncias em relação a O são iguais a r denomina-se superfície esférica de centro O e raio r . O sólido limitado por uma superfície esférica é chamado esfera. Uma esfera de centro O e raio r é o conjunto de todos os pontos do espaço cujas distâncias em relação a O são menores ou iguais a r .



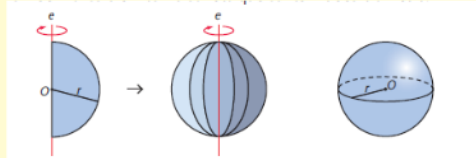
ELEMENTOS DA ESFERA:

- Eixo: é uma reta que passa pelo centro O da esfera. No caso da figura, a reta e . Em relação a esse eixo, definimos os polos, o equador, os paralelos e os meridianos.
- Polos: são as interseções do eixo com a superfície esférica. Na figura, P_1 e P_2 .
- Equador: é a circunferência obtida pela interseção da superfície esférica e o plano perpendicular ao eixo que passa pelo centro O .
- Paralelo: é qualquer seção (circunferência) perpendicular ao eixo.
- Meridiano: é qualquer seção (circunferência) cujo plano que a contém passa pelo eixo.
- Seção da esfera: é o círculo obtido pela interseção da esfera e um plano secante a ela. Se o plano secante contém o centro O da esfera, temos um círculo máximo.



SÓLIDO DE REVOLUÇÃO: ESFERA

A esfera também pode ser definida como um sólido de revolução, obtido da rotação completa de um semicírculo em torno da reta que contém o seu diâmetro.



VOLUME DA ESFERA



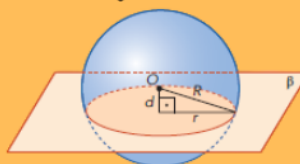
Considere a imagem em que aparece a seção determinada em uma esfera cujo raio tem medida de comprimento R por um plano β .

A interseção do plano β com a esfera é um círculo de medida de comprimento do raio r . Se d é a medida de comprimento da distância de O (centro da esfera) ao plano β , usando o teorema de Pitágoras, temos:

$$R^2 = d^2 + r^2, \text{ então } r^2 = R^2 - d^2$$

Portanto, a medida de área da seção é dada por:

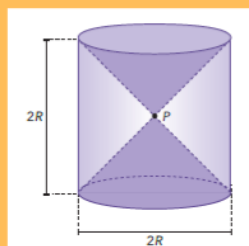
$$A_{\text{circulo}} = \pi r^2 = \pi(R^2 - d^2)$$



VOLUME DA ESFERA



A medida de volume de uma esfera é determinada utilizando-se o princípio de Cavalieri. Para isso, vamos considerar inicialmente um sólido S que é obtido da seguinte maneira: de um cilindro equilátero, cuja medida de comprimento do raio é R e a medida de altura é $2R$, "retiramos" 2 cones, cujas medidas de comprimento do raio da base e de comprimento da altura do cone são ambas R e cujo vértice é P .

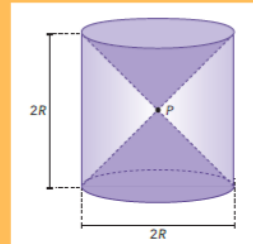


VOLUME DA ESFERA



A medida de volume do sólido S é tal que:

$$\begin{aligned} V_{\text{sólido } S} &= V_{\text{cilindro}} - V_{2 \text{ cones}} \\ V_{\text{cilindro}} &= \pi R^2 * 2R \\ V_{\text{cone}} &= \frac{1}{3} * \pi R^2 * R \\ V_S &= \pi R^2 * 2R - \frac{2}{3} \pi R^2 * R \\ V_S &= 2\pi R^3 - \frac{2}{3} \pi R^3 \\ V_S &= \frac{4}{3} \pi R^3 \end{aligned}$$



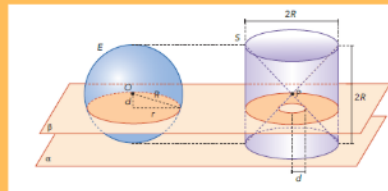
VOLUME DA ESFERA



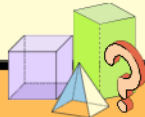
Agora podemos considerar, apoiados em um plano α , esse sólido S e uma esfera E com medida de comprimento do raio R , conforme apresentado na imagem a seguir.

Se um plano β , paralelo a α , secciona a esfera E , a medida de área da secção será $\pi(R^2 - d^2)$, conforme estudamos. Além disso, β também secciona o sólido S e a secção será uma coroa circular de raios com medidas de comprimento R e d , e também com medida de área igual a

$$\pi(R^2 - d^2)$$



VOLUME DA ESFERA



A igualdade das medidas de área das secções permite concluir, pelo princípio de Cavalieri, que a esfera E tem a mesma medida de volume que o sólido S , que, como sabemos, é

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

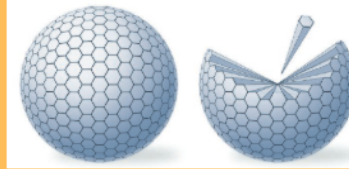
Podemos então concluir que, se uma esfera tem raio de medida de comprimento R , a medida de volume dela é dada por:

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

ÁREA DA ESFERA



Imagine que uma esfera de centro O e raio de medida r é, de maneira aproximada, a reunião de n (em que n é um número muito grande) pirâmides com vértices em O e altura igual ao raio r . Desse modo, a área da superfície da esfera é aproximadamente igual à soma das áreas das bases de todas as pirâmides. Analogamente, o volume da esfera é aproximadamente igual à soma dos volumes de todas as pirâmides.



ÁREA DA ESFERA



Sendo $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ as áreas das bases das n pirâmides, o volume V aproximado da esfera é dado por:

$$V_{\text{esfera}} = V_{\text{pirâmide 1}} + V_{\text{pirâmide 2}} + V_{\text{pirâmide 3}} + \dots + V_{\text{pirâmide n}}$$

$$V_{\text{esfera}} = \frac{A_1 \cdot r}{3} + \frac{A_2 \cdot r}{3} + \frac{A_3 \cdot r}{3} + \dots + \frac{A_n \cdot r}{3}$$

$$V_{\text{esfera}} = \frac{A_1 \cdot r}{3} + \frac{A_2 \cdot r}{3} + \frac{A_3 \cdot r}{3} + \dots + \frac{A_n \cdot r}{3}$$

$$V_{\text{esfera}} = \frac{r}{3} \cdot (A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n)$$

$$A_{\text{superfície esférica}} = (A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n)$$

$$V_{\text{esfera}} = \frac{r}{3} \cdot A_{\text{superfície esférica}}$$

VOLUME DA ESFERA



$$V = \frac{Ar}{3}$$

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\frac{Ar}{3} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

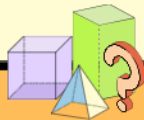
$$A \cdot r = \frac{3 \cdot 4 \pi r^3}{3}$$

$$A \cdot r = 4 \pi r^3$$

$$A = \frac{4 \pi r^3}{r}$$

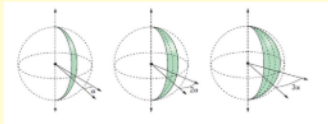
$$A = 4 \pi r^2$$

FUSO ESFÉRICO



Fuso esférico é a superfície gerada pela rotação de uma semicircunferência, a qual gira α graus (com $0^\circ < \alpha \leq 360^\circ$) em torno do eixo, que contém o diâmetro.

Quando a medida α é dobrada, a medida de área do fuso é dobrada; quando é triplicada, a medida de área do fuso também é triplicada; e assim sucessivamente. No caso de $\alpha = 360^\circ$, o fuso se transforma na superfície da esfera, cuja medida de área é dada por $A = 4\pi r^2$.

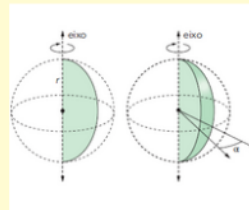


FUSO ESFÉRICO



Dá-se o nome de cunha esférica ao sólido geométrico gerado pela rotação de um semicírculo que gira α graus (com $0^\circ < \alpha \leq 360^\circ$) em torno de um eixo que contém o diâmetro.

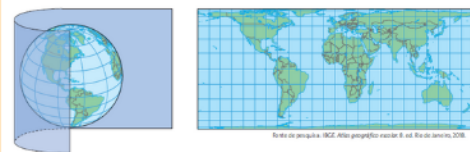
Note que, se a medida α é dobrada, a medida de volume da cunha esférica é dobrada; se a medida α é triplicada, a medida de volume da cunha esférica também é triplicada; e assim sucessivamente. No caso em que $\alpha = 360^\circ$, a cunha esférica se transforma em uma esfera cuja medida de volume é dada por $V = 4\pi r^3/3$.



PROJEÇÃO CILÍNDRICA



Nesta projeção, a superfície do globo terrestre é projetada sobre a superfície lateral de um cilindro reto "desenrolado" sobre o plano. Na superfície de projeção, os paralelos e os meridianos são perpendiculares. É a projeção mais utilizada para representar mapas-múndi.

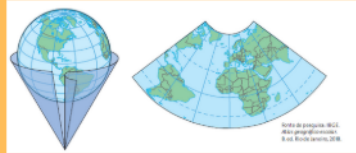


As áreas do mapa em regiões de baixa latitude (regiões próximas à linha do Equador) sofrem pequenas alterações, e as distorções aumentam em regiões de alta latitude (regiões próximas aos polos).

PROJEÇÃO CÔNICA



Nesta projeção, a superfície do globo terrestre é projetada sobre a superfície lateral de um cone reto “desenrolado” sobre o plano. Na superfície de projeção, os paralelos são arcos concêntricos e os meridianos convergem para os polos.



Os pontos que tocam o globo são os únicos que não apresentam deformações. Conforme se distanciam desses pontos, as distorções dos elementos aumentam.

PROJEÇÃO PLANA OU AZIMUTAL



Esse tipo de projeção utiliza um plano diretamente como superfície. É o tipo mais antigo de projeção, e é utilizado para confeccionar mapas náuticos e aeronáuticos.



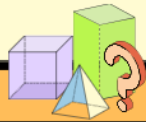
Os paralelos são círculos concêntricos. O espaçamento dos paralelos diminui conforme aumenta a distância ao polo. Projeções planas ou azimutais possuem a propriedade de não deformarem os ângulos no ponto central. No entanto, os elementos são deformados.

EXEMPLOS



Exemplo 1: Calcule a medida de volume de uma esfera sabendo que a área da superfície dela mede $576\pi \text{ cm}^2$.

EXEMPLOS



Exemplo 2: (Ficsae-SP) Em uma palestra, um cientista ilustrou comparativamente o tamanho dos planetas do sistema solar com auxílio da foto a seguir.

No entanto, o cientista disse que essa foto dificulta a percepção correta da diferença de tamanho entre os planetas. Para ilustrar o que dizia, ele pediu para a plateia considerar que todos os planetas são esféricos e que o tamanho do raio do planeta Júpiter é 11 vezes o tamanho do raio do planeta Terra. Em seguida, lançou a seguinte pergunta: se associarmos o planeta Terra a uma bola de futebol, o planeta Júpiter deverá ser associado, aproximadamente, a quantas dessas bolas?

A resposta correta para a pergunta do palestrante é:

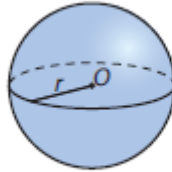
- a) 2 048. b) 121. c) 33. d) 22. e) 1 331.

Apêndice II: Folha resumo

Esfera

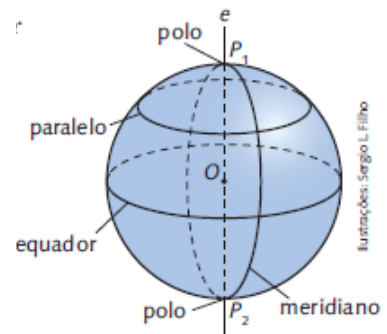
Dado um ponto O e um número real positivo r . O conjunto de todos os pontos do espaço cujas distâncias em relação a O são iguais a r denomina-se superfície esférica de centro O e raio r .

O sólido limitado por uma superfície esférica é chamado esfera. Uma esfera de centro O e raio r é o conjunto de todos os pontos do espaço cujas distâncias em relação a O são menores ou iguais a r .

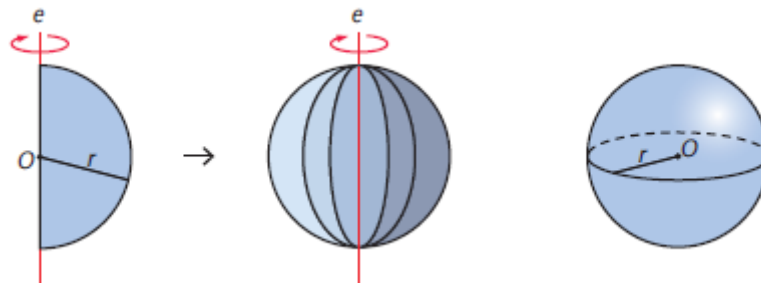


Elementos da Esfera

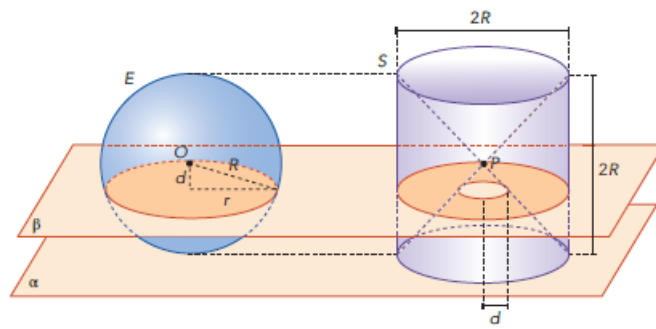
- Eixo: é uma reta que passa pelo centro O da esfera. No caso da figura, a reta e . Em relação a esse eixo, definimos os polos, o equador, os paralelos e os meridianos.
- Polos: são as interseções do eixo com a superfície esférica. Na figura, P_1 e P_2 .
- Equador: é a circunferência obtida pela interseção da superfície esférica e o plano perpendicular ao eixo que passa pelo centro O .
- Paralelo: é qualquer seção (circunferência) perpendicular ao eixo.
- Meridiano: é qualquer seção (circunferência) cujo plano que a contém passa pelo eixo.
- Seção da esfera: é o círculo obtido pela interseção da esfera e um plano secante a ela. Se o plano secante contém o centro O da esfera, temos um círculo máximo.



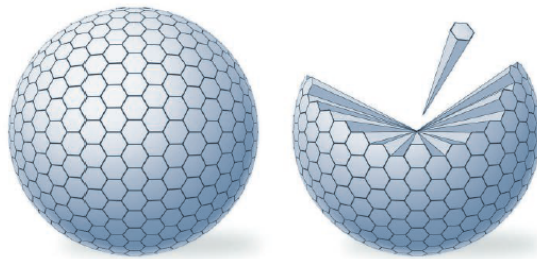
A esfera também pode ser definida como um sólido de revolução, obtido da rotação completa de um semicírculo em torno da reta que contém o seu diâmetro.



Volume da Esfera



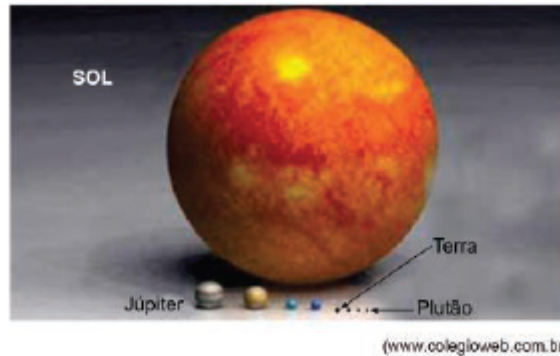
Área da Esfera



Apêndice III: Lista de exercícios

Exemplo 1: Calcule a medida de volume de uma esfera sabendo que a área da superfície dela mede $576\pi \text{ cm}^2$.

Exemplo 2: (Ficsae-SP) Em uma palestra, um cientista ilustrou comparativamente o tamanho dos planetas do sistema solar com auxílio da foto a seguir.



No entanto, o cientista disse que essa foto dificulta a percepção correta da diferença de tamanho entre os planetas. Para ilustrar o que dizia, ele pediu para a plateia considerar que todos os planetas são esféricos e que o tamanho do raio do planeta Júpiter é 11 vezes o tamanho do raio do planeta Terra. Em seguida, lançou a seguinte pergunta: se associarmos o planeta Terra a uma bola de futebol, o planeta Júpiter deverá ser associado, aproximadamente, a quantas dessas bolas? A resposta correta para a pergunta do palestrante é:

- a) 2 048.
- b) 121.
- c) 33.
- d) 22.
- e) 1 331.

1)O raio de uma esfera mede 4 cm. Um plano que secciona essa esfera determina nela um círculo com raio de medida 1 cm. Determine no caderno a medida de distância do plano ao centro da esfera.

2)(UEG-GO) Suponha que haja laranjas no formato de uma esfera com 6 cm de diâmetro e que a quantidade de suco que se obtém ao espremer cada laranja é $\frac{2}{3}$ de seu volume, sendo o volume dado em litros. Nessas condições, se quiser obter 1 litro de suco de laranja, deve-se espremer no mínimo:
Use $\pi \approx 3,14$.

- a) 13 laranjas.
- b) 14 laranjas.
- c) 15 laranjas.
- d) 16 laranjas.



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

Plano de Aula Semanal nº 5

Acadêmica: Gabriela Knob Cabral

Professora Orientadora: Elizangela Weber

Unidade Concedente: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha- Campus Santa Rosa

Estágio – Turma/Nº de alunos: 2º ano EDI T15/ 32 alunos

Professor(a) Regente da Classe: Julhane Alice Thomas Schulz

Nº de Períodos semanal/ Tempo de cada período: 3 períodos/ 50 minutos

Data/Horário: 02/10/2025 / 9h10 -11h55

1 .Tema/Assunto:

Geometria Espacial: Corpos Redondos

2. Objetos de Conhecimento:

Cilindro, Cone e Esfera

3. Habilidades relativas a BNCC:

(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

4 . Objetivos

9 Resolver problemas contextualizados sobre esfera.

10 Verificar qual a relação entre as medidas dos sólidos estudados e sua área e volume.

5. Metodologia

Investigação Matemática e Método Expositivo e Dialogado.

6. Recursos

Materiais de uso comum: folha, caderno, lápis, etc.

Materiais/ recursos didáticos: notebook, projetor, computadores, material impresso.

7. Desenvolvimento

Incentivação (15 minutos):



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

Esse momento será destinado para esclarecer as dúvidas sobre os exercícios da aula anterior e fazer a correção das questões em que os estudantes tiverem dúvidas. Espera-se que tenham êxito nas resoluções das questões, mas se for necessário fazer a correção de muitas questões, os alunos serão convidados a virem para o quadro.

Desenvolvimento da aula:

1º momento (35 minutos):

Esse momento será destinado a realização de exercícios sobre o objeto de conhecimento esfera. A professora entregará a lista impressa aos alunos (Apêndice I).

1) Se uma esfera tem 12 cm de diâmetro, qual é a área de sua superfície e o seu volume?

Diâmetro da esfera = 12 cm

Raio $r = 6$ cm

Área da esfera

$$A = 4\pi r^2$$

$$A = 4 * \pi * 6^2$$

$$A = 4 * \pi * 36$$

$$A = 144\pi$$

$$A = 144\pi \text{ cm}^2$$

ou se utilizar $\pi = 3,14$

$$A = 144 * 3,14$$

$$A = 452,16 \text{ cm}^2$$

Volume da esfera

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$V = \frac{4}{3} * \pi * (6)^3$$

$$V = \frac{4}{3} * \pi * 216$$

$$V = \frac{864}{3} * \pi$$

$$V = 288\pi \text{ cm}^3$$

ou se utilizar $\pi = 3,14$

$$V = 288 * 3,14$$

$$V = 904,32 \text{ cm}^3$$



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

2) Quantas unidades de comprimento deve ter o raio de uma esfera cujo volume é numericamente igual à da área de sua superfície?

Volume = Área da superfície

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = 4\pi r^2$$

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = 4\pi r^2 / (4\pi)$$

$$\frac{1}{3}r^3 = r^2$$

$$\frac{1}{3}r^3 = r^2 * (3)$$

$$\frac{3}{3}r^3 = 3r^2$$

$$r^3 = 3r^2$$

$$r^3 = 3r^2$$

$$r^3 - 3r^2 = 0$$

Colocar o r^2 evidência:

$$r^3 - 3r^2 = 0$$

$$r^2(r - 3) = 0$$

$$r^2 = 0$$

$$r = 3$$

$r^2 = 0$, raio igual a zero, não faz sentido físico para uma esfera, portanto $r = 3$, o raio deve medir 3 cm de comprimento.

3) Um plano, distante 18 cm do centro de uma esfera, determina nela um círculo cuja área é igual a $576\pi \text{ cm}^2$. Determine a área da superfície e o volume da esfera.

$$d = 18\text{cm}$$

$$A_{\text{círculo}} = 576\pi \text{ cm}^2$$

Para encontrar a área da superfície da esfera e volume da esfera, será necessário:

$$A_{\text{círculo}} = \pi r^2$$

$$A_{\text{círculo}} = 576\pi \text{ cm}^2$$

$$576\pi = \pi r^2$$

$$r^2 = \frac{576\pi}{\pi}$$

$$r^2 = 576$$

$$r = 24\text{cm}$$

$$R^2 = r^2 + d^2$$



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

$$R^2 = 24^2 + 18^2$$

$$R^2 = 576 + 324$$

$$R^2 = 900$$

$$R = \sqrt{900}$$

$$R = 30 \text{ cm}$$

Calcular a área da superfície da esfera:

$$A = 4\pi R^2$$

$$A = 4 * \pi * 30^2$$

$$A = 4 * \pi * 900$$

$$A = 3600\pi \text{ cm}^2$$

Calcular o volume da esfera:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$V = \frac{4}{3} * \pi * 30^3$$

$$V = \frac{4}{3} * \pi * 27000$$

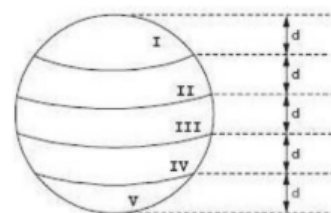
$$V = \frac{108000}{3} * \pi$$

$$V = 36000\pi \text{ cm}^3$$

4) (TRE PI – FCC) - Uma pessoa fez quatro cortes paralelos igualmente espaçados em uma laranja esférica, dividindo-a nas cinco partes indicadas na figura.

Em relação a essa divisão, é correto afirmar que:

- a) todas as partes obtidas têm o mesmo volume.
- b) a parte III é a de maior volume.
- c) o volume da parte I é maior do que o volume da parte II.
- d) não foram obtidas duas partes com o mesmo volume.
- e) a soma dos volumes das partes IV e V é menor do que a soma dos volumes das partes I e II.



A alternativa correta é (b)

A parte III é a de maior volume.

Como os cortes são iguais e paralelos, a parte do meio da laranja (III) tem um volume maior, porque o raio é maior.

As extremidades de cima e de baixo (I e V) são menores, e as intermediárias (II e IV) são iguais entre si, mas todas são menores que a central.



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

5) (ENEM) O núcleo de uma bomba atômica tem o formato de uma esfera de raio $r = 7,15\text{cm}$. Assim, o volume da esfera e a massa de urânio ^{235}U que essa esfera comporta serão iguais aproximadamente a:

(Dados: $\pi = 3,14$ e densidade do $^{235}\text{U} = 17\text{ g/cm}^3$).

- a) 1530 cm^3 e 26 kg
- b) 1500 cm^3 e 26 kg
- c) 1530 cm^2 e 24 kg
- d) 1500 cm^3 e 24 kg
- e) 1530 cm^3 e 24 kg

$$r = 7,15\text{ cm}$$

$$\pi = 3,14$$

$$\text{Densidade do urânio: } 17\text{g/cm}^3$$

Queremos o volume da esfera e a massa (volume x densidade)

Volume da esfera:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$V = \frac{4}{3} * \pi * 7,15^3$$

$$V = \frac{4}{3} * \pi * 365,525875$$

$$V = \frac{1462,1035}{3}\pi$$

$$V = 487,36783333\pi$$

$$V = 487,36783333 * 3,14$$

$$V = 1530,3349967\text{ cm}^3$$

$$V \simeq 1530\text{ cm}^3$$

Massa:

Massa = volume x densidade

$$\text{Massa} = 1530 \times 17\text{g}$$

$$\text{Massa} = 26010\text{g}$$

$$\text{Massa} = 26,01\text{ kg}$$

Alternativa correta (a) 1530 cm^3 e 26kg

6) (Aeronáutica - EEAR) Uma esfera metálica de raio $R = 6\text{ cm}$ será derretida e todo o seu material será utilizado para fazer esferas menores de $8\pi\text{ cm}^3$ de volume. O número dessas esferas menores que serão feitas é:

- a) 24
- b) 36
- c) 48
- d) 60



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

Para saber o número de esferas menores que serão feitas a partir do derretimento da esfera maior vamos dividir o volume da esfera maior, pelo volume da esfera menor.

Raio = 6 cm

Volume da esfera menor: $8\pi \text{ cm}^3$

Descobrir o volume da esfera maior (que será derretida):

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$V = \frac{4}{3} * \pi * 6^3$$

$$V = \frac{4}{3} * \pi * 216$$

$$V = \frac{864}{3} * \pi$$

$$V = 288\pi \text{ cm}^3$$

Número de esferas pequenas

$$N = \frac{V_{\text{maior}}}{V_{\text{menor}}}$$

$$N = \frac{288\pi}{8\pi}$$

$$N = \frac{288}{8}$$

$N = 36$, portanto ao derreter a esfera maior serão obtidas 36 esferas menores, conforme a letra b.

7) Uma esfera foi seccionada em 3 partes. Se o volume de cada parte é $96\pi \text{ cm}^3$, quanto mede o raio dessa esfera?

a) 4

b) 5

c) 6

d) 7

$$V_{\text{esfera}} = 3 * V_{\text{parte}}$$

$$V_{\text{esfera}} = 3 * 96\pi$$

$$V_{\text{esfera}} = 288\pi \text{ cm}^3$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = 288\pi$$

$$4\pi r^3 = 288\pi * 3$$



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

$$4\pi r^3 = 864\pi$$

$$r^3 = \frac{864\pi}{4\pi}$$

$$r^3 = 216$$

$$r = 6\text{cm}$$

O raio dessa esfera mede 6 cm, conforme a alternativa c.

2º momento (10 minutos):

Este momento será destinado para correção dos exercícios sobre o objeto de conhecimento esfera, conforme dúvidas dos alunos.

3º momento (60 minutos):

Os alunos serão encaminhados ao Laboratório de Informática, aonde farão a construção dos corpos redondos estudados, utilizando o *software* Geogebra e algumas comparações a partir de alterações feitas nos corpos.

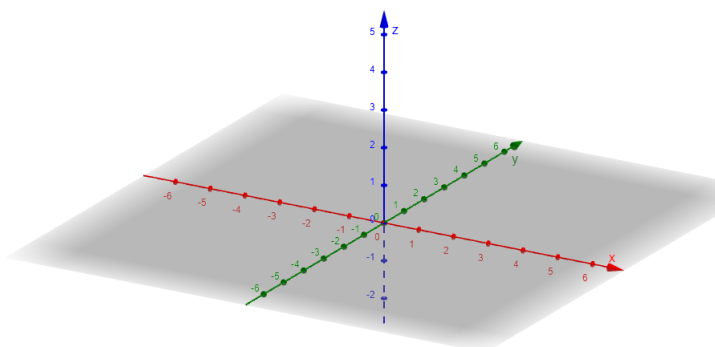
O roteiro da atividade a ser desenvolvida será entregue por meio do SIGAA (Apêndice II) e também será aberta uma tarefa para que os alunos postem suas construções. A professora vai orientar os alunos, para que a cada passo eles capturem a tela do *software* e insiram a imagem no documento do roteiro.

Construção do Cilindro



1. Abra o *software* Geogebra e em seguida escolha a janela de visualização

3D Janela 3D .



2. Na barra de ferramentas da janela de visualização 2D, clique em e posterior



Círculo definido por Três Pontos

. Crie o primeiro ponto em (-3,0,0), o segundo ponto em (0,-3,0) e o terceiro ponto em (3,0,0).



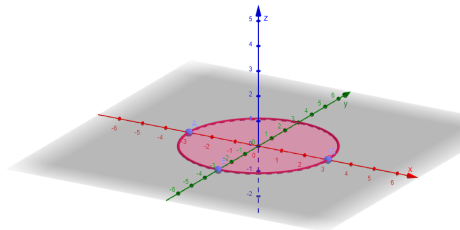
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

	A = Ponto(EixoX)	
	= (-3, 0, 0)	
	B = Ponto(EixoY)	
	= (0, -3, 0)	
	C = Ponto(EixoX)	
	= (3, 0, 0)	
	c: Círculo(A, B, C)	
	= $x^2 + y^2 = 9$	
	Entrada...	



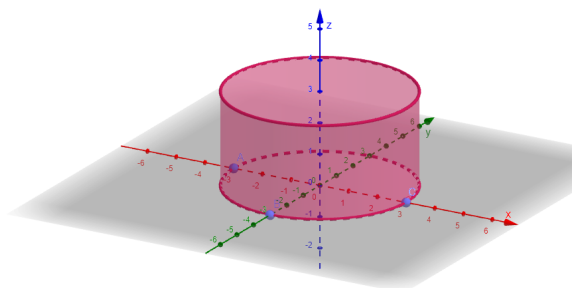
3. Na janela de visualização 3D, selecione na barra de ferramentas  e

posterior  Extrusão para Prisma

. Clique na circunferência e defina a altura do

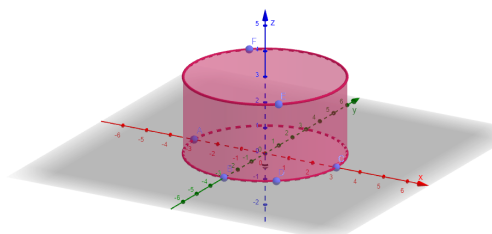
cilindro em 3.

	A = Ponto(EixoX)	
	= (-3, 0, 0)	
	B = Ponto(EixoY)	
	= (0, -3, 0)	
	C = Ponto(EixoX)	
	= (3, 0, 0)	
	c: Círculo(A, B, C)	
	= $x^2 + y^2 = 9$	
	e: Cilindro(c, 3)	
	= 84.82	
	Entrada...	



4. Na barra de ferramentas, clique em  e depois em  Ponto em Objeto .
Selecione um ponto da circunferência inferior, depois um ponto da circunferência superior e em seguida outro ponto da circunferência superior.

	C = Ponto(EixoX)	
	= (3, 0, 0)	
	c: Círculo(A, B, C)	
	= $x^2 + y^2 = 9$	
	e: Cilindro(c, 3)	
	= 84.82	
	D = Ponto(c)	
	= (1.84, -2.37, 0)	
	E = Ponto(f)	
	= (1.91, -2.32, 3)	
	F = Ponto(f)	
	= (-1.97, 2.26, 3)	
	Entrada...	



5. Na barra de ferramentas, selecione  e em seguida  Ponto(EixoX) Segmento . Forme um segmento entre os pontos D e E e outro segmento entre os pontos E e F. Nomeie



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

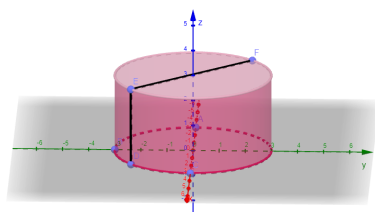
Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

esses segmentos como h e d respectivamente, porque representarão a altura e o diâmetro do cilindro. Ajuste os pontos de modo que h=3 e d=6.

$= x^2 + y^2 = 9$	EV
c. Cilindro(c, 3)	:
= 84.82	:
D = Ponto(c)	:
= (1.91, -2.31, 9)	⊙
E = Ponto(f)	:
= (1.91, -2.32, 3)	⊙
F = Ponto(f)	:
= (-2.04, 2.2, 3)	⊙
h = Segmento(D, E)	:
= 3	:
d = Segmento(E, F)	:
= 6	:
+	Entrada...



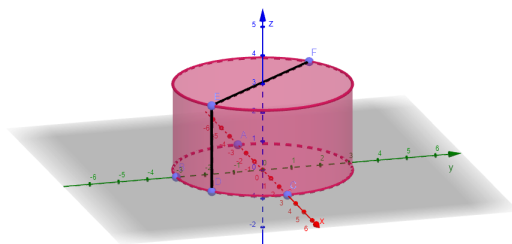
6. Clique em entrada e digite $r=d/2$. Assim, poderá utilizar o raio r para os cálculos. Para calcular a área da base, a área lateral e a área total; digite:

$$Ab = \pi r^2$$

$$Al = 2 \pi r h$$

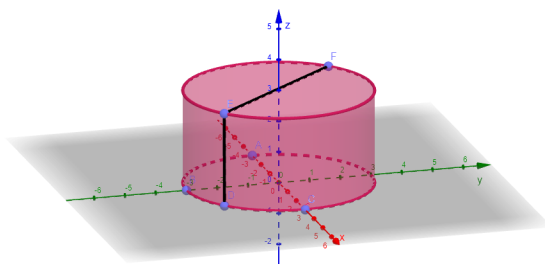
$$At = 2 Ab + Al$$

h = Segmento(D, E)	:
= 3	:
d = Segmento(E, F)	:
= 6	:
$r = \frac{d}{2}$	:
= 3	:
$Ab = \pi r^2$	:
= 28.25	:
$Al = 2 \pi r h$	:
= 56.52	:
$At = 2 Ab + Al$	:
= 113.02	:
+	Entrada...



7. Do mesmo modo que foi calculada a área, calcule o volume e insira a imagem abaixo:

d = Segmento(E, F)	:
= 6	:
$r = \frac{d}{2}$	:
= 3	:
$Ab = \pi r^2$	:
= 28.25	:
$Al = 2 \pi r h$	:
= 56.52	:
$At = 2 Ab + Al$	:
= 113.02	:
$V = \pi r^2 h$	:
= 84.75	:
+	Entrada...



8. Se a medida do raio for dobrada, o que ocorre com a área da base? E com a área lateral? E com o volume? Por que isso ocorre?

Os alunos deverão responder que a área da base quadruplica, porque $(2r)^2$ se torna $4r^2$, quadruplicando o valor original. Na área lateral apenas dobrará, porque



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

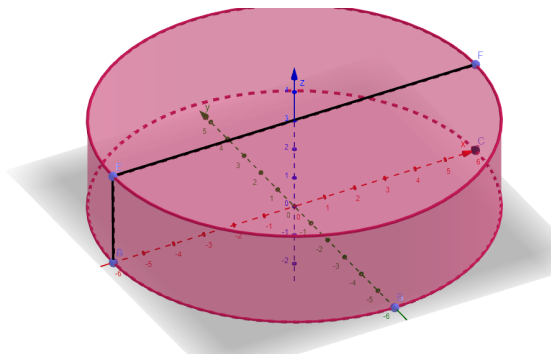
Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

o raio não está elevado em nenhuma potência. O volume quadruplicará pelo mesmo motivo da área da base.

d = Segmento(E, F)	:
= 12	:
$r = \frac{d}{2}$	:
= 6	:
$Ab = \pi r^2$	:
= 113.1	:
$Al = 2 \pi r h$	:
= 113.11	:
$At = 2 Ab + Al$	:
= 339.3	:
$V = \pi r^2 h$	:
= 339.31	:
+	Entrada...



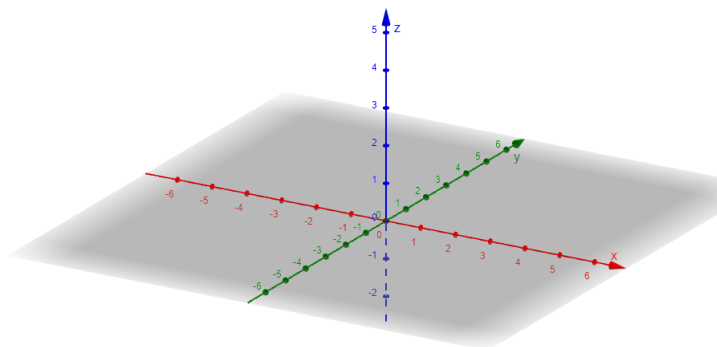
9. Volte o raio ao tamanho 3, agora dobre a altura. O que ocorreu com a área da base? E com a área lateral? E com o volume? Explique.

Os alunos deverão responder que não houve nenhuma alteração na área da base, porque ela não depende da altura, enquanto a área lateral e o volume dobraram, porque o h se tornou 2h.

Construção do Cone



1. Abra o *software* Geogebra e em seguida escolha a janela de visualização 3D | Janela 3D .



2. Na barra de ferramentas da janela de visualização 2D, clique em e posterior



Círculo definido por Três Pontos

. Crie o primeiro ponto em (-3,0,0), o segundo ponto em (0,-3,0) e o terceiro ponto em (3,0,0).



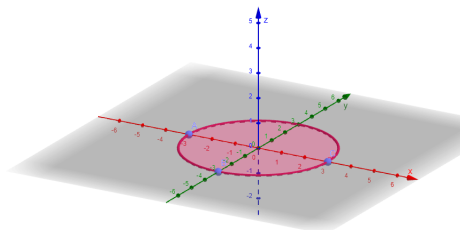
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

	A = Ponto(EixoX)	
	= (-3, 0, 0)	
	B = Ponto(EixoY)	
	= (0, -3, 0)	
	C = Ponto(EixoX)	
	= (3, 0, 0)	
	c: Círculo(A, B, C)	
	= $x^2 + y^2 = 9$	
	Entrada...	

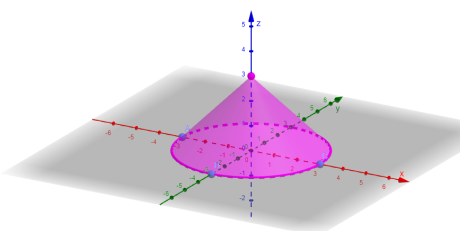


3. Na janela de visualização 3D, selecione na barra de ferramentas  e

posterior  Fazer extrusão para Pirâmide

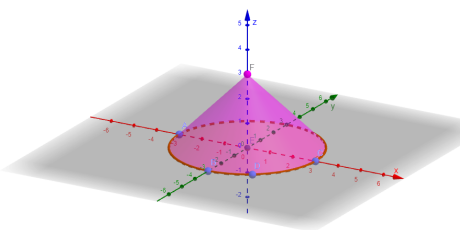
. Clique na circunferência e defina a altura do cone em 3.

	A = Ponto(EixoX)	
	= (-3, 0, 0)	
	B = Ponto(EixoY)	
	= (0, -3, 0)	
	C = Ponto(EixoX)	
	= (3, 0, 0)	
	c: Círculo(A, B, C)	
	= $x^2 + y^2 = 9$	
	e: Cone(c, 3)	
	= 28.27	
	Entrada...	



4. Na barra de ferramentas, clique em  e depois em  = (2, 0, 0) Ponto em Objeto .
Selecione um ponto da circunferência, depois a interseção entre os eixos e em seguida o vértice do cone.

	C = Ponto(EixoX)	
	= (3, 0, 0)	
	c: Círculo(A, B, C)	
	= $x^2 + y^2 = 9$	
	e: Cone(c, 3)	
	= 28.27	
	D = Ponto(c)	
	= (1.66, -2.5, 0)	
	E = Interseção(EixoY, EixoX)	
	= (0, 0, 0)	
	F = Interseção(EixoZ, f, 1)	
	= (0, 0, 3)	



5. Na barra de ferramentas, selecione  e em seguida  = Ponto(EixoX) Segmento . Forme um segmento entre os pontos D e E, outro segmento entre os pontos E e F e outro segmento entre D e F. Nomeie esses segmentos como r, h e g respectivamente, porque representarão o raio, a altura e a geratriz do cone.



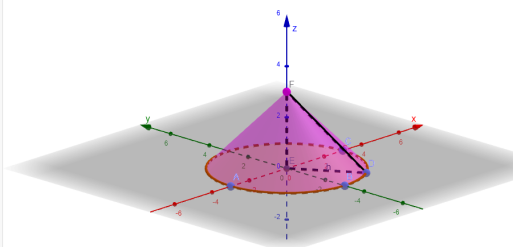
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

D = Ponto(c)	:
= (1.66, 2.5, 0)	:
E = Interseção(EixoY, EixoX)	:
= (0, 0, 0)	:
F = Interseção(EixoZ, f, 1)	:
= (0, 0, 3)	:
h = Segmento(D, E)	:
= 3	:
r = Segmento(E, F)	:
= 3	:
ge = Segmento(D, F)	:
= 4.24	:
Entrada...	:



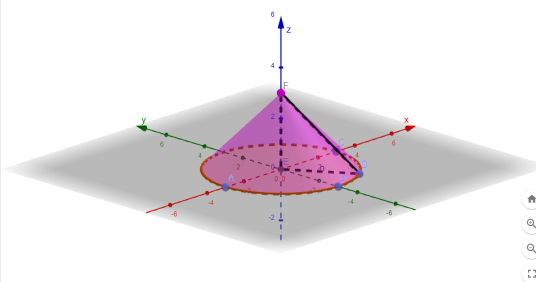
6. Para calcular a área da base, a área lateral e a área total; digite:

$$Ab = \pi \cdot r^2$$

$$Al = \pi \cdot r \cdot ge$$

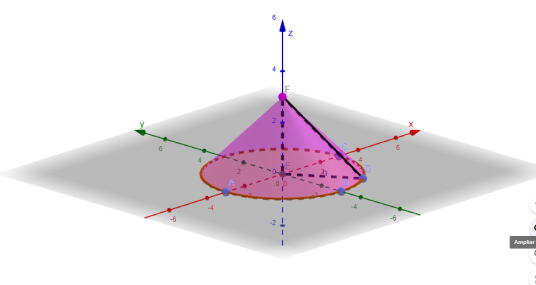
$$At = Ab + Al$$

h = Segmento(D, E)	:
= 3	:
r = Segmento(E, F)	:
= 3	:
ge = Segmento(D, F)	:
= 4.24	:
Ab = $\pi \cdot r^2$	:
= 28.27	:
Al = $\pi \cdot r \cdot ge$	:
= 39.99	:
At = Ab + Al	:
= 68.26	:
Entrada...	:



7. Do mesmo modo que foi calculada a área, calcule o volume e insira a imagem abaixo:

r = Segmento(E, F)	:
= 3	:
ge = Segmento(D, F)	:
= 4.24	:
Ab = $\pi \cdot r^2$	:
= 28.27	:
Al = $\pi \cdot r \cdot ge$	:
= 39.99	:
At = Ab + Al	:
= 68.26	:
V = $\frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot h$	:
= 28.27	:
Entrada...	:



8. Se a medida do raio for dobrada, o que ocorre com a área da base? E com o volume? Por que isso ocorre?

Os alunos deverão responder que a área da base quadruplica, porque $(2r)^2$ se torna $4r^2$, quadruplicando o valor original. O volume quadruplicará pelo mesmo motivo da área da base.



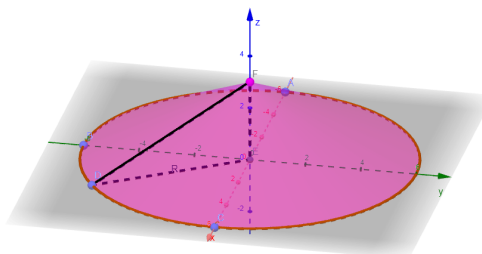
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

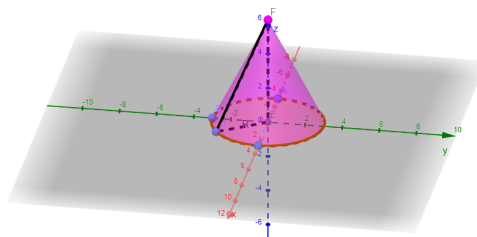
H = Segmento(E, F)	:
= 3	:
ge = Segmento(D, F)	:
= 6.71	:
Ab = πR^2	:
= 113.1	:
Al = $\pi R \cdot ge$	:
= 126.45	:
At = Ab + Al	:
= 239.54	:
V = $\frac{1}{3} \pi R^2 H$	:
= 113.1	:



9. Volte o raio ao tamanho 3, agora dobre a altura. O que ocorreu com a área da base? E com o volume? Explique.

Os alunos deverão responder que não houve nenhuma alteração na área da base, porque ela não depende da altura, o volume dobrou, porque o h se tornou 2h.

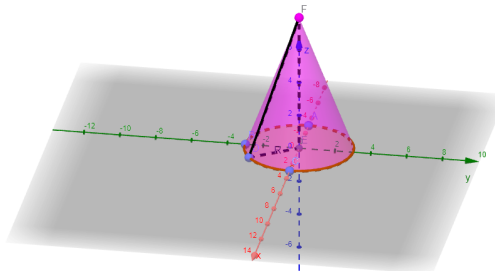
H = Segmento(E, F)	:
= 6	:
ge = Segmento(D, F)	:
= 6.71	:
Ab = πR^2	:
= 28.27	:
Al = $\pi R \cdot ge$	:
= 63.22	:
At = Ab + Al	:
= 91.5	:
V = $\frac{1}{3} \pi R^2 H$	:
= 56.55	:



10. Volte a altura ao tamanho original e aumente ela de modo que dobre o tamanho da geratriz. O que ocorreu com a área lateral?

Espera-se que os alunos respondam que a área lateral dobrou de tamanho.

H = Segmento(E, F)	:
= 7.93	:
ge = Segmento(D, F)	:
= 8.48	:
Ab = πR^2	:
= 28.27	:
Al = $\pi R \cdot ge$	:
= 79.91	:
At = Ab + Al	:
= 108.18	:
V = $\frac{1}{3} \pi R^2 H$	:
= 74.74	:



Construção da Esfera



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

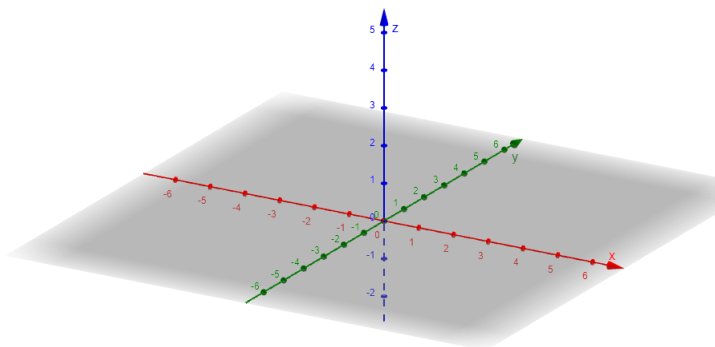
Fone: (55) 2013 0200



1. Abra o *software* Geogebra

e em seguida escolha a janela de visualização

3D  Janela 3D .

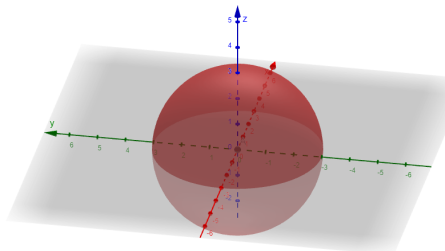
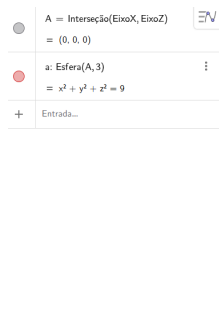


2. Na barra de ferramentas da janela de visualização 2D, clique em  e posterior



Esfera: Centro & Raio

. Insira o centro na intersecção entre os três eixos e escreva 3 para o raio da esfera.



3. Na barra de ferramentas, clique em

e depois em



Ponto em Objeto

Escolha um eixo e coloque dois pontos nas intersecções entre a esfera e o eixo.



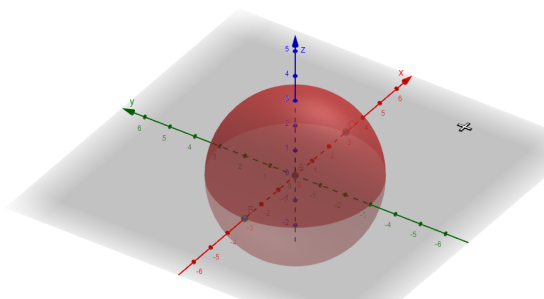
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

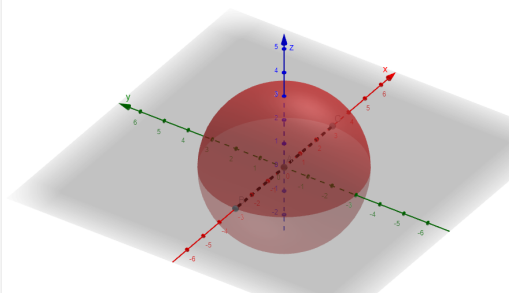
Fone: (55) 2013 0200

●	A = Interseção(EixoX, EixoZ)	≡	(0, 0, 0)	⋮
●	a: Esfera(A, 3)	≡	$x^2 + y^2 + z^2 = 9$	⋮
●	B = Interseção(EixoX, a, 1)	≡	(-3, 0, 0)	⋮
●	C = Interseção(EixoX, a, 2)	≡	(3, 0, 0)	⋮
+	Entrada...			



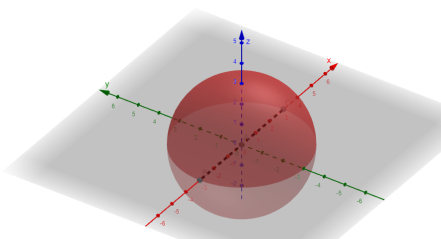
4. Na barra de ferramentas, selecione  e em seguida  . Forme um segmento entre os pontos formados. Nomeie esse segmento como d, porque representará o diâmetro da esfera.

●	A = Interseção(EixoX, EixoZ)	≡	(0, 0, 0)	⋮
●	a: Esfera(A, 3)	≡	$x^2 + y^2 + z^2 = 9$	⋮
●	B = Interseção(EixoX, a, 1)	≡	(-3, 0, 0)	⋮
●	C = Interseção(EixoX, a, 2)	≡	(3, 0, 0)	⋮
●	d = Segmento(B, C)	≡	6	⋮
+	Entrada...			



5. Clique na entrada e escreva $r = d/2$, para utilizar r como raio da esfera. Para calcular a área da esfera, digite:
 $A_e = 4 \cdot \pi \cdot r^2$

●	a: Esfera(A, 3)	≡	$x^2 + y^2 + z^2 = 9$	⋮
●	B = Interseção(EixoX, a, 1)	≡	(-3, 0, 0)	⋮
●	C = Interseção(EixoX, a, 2)	≡	(3, 0, 0)	⋮
●	d = Segmento(B, C)	≡	6	⋮
●	r = $\frac{d}{2}$	≡	3	⋮
●	$A_e = 4 \cdot \pi \cdot r^2$	≡	≈113.1	⋮



6. Do mesmo modo que foi calculada a área, calcule o volume e insira a imagem abaixo:

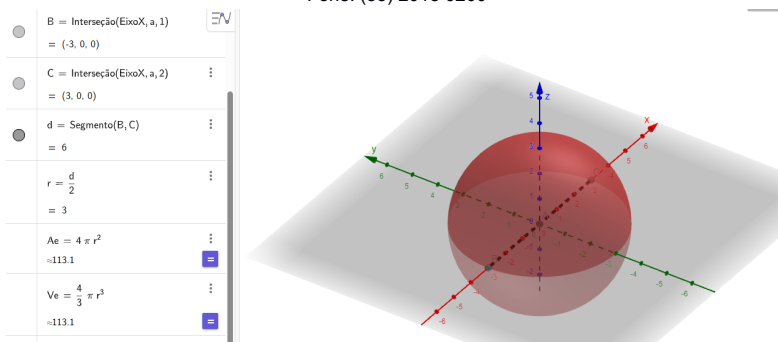


MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

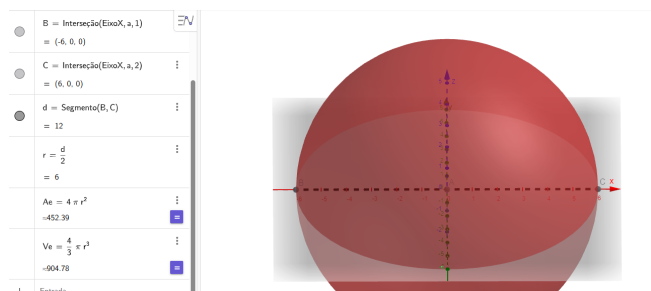
Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200



7. Se a medida do raio for dobrada, o que ocorre com a área? E com o volume? Por que isso ocorre?

Os alunos deverão responder que a área da quadruplica, porque $(2r)^2$ se torna $4r^2$, quadruplicando o valor original. O volume aumentará 8 vezes, porque $(2r)^3$ se torna $8r^3$.



Sistematização/Fechamento da Aula (30 minutos):

A professora fará a correção das perguntas no quadro, substituindo os valores para melhor visualização dos alunos.

8. Avaliação

Os alunos serão avaliados por sua participação, assiduidade e desenvolvimento das atividades propostas, além do registro no caderno. Para além disso, os alunos deverão entregar a atividade do *software* Geogebra, que será avaliada em 0,5 pontos.

9. Bibliografias

ANDRADE, Thais Marcelle de. **Matemática interligada: geometria espacial e plana**. 1. ed. São Paulo: Schipione, 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**: educação é a base. Brasília, 2017.



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Do seu jeito: Matemática: área de Matemática e suas Tecnologias**: volume 2: Ensino médio. 1. ed. São Paulo: Ática, 2024.

IEZZI, Gelson; DEGENSZAJN, David; TAMARI, Marcio; PASMANIK, Guilherme. **Identidade Saraiva: Matemática: área de Matemática e suas Tecnologias**: volume 2: Ensino médio. 1. ed. São Paulo: Saraiva, 2024.

10. Observações

Durante o primeiro período de aula, os alunos desenvolveram exercícios sobre esfera, assunto da aula anterior. A interação entre professora e alunos se deu de forma satisfatória, os alunos utilizaram do tempo para fazer as atividades e tirar dúvidas.

Após o intervalo, fui buscar a chave para utilizar o Laboratório de Informática, mas houve um agendamento sobreposto e eu não poderia utilizá-lo. Então retornei para a sala de aula e selecionei algumas atividades do livro, como forma de revisão para o trabalho. A revisão estava planejada para a semana seguinte, então será feita a atividade no Laboratório na próxima aula. Os alunos, que já sabiam que teriam uma atividade no laboratório, ficaram desanimados com a mudança. Além disso, observei que a aula foi muito cansativa para eles, porque ficaram três períodos seguidos desenvolvendo exercícios. Outra percepção foi que, por faltar ainda duas semanas para o trabalho, os alunos não deram a devida importância para a revisão, podendo acarretar em um desempenho insatisfatório no trabalho ou na prova.

Gabriela Knob Cabral
Aluna – Estagiária

Julhane Alice Thomas Schulz
Supervisora – Parte Concedente

Elizangela Weber
Professora Orientadora – Entidade Educacional

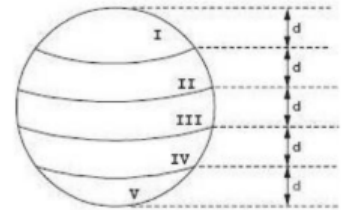
Apêndice I: Lista de exercícios

1) Se uma esfera tem 12 cm de diâmetro, qual é a área de sua superfície e o seu volume?

2) Quantas unidades de comprimento deve ter o raio de uma esfera cujo volume é numericamente igual à da área de sua superfície?

3) Um plano, distante 18 cm do centro de uma esfera, determina nela um círculo cuja área é igual a $576\pi \text{ cm}^2$. Determine a área da superfície e o volume da esfera.

4) (TRE PI – FCC) - Uma pessoa fez quatro cortes paralelos igualmente espaçados em uma laranja esférica, dividindo-a nas cinco partes indicadas na figura.



Em relação a essa divisão, é correto afirmar que:

- a) todas as partes obtidas têm o mesmo volume.
- b) a parte III é a de maior volume.
- c) o volume da parte I é maior do que o volume da parte II.
- d) não foram obtidas duas partes com o mesmo volume.
- e) a soma dos volumes das partes IV e V é menor do que a soma dos volumes das partes I e II.

5) (ENEM) O núcleo de uma bomba atômica tem o formato de uma esfera de raio $r = 7,15 \text{ cm}$. Assim, o volume da esfera e a massa de urânio 235 que essa esfera comporta serão iguais aproximadamente a:

(Dados: $\pi = 3,14$ e densidade do $\text{U}_{235} = 17 \text{ g/cm}^3$).

- a) 1530 cm^3 e 26 kg
- b) 1500 cm^3 e 26 kg
- c) 1530 cm^2 e 24 kg
- d) 1500 cm^3 e 24 kg
- e) 1530 cm^3 e 24 kg

6) (Aeronáutica - EEAR) Uma esfera metálica de raio $R = 6 \text{ cm}$ será derretida e todo o seu material será utilizado para fazer esferas menores de $8\pi \text{ cm}^3$ de volume. O número dessas esferas menores que serão feitas é:

- a) 24
- b) 36
- c) 48
- d) 60

7) Uma esfera foi seccionada em 3 partes. Se o volume de cada parte é $96\pi \text{ cm}^3$, quanto mede o raio dessa esfera?

- a) 4
- b) 5
- c) 6
- d) 7

Apêndice II: Roteiro de Investigação

Construção do Cilindro

1. Abra o *software* Geogebra  e em seguida escolha a janela de visualização

3D  Janela 3D .

2. Na barra de ferramentas da janela de visualização 2D, clique em  e posterior

 Círculo definido por Três Pontos

. Crie o primeiro ponto em (-3,0,0), o segundo ponto em (0,-3,0) e o terceiro ponto em (3,0,0).

3. Na janela de visualização 3D, selecione na barra de ferramentas  e

posterior  Extrusão para Prisma

. Clique na circunferência e defina a altura do cilindro em 3.

4. Na barra de ferramentas, clique em  e depois em  Ponto em Objeto .
Selecione um ponto da circunferência inferior, depois um ponto da circunferência superior e em seguida outro ponto da circunferência superior.

5. Na barra de ferramentas, selecione  e em seguida  Segmento . Forme um segmento entre os pontos D e E e outro segmento entre os pontos E e F. Nomeie esses segmentos como h e d respectivamente, porque representarão a altura e o diâmetro do cilindro. Ajuste os pontos de modo que h=3 e d=6.

6. Clique em entrada e digite $r=d/2$. Assim, poderá utilizar o raio r para os cálculos. Para calcular a área da base, a área lateral e a área total; digite:

$$A_b = \pi * r^2$$

$$A_l = 2 * \pi * r * h$$

$$A_t = 2 * A_b + A_l$$

7. Do mesmo modo que foi calculada a área, calcule o volume e insira a imagem abaixo:

8. Se a medida do raio for dobrada, o que ocorre com a área da base? E com a área lateral? E com o volume? Por que isso ocorre?

9. Volte o raio ao tamanho 3, agora dobre a altura. O que ocorreu com a área da base? E com a área lateral? E com o volume? Explique.

Construção do Cone

1. Abra o *software* Geogebra  e em seguida escolha a janela de visualização 3D  Janela 3D.
2. Na barra de ferramentas da janela de visualização 2D, clique em  e posterior  Círculo definido por Três Pontos. Crie o primeiro ponto em (-3,0,0), o segundo ponto em (0,-3,0) e o terceiro ponto em (3,0,0).
3. Na janela de visualização 3D, selecione na barra de ferramentas  e posterior  Fazer extrusão para Pirâmide. Clique na circunferência e defina a altura do cone em 3.
4. Na barra de ferramentas, clique em  e depois em  Ponto em Objeto. Selecione um ponto da circunferência, depois a interseção entre os eixos e em seguida o vértice do cone.
5. Na barra de ferramentas, selecione  e em seguida  Ponto(EixoX) Segmento. Forme um segmento entre os pontos D e E, outro segmento entre os pontos E e F e outro segmento entre D e F. Nomeie esses segmentos como r, h e g respectivamente, porque representarão o raio, a altura e a geratriz do cone.
6. Para calcular a área da base, a área lateral e a área total; digite:
$$A_b = \pi \cdot r^2$$
$$A_l = \pi \cdot r \cdot g$$
$$A_t = A_b + A_l$$
7. Do mesmo modo que foi calculada a área, calcule o volume e insira a imagem abaixo:
8. Se a medida do raio for dobrada, o que ocorre com a área da base? E com o volume? Por que isso ocorre?
9. Volte o raio ao tamanho 3, agora dobre a altura. O que ocorreu com a área da base? E com o volume? Explique.
10. Volte a altura ao tamanho original e aumente ela de modo que dobre o tamanho da geratriz. O que ocorreu com a área lateral?

Construção da Esfera

1. Abra o *software* Geogebra  e em seguida escolha a janela de visualização 3D  Janela 3D .
2. Na barra de ferramentas da janela de visualização 2D, clique em  e posterior  Esfera: Centro & Raio . Insira o centro na intersecção entre os três eixos e escreva 3 para o raio da esfera.
3. Na barra de ferramentas, clique em  e depois em  Ponto em Objeto . Escolha um eixo e coloque dois pontos nas intersecções entre a esfera e o eixo.
4. Na barra de ferramentas, selecione  e em seguida  Segmento . Forme um segmento entre os pontos formados. Nomeie esse segmento como d, porque representá o diâmetro da esfera.
5. Clique na entrada e escreva $r=d/2$, para utilizar r como raio da esfera. Para calcular a área da esfera, digite:
 $A_e=4*\pi*r^2$
6. Do mesmo modo que foi calculada a área, calcule o volume e insira a imagem abaixo:
7. Se a medida do raio for dobrada, o que ocorre com a área? E com o volume? Por que isso ocorre?



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

Plano de Aula Semanal nº 6

Acadêmica: Gabriela Knob Cabral

Professora Orientadora: Elizangela Weber

Unidade Concedente: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha- Campus Santa Rosa

Estágio – Turma/Nº de alunos: 2º ano EDI T15/ 32 alunos

Professor(a) Regente da Classe: Julhane Alice Thomas Schulz

Nº de Períodos semanal/ Tempo de cada período: 3 períodos/ 50 minutos

Data/Horário: 09/10/2025 / 9h10 -11h55

1 .Tema/Assunto:

Geometria Espacial: Corpos Redondos

2. Objetos de Conhecimento:

Cilindro, Cone, Tronco de Cone e Esfera

3. Habilidades relativas a BNCC:

(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

4 . Objetivos

- Resolver problemas contextualizados sobre os conceitos aprendidos.
- Verificar qual a relação entre as medidas dos sólidos estudados e sua área e volume.
- Medir objetos concretos e a partir do cálculo de seus volumes interpretar os resultados em contextos práticos.

5. Metodologia

Investigação Matemática e Método Expositivo e Dialogado.

6. Recursos

Materiais de uso comum: folha, caderno, lápis, etc.

Materiais/ recursos didáticos: notebook, projetor, material impresso, régua, fita métrica, bola de isopor, sorvete, casquinha e pote.



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740
Fone: (55) 2013 0200

7. Desenvolvimento

Incentivação (60 minutos):

Nesse momento será realizada a atividade do Geogebra prevista para o 3º momento do Plano de Aula 05, a qual não foi desenvolvida na aula anterior, devido ao agendamento sobreposto do Laboratório de Informática.

Desenvolvimento da aula:

1º momento (30 minutos):

Esse momento será destinado para esclarecer as dúvidas sobre os exercícios da aula anterior e fazer a correção das questões em que os estudantes tiverem dúvidas. Espera-se que tenham êxito nas resoluções das questões, mas se for necessário fazer a correção de muitas questões, os alunos serão convidados a virem para o quadro.

2º momento (20 minutos):

Esse momento será destinado a realização de uma atividade, onde os alunos deverão calcular o volume de uma casquinha e de um pote de sorvete, para verificar a quantidade de sorvete que cabe em cada um deles. Além disso, para retomar o cálculo de todos os sólidos estudados, irão calcular o volume de uma bola de isopor, associando a uma bola de sorvete.

A professora entregará a cada dupla uma casquinha de sorvete, um pote em formato de tronco de cone e uma bola de isopor. Para a atividade a professora fará alguns questionamentos:



Qual sólido representa a casquinha? Os alunos deverão responder cone.

Qual sólido representa o pote? Os alunos deverão responder tronco de cone.

Qual sólido representa a bola de sorvete? Os alunos deverão responder esfera.



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central - Santa Rosa/RS - CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

A partir disso, a professora vai questionar:

Qual é a fórmula do volume de cada um desses sólidos? Os alunos deverão responder que o volume do cone é $\frac{\pi r^2 h}{3}$, do tronco de cone é $\frac{1}{3}\pi h * (R^2 + r^2 + Rr)$ e da esfera é $\frac{4\pi r^3}{3}$.

A professora vai solicitar que os alunos meçam o raio e a altura dos materiais entregues a eles e que em seguida calculem seus volumes. Para isso, a professora entregará uma folha (Apêndice I), na qual os alunos preencherão as medidas de raio e altura e também colocarão os volumes de cada figura a caneta, para que não possam mudar suas respostas.

Objeto	Medidas (cm)	Fórmula	Volume (cm³)
Casquinha	d= 6cm r= 3cm g= 14 cm h= 13,67cm $g^2 = r^2 + h^2$ $14^2 = 3^2 + h^2$ $196 = 9 + h^2$ $h^2 = 187$ $h \simeq 13,67cm$	$V = \frac{\pi r^2 h}{3}$	$V = \frac{\pi r^2 h}{3}$ $V = \frac{3,14*(3)^2*13,67}{3}$ $V = 128,77cm^3$
Bola de sorvete	circunferência= 24cm r= 3,82cm $2\pi r = comp. circunf.$ $2 * 3,14 * r = 24$ $r = \frac{24}{2*3,14}$ $r \simeq 3,82cm$	$V = \frac{4\pi r^3}{3}$	$V = \frac{4\pi r^3}{3}$ $V = \frac{4*3,14*(3,82)^3}{3}$ $V = 233,37cm^3$
Pote	d= 9cm r= 4,5cm D= 12cm R= 6cm g= 4cm h= 3,7cm $g^2 = h^2 + (R - r)^2$ $(4)^2 = h^2 + (6 - 4,5)^2$ $16 = h^2 + 2,25$ $h^2 = 13,75$	$V = \frac{1}{3}\pi h(R^2 + r^2 + Rr)$	$V = \frac{1}{3}\pi h(R^2 + r^2 + Rr)$ $V = \frac{1}{3}(3,14)(3,7)(6^2 + 4,5^2 + 6 * 4,5)$ $V = 322,39cm^3$



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

	$h \approx 3,7\text{cm}$		
--	--------------------------	--	--

Após o preenchimento de cada dupla, a professora vai pedir para que duas duplas escrevam os valores encontrados para cada figura no quadro, para que se verifique os valores aproximados. A professora vai escolher duas duplas que utilizaram valores distintos para os raio e volume, para que os alunos percebam a diferença no cálculo de volume quando se altera apenas um décimo ou se usa uma casa decimal a mais.

Em seguida, a professora entregará a outra parte da atividade (Apêndice II), a qual a professora fará a leitura e os alunos deverão responder com base nos cálculos realizados.

Se a bola de sorvete derretesse, ela caberia inteira dentro da casquinha? Justifique com os valores encontrados. Os alunos deverão comparar o volume da bola e da casquinha e verificar se o volume da bola é menor ou maior que o da casquinha, caso seja menor os alunos deverão escrever que caberia e justificar a partir dos volumes obtidos.

Nesse caso, como o volume da bola de sorvete ($233,37\text{cm}^3$) é maior que o volume da casquinha ($128,77\text{cm}^3$), não caberia.

Quantas bolas de sorvete derretidas cabem dentro da casquinha? Para isso, os alunos deverão dividir o volume da casquinha pelo volume da esfera, que resultará no número de bolas que cabem na casquinha. Se o resultado for menor que 1, devem trazer o valor decimal ou fracionário aproximado que cabe.

Nesse caso, fazendo a operação $\frac{128,77}{233,37} \approx 0,55$, ou seja, cabe um pouco mais que meia bola de sorvete.

Quantas bolas de sorvete derretidas cabem no pote? Os alunos deverão fazer o mesmo processo da questão anterior, trazendo o número de bolas que cabem, podendo ser um valor decimal.

Nesse caso, $\frac{322,39}{233,37} \approx 1,38$, ou seja, cabe uma bola mais $\frac{1}{3}$ (aproximadamente).

Qual deveria ser o volume mínimo do pote para que coubesse 2 bolas de sorvete derretidas? Justifique. Na questão anterior os alunos já verificaram quantas bolas cabem no pote, sabendo que não cabem duas bolas. Para obter o volume do pote é necessário calcular o volume de duas bolas de sorvete.

Nesse caso, $233,37 * 2 = 466,74$ deveria ser o volume mínimo do pote.

3º momento (20 minutos):



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

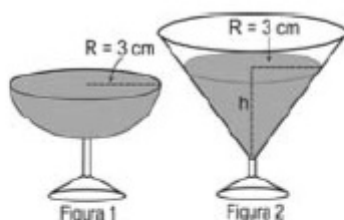
Fone: (55) 2013 0200

Como finalização da atividade, a professora convidará os alunos para irem ao gramado da Instituição com suas casquinhas e potes para comer um sorvete.

Sistematização/Fechamento da Aula (20 minutos):

Como revisão para o trabalho, os alunos desenvolverão 5 exercícios sobre os corpos redondos, que será impresso para os alunos (Apêndice III). Durante os exercícios, a professora auxiliará os alunos.

- 11 (Enem) Em um casamento, os donos da festa serviam champanhe aos seus convidados em taças com formato de um hemisfério (Figura 1), porém um acidente na cozinha culminou na quebra de grande parte desses recipientes. Para substituir as taças quebradas, utilizou-se um outro tipo com formato de cone (Figura 2). No entanto, os noivos solicitaram que o volume de champanhe nos dois tipos de taças fosse igual.



Considere:

$$V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3} \pi R^3 \quad \text{e} \quad V_{\text{cone}} = \frac{1}{3} \pi R^2 h$$

Sabendo que a taça com o formato de hemisfério é servida completamente cheia, a altura do volume de champanhe que deve ser colocado na outra taça, em centímetros, é de:

- 11.1 1,33
- 11.2 6,00
- 11.3 12,00
- 11.4 56,52
- 11.5 113,04

$$\begin{aligned} \frac{V_{\text{esfera}}}{2} &= V_{\text{cone}} \\ \frac{4}{3 \cdot 2} \pi r^3 &= \frac{1}{3} \pi r^2 * h \\ 3 * \frac{4}{6} \pi r^3 &= \pi r^2 * h \\ 2 \pi r^3 &= \pi r^2 * h \\ \frac{2 \pi r^3}{\pi r^2} &= h \\ h &= 2 * r \\ h &= 2 * 3 \end{aligned}$$



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

$$h = 6\text{cm}$$

Sabendo que o volume de meia esfera é igual ao volume do cone, então a altura da bebida servida na taça cônica deve ser 6 cm.

- 12 Dona Charlotte prepara sobremesas e, para fazer uma musse de maracujá, usou um recipiente cilíndrico cujas medidas internas do diâmetro e da altura são, respectivamente, 0,4 m e 0,8 m. Depois, distribuiu a musse em taças de formato cônico com 8 cm de medida do diâmetro, 18 cm de medida da altura e espessura desprezível. Considerando que o recipiente que dona Charlotte usou estava completamente cheio, determine o número mínimo de taças de formato cônico necessário para a distribuição de toda a musse.

Dados do cilindro:

$$r=20\text{cm}$$

$$h=80\text{cm}$$

Dados do cone:

$$r=4\text{cm}$$

$$h=18\text{cm}$$

Calcula-se o volume do cilindro e divide pelo volume do cone:

$$V_{cilindro} = \pi r^2 h$$

$$V_{cilindro} = \pi(20)^2 80$$

$$V_{cilindro} = \pi * 400 * 80$$

$$V_{cilindro} = 32.000\pi\text{cm}^3$$

$$V_{cone} = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

$$V_{cone} = \frac{\pi(4)^2 18}{3}$$

$$V_{cone} = 96\pi\text{cm}^3$$

$$\frac{V_{cilindro}}{V_{cone}} = \frac{32000\pi}{96\pi} = 333,33$$

Sendo assim, serão necessárias 334 taças, porque em 333 não caberá todo o musse.

- 13 O silo representado a seguir tem medida da altura interna total de 15 m. Nele, podem ser armazenados $325\pi\text{ m}^3$ de cereais.



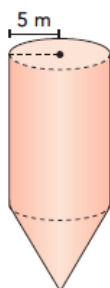
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200



Silo para armazenar grãos.

Determine:

- 1 a medida da altura do cone;
- 2 o custo de fabricação do silo, sabendo que a chapa de aço usada na confecção dele custa R\$200,00 por metro quadrado. Desconsidere a espessura da chapa de aço e considere $\pi \approx 3,1$ e $\sqrt{34} \approx 5,8$.

$h_{\text{total}} = 15\text{m}$

$V = 325\pi \text{ m}^3$

$r = 5\text{m}$

a) Sabe-se que o volume do cone mais o volume do cilindro resulta em $325\pi \text{ m}^3$, então a partir desse dado, busca-se encontrar as alturas de ambos os sólidos.

$$325\pi = \pi r^2 h_1 + \frac{\pi r^2 h_2}{3}$$

$$3 * 325\pi = 3 * \pi r^2 h_1 + 3 * \frac{\pi r^2 h_2}{3}$$

$$975\pi = 3\pi r^2 h_1 + \pi r^2 h_2$$

$$975\pi = 3\pi(5)^2 h_1 + \pi(5)^2 h_2$$

$$975\pi = 3 * 25\pi h_1 + 25\pi h_2$$

$$975\pi = 25\pi(3h_1 + h_2)$$

$$\frac{975\pi}{25\pi} = (3h_1 + h_2)$$

$$39 = (3h_1 + h_2)$$

Monta-se um sistema, para obter as alturas dos sólidos:

$$3h_1 + h_2 = 39$$

$$h_1 + h_2 = 15$$

$$h_2 = 15 - h_1$$



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

$$3h_1 + (15 - h_1) = 39$$

$$2h_1 = 39 - 15$$

$$2h_1 = 24$$

$$h_1 = 12m$$

$$h_2 = 3m$$

A resposta da letra a é que a altura do cone é 3 metros.

b) Para isso é necessário calcular a área lateral do cone, a área lateral do cilindro e apenas uma base do cilindro. Com o valor encontrado, multiplica-se por 200,00 para obter o custo.

$$A_{\text{lateral do cone}} = \pi * r * g$$

$$g^2 = h^2 + r^2$$

$$g^2 = 3^2 + 5^2$$

$$g^2 = 34$$

$$g = 5,8$$

$$A_{\text{lateral do cone}} = 3,1 * 5 * 5,8$$

$$A_{\text{lateral do cone}} = 89,9m^2$$

$$A_{\text{lateral do cilindro}} = 2 * \pi * r * h$$

$$A_{\text{lateral do cilindro}} = 2 * 3,1 * 5 * 12$$

$$A_{\text{lateral do cilindro}} = 372m^2$$

$$A_{\text{base}} = \pi * r^2$$

$$A_{\text{base}} = 3,1 * (5)^2$$

$$A_{\text{base}} = 77,5m^2$$

$$A_{\text{total}} = 89,9 + 372 + 77,5$$

$$A_{\text{total}} = 539,4m^2$$

$$\text{Custo} = 539,4 * 200$$

$$\text{Custo} = R\$107.880,00$$



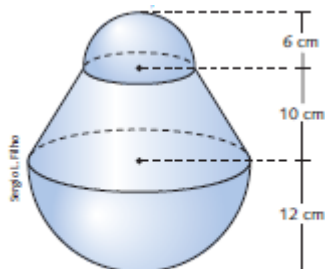
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

4) Calcule a área total do sólido representado, sabendo que ele é formado por duas semiesferas e um tronco de cone.



$$A_{\text{esfera}} = 4\pi r^2$$

$$A_{\text{semi esfera}} = 2\pi r^2$$

$$A_{\text{lateral tronco}} = \pi g(R + r)$$

$$A_{\text{semi esfera}} = 2\pi r^2$$

$$A_{\text{semi esfera}} = 2 * 3,14 * (6)^2$$

$$A_{\text{semi esfera}} = 226,08 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{SEMI ESFERA}} = 2\pi R^2$$

$$A_{\text{SEMI ESFERA}} = 2 * 3,14 * (12)^2$$

$$A_{\text{SEMI ESFERA}} = 904,32 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{lateral tronco}} = \pi g(R + r)$$

$$g^2 = h^2 + (R - r)^2$$

$$g^2 = 10^2 + (12 - 6)^2$$

$$g^2 = 100 + 36$$

$$g = 11,66 \text{ cm}$$

$$A_{\text{lateral tronco}} = \pi g(R + r)$$

$$A_{\text{lateral tronco}} = 3,14 * 11,66 * (12 + 6)$$

$$A_{\text{lateral tronco}} = 632,57 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{total}} = A_{\text{semi esfera}} + A_{\text{SEMI ESFERA}} + A_{\text{lateral tronco}}$$

$$A_{\text{total}} = 226,08 + 904,32 + 632,57$$

$$A_{\text{total}} = 1762,97 \text{ cm}^2$$



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

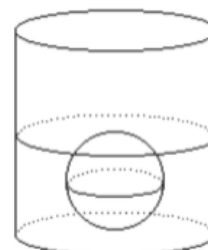
INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

5) (UFRGS) Uma esfera de raio 2 cm é mergulhada num copo cilíndrico de 4 cm de raio, até encostar no fundo, de modo que a água do copo recubra exatamente a esfera. Antes da esfera ser colocada no copo, a altura de água era:



- a) $27/8$ cm
- b) $19/6$ cm
- c) $18/5$ cm
- d) $10/3$ cm
- e) $7/2$ cm

Para essa questão, calcula-se o volume da água no cilindro com a esfera, sabendo que a altura é igual ao diâmetro da esfera, e subtrai o volume da esfera. A partir desse volume, verifica-se a altura da água antes de colocar a esfera.

$$V_{cilindro} = \pi r^2 * h$$

$$V_{cilindro} = \pi * (4)^2 * 4$$

$$V_{cilindro} = 64\pi cm^3$$

$$V_{esfera} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$V_{esfera} = \frac{4}{3} * \pi * (2)^3$$

$$V_{esfera} = \frac{32}{3}\pi cm^3$$

$$V = 64\pi - \frac{32}{3}\pi$$

$$V = \frac{192}{3}\pi - \frac{32}{3}\pi$$

$$V = \frac{160}{3}\pi$$

$$V_{cilindro} = \pi r^2 * h$$

$$\pi * (4)^2 * h = \frac{160}{3}\pi$$

$$h = \frac{160\pi}{3 * 16\pi}$$

$$h = \frac{160}{48} = \frac{40}{12} = \frac{10}{3} cm$$

A resposta é $10/3$ cm, portanto letra d.

8. Avaliação

Os alunos serão avaliados por sua participação, assiduidade e desenvolvimento das atividades propostas, além do registro no caderno. Para além



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

disso, os alunos deverão entregar a atividade do *software* Geogebra via SIGAA, que será avaliada em 0,5 pontos. E também a atividade do sorvete deve ser entregue para avaliação de 0,5 pontos.

9. Bibliografias

ANDRADE, Thais Marcelle de. **Matemática interligada: geometria espacial e plana**. 1. ed. São Paulo: Schipione, 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**: educação é a base. Brasília, 2017.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Do seu jeito: Matemática: área de Matemática e suas Tecnologias**: volume 2: Ensino médio. 1. ed. São Paulo: Ática, 2024.

IEZZI, Gelson; DEGENSZAJN, David; TAMARI, Marcio; PASMANIK, Guilherme. **Identidade Saraiva: Matemática: área de Matemática e suas Tecnologias**: volume 2: Ensino médio. 1. ed. São Paulo: Saraiva, 2024.

10. Observações

Os alunos estavam tendo aula no Laboratório de Informática antes da minha aula, então já estavam todos organizados e com os computadores ligados. Quando fiz a chamada observei que muitos alunos faltaram a aula, porque estavam representando a Instituição em um evento. Como haviam avaliações nesta aula, encaminhei a atividade no Geogebra para que os alunos realizassem em casa e me encaminhassem até domingo.

Com relação a incentivação, os alunos se mostraram empolgados em desenvolver uma atividade no Geogebra, aparentando ter bastante familiaridade com o *software*. Dei as instruções aos alunos e eles foram realizando a atividade e me chamando conforme surgiam dúvidas. Durante toda a atividade eu fiquei indo aos alunos, porque eles tiveram bastante dificuldade. Pra mim foi uma surpresa, porque acreditava que eles tinham algum domínio sobre o *software* e que a atividade seria desenvolvida sem dificuldades. Devido às dificuldades apresentadas pelos estudantes, muitos deles não conseguiram concluir a atividade no tempo estimado. Como o Laboratório estava reservado para apenas um período e depois outra turma utilizaria, os alunos encaminharam as atividades do modo em que estava, sendo combinado que a avaliação seria em cima daquilo que eles fizeram durante o período de aula.

Na atividade com o sorvete, os alunos desenvolveram com facilidade as medições e cálculos. Eles logo pediram se ganhariam sorvete também, além da casquinha e potinho e eu respondi que sim, após o término das atividades. Aqueles grupos que levaram mais tempo para fazer a atividade foram apressados por seus colegas, que queriam descer e comer sorvete.



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central - Santa Rosa/RS - CEP 98787-740
Fone: (55) 2013 0200

Gabriela Knob Cabral

Gabriela Knob Cabral
Aluna – Estagiária

Julhane Alice Thomas Schulz

Julhane Alice Thomas Schulz
Supervisora – Parte Concedente

Elizangela Weber

Elizangela Weber
Professora Orientadora – Entidade Educacional

Apêndice I: Medidas e volume dos materiais

Objeto	Medidas (cm)	Fórmula	Volume (cm³)
Casquinha	d= r= g= h=		
Bola de sorvete	circunferência= r=		
Pote	d= r= D= R= g= h=		

Apêndice II: Questionamentos sobre os volumes obtidos

- 1) Se a bola de sorvete derretesse, ela caberia inteira dentro da casquinha?
Justifique com os valores encontrados.

.....
.....
.....
.....

- 2) Quantas bolas de sorvete derretidas cabem dentro da casquinha?

.....
.....
.....
.....

- 3) Quantas bolas de sorvete derretidas cabem no pote?

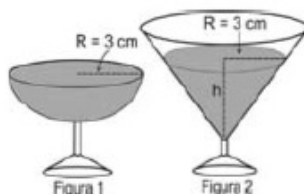
.....
.....
.....
.....

- 4) Qual deveria ser o volume mínimo do pote para que coubesse 2 bolas de sorvete derretidas? Justifique.

.....
.....
.....
.....

Apêndice III: Lista de exercícios

1) (Enem) Em um casamento, os donos da festa serviam champanhe aos seus convidados em taças com formato de um hemisfério (Figura 1), porém um acidente na cozinha culminou na quebra de grande parte desses recipientes. Para substituir as taças quebradas, utilizou-se um outro tipo com formato de cone (Figura 2). No entanto, os noivos solicitaram que o volume de champanhe nos dois tipos de taças fosse igual.



Considere:

$$V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3} \pi R^3 \quad \text{e} \quad V_{\text{cone}} = \frac{1}{3} \pi R^2 h$$

Sabendo que a taça com o formato de hemisfério é servida completamente cheia, a altura do volume de champanhe que deve ser colocado na outra taça, em centímetros, é de:

- 13.1 1,33
- 13.2 6,00
- 13.3 12,00
- 13.4 56,52
- 13.5 113,04

2) Dona Charlotte prepara sobremesas e, para fazer uma musse de maracujá, usou um recipiente cilíndrico cujas medidas internas do diâmetro e da altura são, respectivamente, 0,4 m e 0,8 m. Depois, distribuiu a musse em taças de formato cônico com 8 cm de medida do diâmetro, 18 cm de medida da altura e espessura desprezível. Considerando que o recipiente que dona Charlotte usou estava completamente cheio, determine o número mínimo de taças de formato cônico necessário para a distribuição de toda a musse.

3) O silo representado a seguir tem medida da altura interna total de 15 m. Nele, podem ser armazenados $325\pi \text{ m}^3$ de cereais.



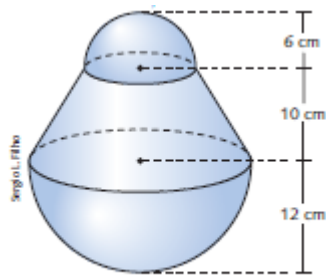
Silo para armazenar grãos.

Determine:

- a) a medida da altura do cone;
- b) o custo de fabricação do silo, sabendo que chapa de aço usada na confecção dele custa R\$ 200,00 por metro quadrado. Desconsidere a espessura da chapa de aço considere $\pi \approx 3,1$ e $\sqrt{34} \approx 5,8$.

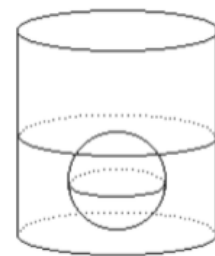
a
e

4) Calcule a área total do sólido representado, sabendo que ele é formado por duas semiesferas e um tronco de cone.



5) (UFRGS) Uma esfera de raio 2 cm é mergulhada num copo cilíndrico de 4 cm de raio, até encostar no fundo, de modo que a água do copo recubra exatamente a esfera. Antes da esfera ser colocada no copo, a altura de água era:

- a) $27/8$ cm
- b) $19/6$ cm
- c) $18/5$ cm
- d) $10/3$ cm
- e) $7/2$ cm





MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

Plano de Aula Semanal nº 7

Acadêmica: Gabriela Knob Cabral

Professora Orientadora: Elizangela Weber

Unidade Concedente: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha- Campus Santa Rosa

Estágio – Turma/Nº de alunos: 2º ano EDI T15/ 32 alunos

Professor(a) Regente da Classe: Julhane Alice Thomas Schulz

Nº de Períodos semanal/ Tempo de cada período: 3 períodos/ 50 minutos

Data/Horário: 16/10/2025 / 9h10 -11h55

1 .Tema/Assunto:

Geometria Espacial: Corpos Redondos

2. Objetos de Conhecimento:

Cilindro, Cone, Tronco de Cone e Esfera

3. Habilidades relativas a BNCC:

(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

(EM13MAT509) Investigar a deformação de ângulos e áreas provocada pelas diferentes projeções usadas em cartografia (como a cilíndrica e a cônica), com ou sem suporte de tecnologia digital.

4 . Objetivos

1. Avaliar o conhecimento construído sobre os conceitos de corpos redondos por meio de uma avaliação quantitativa.

5. Metodologia

Método avaliativo

6. Recursos

Materiais de uso comum: folha, caderno, lápis, calculadora, etc.

7. Desenvolvimento

Incentivação (50 minutos):



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central - Santa Rosa/RS - CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

Neste momento, a professora fará a correção das atividades de revisão da aula anterior no quadro, esclarecendo as dúvidas dos alunos. Além disso, fará uma retomada com os alunos de todos os temas estudados, escrevendo os principais pontos de cada assunto no quadro.

Após a correção dos exercícios, a professora organizará os alunos para o trabalho avaliativo. Os alunos serão organizados em duplas e poderão utilizar os cadernos para consulta. A professora irá reforçar que a consulta será apenas nos cadernos, não podendo utilizar livros, celulares ou outros materiais.

Desenvolvimento da aula:

1º momento (100 minutos):

Com os alunos já organizados, a professora entregará os trabalhos impressos (Apêndice I).

1) A área lateral de um tronco de cone vale $560\pi \text{ cm}^2$. O raio da base maior e a geratriz têm as medidas iguais. O raio da base menor vale 8 cm e a altura do tronco mede 16 cm. Determine a geratriz.

$$R = g$$

$$A_L = 560\pi \text{ cm}^2$$

$$r = 8 \text{ cm}$$

$$h = 16 \text{ cm}$$

$$g^2 = h^2 + (R - r)^2$$

$$g^2 = (16)^2 + (g - 8)^2$$

$$g^2 = 256 + g^2 - 16g + 64$$

$$g^2 - g^2 - 16g + 64 + 256 = 0$$

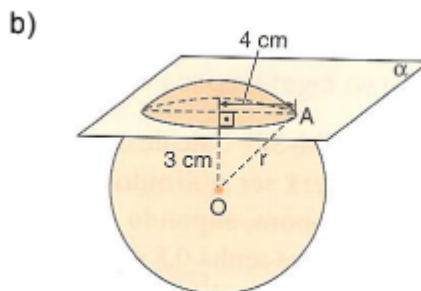
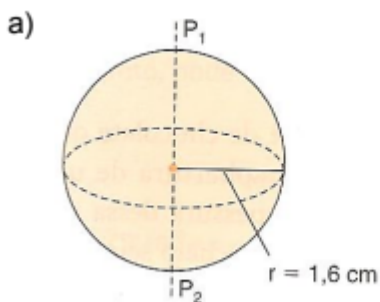
$$-16g + 320 = 0$$

$$16g = 320$$

$$g = \frac{320}{16}$$

$$g = 20 \text{ cm}$$

2) Calcule a área e o volume de cada uma das esferas cujas medidas estão indicadas abaixo.





MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

$$a) r = 1,6cm$$

$$A = 4\pi r^2$$

$$A = 4\pi(1,6)^2$$

$$A = 32,15cm^2$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$V = \frac{4}{3}\pi(1,6)^3$$

$$V = 17,14cm^3$$

$$b) r = 4$$

$$d = 3$$

$$R^2 = r^2 + d^2$$

$$R^2 = (4)^2 + (3)^2$$

$$R^2 = 16 + 9$$

$$R^2 = 25$$

$$R = 5cm$$

$$A = 4\pi r^2$$

$$A = 4\pi(5)^2$$

$$A = 314cm^2$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$V = \frac{4}{3}\pi(5)^3$$

$$V = 523,33cm^3$$

3) Um estojo com formato cilíndrico tem base com 8 cm de medida de comprimento do diâmetro e 15 cm de medida de comprimento da altura. Quantos centímetros quadrados de material são necessários, aproximadamente, para fabricar esse estojo? (Considere $\pi \approx 3,14$.)

Diâmetro da base = 8 cm, então o raio $r = 4$ cm

Altura $h = 15$ cm

$\pi \approx 3,14$.

Fórmula da área total do cilindro:

$$A_T = A_L + 2 * A_B$$

$$A_T = 2 * \pi * r * h + 2 * \pi * r^2$$

$$A_T = 2 * \pi * r * (h + r)$$

Substituindo os valores

$$A_T = 2 * 3,14 * 4 * (15 + 4)$$

$$A_T = 6,28 * 4 * (19)$$

$$A_T = 25,12 * (19)$$

$$A_T = 477,28cm^2$$

4) (ENEM 2023) Um artista plástico esculpe uma escultura a partir de um bloco de madeira de lei, em etapas. Inicialmente, esculpe um cone reto com 36



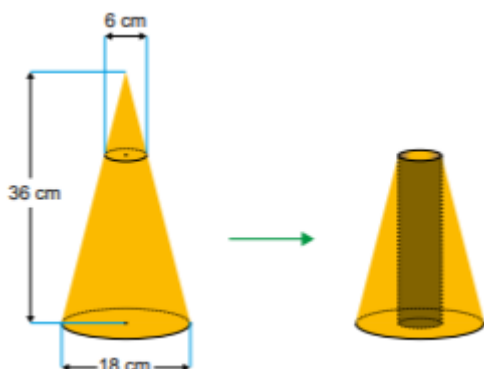
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

cm de altura e diâmetro da base medindo 18 cm. Em seguida, remove desse cone um cone menor, cujo diâmetro da base mede 6 cm, obtendo, assim, um tronco de cone, conforme ilustrado na figura.



Em seguida, perfura esse tronco de cone, removendo um cilindro reto, de diâmetro 6 cm, cujo eixo de simetria é o mesmo do cone original. Dessa forma, ao final, a escultura tem a forma de um tronco de cone com uma perfuração cilíndrica de base a base.

O tipo de madeira utilizada para produzir essa escultura tem massa igual a 0,6 g por centímetro cúbico de volume. Utilize 3 como aproximação para π . Qual é a massa, em grama, dessa escultura?

- a) 1.198,8
- b) 1.296,0
- c) 1.360,8
- d) 4.665,6
- e) 4.860,0

$$H = 36\text{cm}$$

$$R = 9\text{cm}$$

$$r = 3\text{cm}$$

Utiliza-se regra de três para obter a altura do cone menor:

$$\frac{36}{x} = \frac{9}{3}$$

$$9x = 3 * 36$$

$$x = \frac{108}{9}$$

$$x = 12\text{cm}$$

Então a altura do cone maior é 36cm, a altura do cone menor é 12cm e a altura do tronco e do cilindro é 24cm. Para obter o volume do sólido, calcula-se o volume do tronco e subtrai o volume do cilindro.

$$V_T = \frac{1}{3}\pi h * (R^2 + r^2 + Rr)$$

$$V_T = \frac{1}{3} * 3 * 24 * ((9)^2 + (3)^2 + 9 * 3)$$



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

$$V_T = 24 * (81 + 9 + 27)$$

$$V_T = 24 * 117$$

$$V_T = 2808 \text{ cm}^3$$

$$V_C = \pi r^2 h$$

$$V_C = 3 * (3)^2 * 24$$

$$V_C = 648 \text{ cm}^3$$

$$V = 2808 - 648$$

$$V = 2160 \text{ cm}^3$$

Multiplica-se pela massa da madeira, que é 0,6g/cm³.

$2160 * 0,6 = 1296 \text{ gramas}$, portanto a alternativa correta é letra b.

5) (UF-AM) Se triplicarmos o raio de uma esfera, seu volume:

- a) aumenta 3 vezes
- b) aumenta 6 vezes
- c) aumenta 9 vezes
- d) aumenta 12 vezes
- e) aumenta 27 vezes

Dada uma esfera de raio r e volume $\frac{4}{3}\pi r^3$, ao substituir seu raio por $3r$, o volume:

$$V = \frac{4}{3}\pi(3r)^3$$

$$V = \frac{4}{3}\pi 27r^3$$

$$V = 27 * \left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)$$

Assim, verifica-se que o volume aumenta 27 vezes, conforme a alternativa e.

6) (Fatec) A altura de um cone circular reto mede o triplo da medida do raio da base. Se o comprimento da circunferência dessa base é 8π cm, então o volume do cone, em centímetros cúbicos é:

- a) 64π
- b) 48π
- c) 32π
- d) 16π
- e) 8π



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

$$h = 3r$$

$$\text{Comprimento} = 8\pi$$

$$\text{Comprimento} = 2\pi r$$

$$2\pi r = 8\pi$$

$$r = \frac{8\pi}{2\pi}$$

$$r = 4\text{cm}$$

$$h = 3r$$

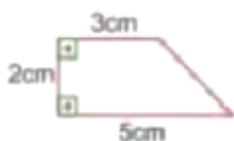
$$h = 12\text{cm}$$

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$V = \frac{1}{3}\pi(4)^2 * 12$$

$$V = 64\pi\text{cm}^3, \text{ a alternativa correta é a letra a}$$

7) Indicar o sólido gerado ao rotacionar (360°) o trapézio retângulo da figura, em torno do lado de menor medida, e calcular o volume do sólido gerado.



O sólido gerado pela rotação do trapézio retângulo é um tronco de cone.

Retirando os dados:

altura $h = 2\text{cm}$

raio menor $= 3\text{cm}$

raio maior $= 5\text{cm}$

Volume do tronco de cone

$$V_T = \frac{\pi h}{3} * (R^2 + Rr + r^2)$$

$$V_T = \frac{3,14 * 2}{3} * (5^2 + 5 * 3 + 3^2)$$

$$V_T = 2,0933333333 * (25 + 15 + 9)$$

$$V_T = 2,0933333333 * (49)$$

$$V_T = 102,57333333\text{cm}^3$$

8) (ENEM- 2022) Uma cozinheira produz docinhos especiais por encomenda. Usando uma receita-base de massa, ela prepara uma porção, com a qual produz 50 docinhos maciços de formato esférico, com 2 cm de diâmetro. Um cliente encomenda 150 desses docinhos, mas pede que cada um



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

tenha formato esférico com 4 cm de diâmetro. A cozinheira pretende preparar o número exato de porções da receita-base de massa necessário para produzir os docinhos dessa encomenda.

Quantas porções da receita-base de massa ela deve preparar para atender esse cliente?

- a) 2
- b) 3
- c) 6
- d) 12
- e) 24

Quantidade = 50 docinhos

Cada docinho é uma esfera de diâmetro 2 cm, então o raio é 1 cm.

Cliente encomenda 150 docinhos

Cada docinho tem uma esfera de diâmetro 4 cm, então o raio é 2 cm.

Volume de um docinho menor (esfera)

$$V_1 = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$V_1 = \frac{4}{3} * \pi * 1^3$$

$$V_1 = \frac{4}{3} \pi \text{ cm}^3$$

Substituindo o π

$$V_1 = \frac{4}{3} * 3,14 \text{ cm}^3$$

$$V_1 = 4,186666667 \text{ cm}^3$$

Volume total dos 50 docinhos

$$V_t = 4,186666667 * 50$$

$$V_t = 209,33333335 \text{ cm}^3$$

Volume de um docinho maior (esfera)

$$V_2 = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$V_2 = \frac{4}{3} * \pi * 2^3$$

$$V_2 = \frac{32}{3} \pi \text{ cm}^3$$

Substituindo o π

$$V_2 = \frac{32}{3} * 3,14 \text{ cm}^3$$

$$V_2 = 33,493333333 \text{ cm}^3$$

Volume total dos 150 docinhos



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

$$V_t = 33\,493\,333\,333 * 150$$

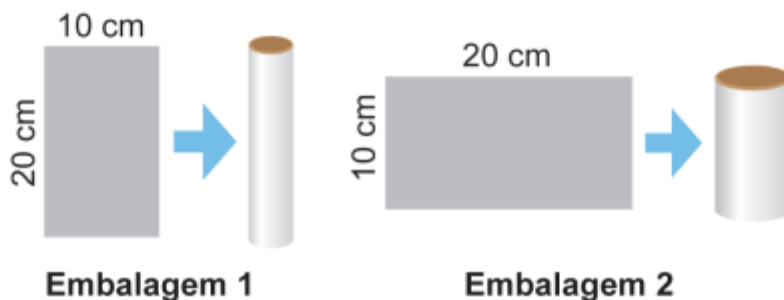
$$V_t = 5024\,cm^3$$

Comparação: o volume total do docinho maior dividido pelo o volume total de docinho menor

$$V_{total\,docinho\,maior} / V_{total\,do\,docinho\,menor}$$
$$5024 / 209,33333335 = 23,999999998\,cm^3$$

Será necessário ser preparada 24 porções da receita-base da massa, para atender esse cliente.

9) (ENEM 2024) Uma indústria faz uma parceria com uma distribuidora de sucos para lançar no mercado dois tipos de embalagens. Para a fabricação dessas embalagens, a indústria dispõe de folhas de alumínio retangulares, de dimensões 10 cm por 20 cm. Cada uma dessas folhas é utilizada para formar a superfície lateral da embalagem, em formato de cilindro circular reto, que posteriormente recebe fundo e tampa circulares. A figura ilustra, dependendo de qual das duas extensões será utilizada como altura, as duas opções para formar a possível embalagem.



Dentre essas duas embalagens, a de maior capacidade apresentará volume, em centímetro cúbico, igual a:

- a) 4000π
- b) 2000π
- c) $4\,000/\pi$
- d) $1000/\pi$
- e) $500/\pi$

Achar o raio pelo comprimento da circunferência

1º cilindro

$$C = 2 * \pi * r$$



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

$$10 = 2 * \pi * r$$

$$\frac{10}{2\pi} = r$$

$$r = \frac{5}{\pi} cm$$

Agora substituímos na fórmula do volume

$$V = \pi * r^2 * h$$

$$V = \pi * \left(\frac{5}{\pi}\right)^2 * 20$$

$$V = \pi * \left(\frac{25}{\pi * \pi}\right) * 20$$

$$V = \frac{25}{\pi} * 20$$

$$V = \frac{500}{\pi} cm^3$$

2º cilindro

$$C = 2 * \pi * r$$

$$20 = 2 * \pi * r$$

$$\frac{20}{2\pi} = r$$

$$r = \frac{10}{\pi} cm$$

Agora substituímos na fórmula do volume

$$V = \pi * r^2 * h$$

$$V = \pi * \left(\frac{10}{\pi}\right)^2 * 10$$

$$V = \pi * \left(\frac{100}{\pi * \pi}\right) * 10$$

$$V = \frac{100}{\pi} * 10$$

$$V = \frac{1000}{\pi} cm^3$$

Comparando o volume dos cilindro

$$1^\circ V = \frac{500}{\pi} cm^3 \qquad 2^\circ V = \frac{1000}{\pi} cm^3$$

O maior volume é $V = \frac{1000}{\pi} cm^3$, letra d.

10) A geratriz de um cone equilátero mede 20 cm. Determine sua área lateral e seu volume.

$$g = 20 cm$$

$$g = 2r$$



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

$$2r = 20$$

$$r = 10cm$$

$$g^2 = h^2 + r^2$$

$$20^2 = h^2 + 10^2$$

$$400 = h^2 + 100$$

$$h^2 = 300$$

$$h \approx 17,32cm$$

$$A_L = \pi r g$$

$$A_L = \pi * 10 * 20$$

$$A_L = 200\pi cm^2$$

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$V = \frac{1}{3}\pi(10)^2 * 17,32$$

$$V = 577,33\pi cm^3$$

Sistematização/Fechamento da Aula:

Os alunos, ao finalizar o trabalho, deverão entregar para a professora, que realizará a correção, verificando se a aprendizagem ocorreu em relação aos conteúdos estudados e quais as dificuldades enfrentadas pelos alunos.

8. Avaliação

Os alunos serão avaliados através de seu desempenho no trabalho. Esse trabalho terá peso 3,0 e será avaliado todo o desenvolvimento das questões.

9. Bibliografias

ANDRADE, Thais Marcelle de. **Matemática interligada: geometria espacial e plana**. 1. ed. São Paulo: Schipione, 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular: educação é a base**. Brasília, 2017.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Do seu jeito: Matemática: área de Matemática e suas Tecnologias**: volume 2: Ensino médio. 1. ed. São Paulo: Ática, 2024.

IEZZI, Gelson; DEGENSZAJN, David; TAMARI, Marcio; PASMANIK, Guilherme. **Identidade Saraiva: Matemática: área de Matemática e suas**



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

Tecnologias: volume 2: Ensino médio. 1. ed. São Paulo: Saraiva, 2024.

10. Observações

Os alunos desenvolveram o trabalho dentro do tempo estimado, não houve nenhuma indisciplina e nem tentativa de colar. Na correção observou-se que os alunos aprenderam o conteúdo, porque apenas duas duplas tiveram notas inferiores à média. Além disso, muitos alunos apresentaram dificuldades em desenvolver a questão de número 9 e os erros apresentados foram diversos. Muitas duplas consideraram que os retângulos apresentados eram as figuras de rotação para formar o cilindro, atribuindo o valor incorreto para o raio. Os alunos fizeram essa associação incorretamente, por falta de atenção ou interpretação do texto, que descrevia que os retângulos apresentados formavam a área lateral dos cilindros.

Gabriela Knob Cabral

Aluna – Estagiária

Julhane Alice Thomas Schulz

Supervisora – Parte Concedente

Elizangela Weber

Professora Orientadora – Entidade Educacional

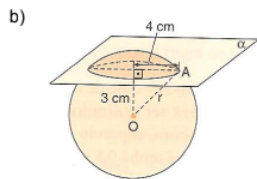
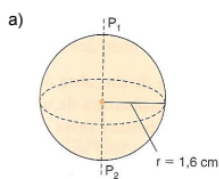
Apêndice I: Trabalho Avaliativo de Matemática

Nome: _____

Data: 16/10/2025

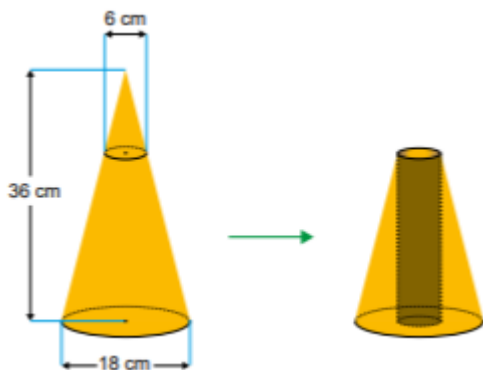
1. A área lateral de um tronco de cone vale $560\pi\text{cm}^2$. O raio da base maior e a geratriz têm as medidas iguais. O raio da base menor vale 8 cm e a altura do tronco mede 16 cm. Determine a geratriz.

2. Calcule a área e o volume de cada uma das esferas cujas medidas estão indicadas abaixo.



3. Um estojo com formato cilíndrico tem base com 8 cm de medida de comprimento do diâmetro e 15 cm de medida de comprimento da altura. Quantos centímetros quadrados de material são necessários, aproximadamente, para fabricar esse estojo? (Considere $\pi \approx 3,14$.)

4. (ENEM 2023) Um artista plástico esculpe uma escultura a partir de um bloco de madeira de lei, em etapas. Inicialmente, esculpe um cone reto com 36 cm de altura e diâmetro da base medindo 18 cm. Em seguida, remove desse cone um cone menor, cujo diâmetro da base mede 6 cm, obtendo, assim, um tronco de cone, conforme ilustrado na figura.



Em seguida, perfura esse tronco de cone, removendo um cilindro reto, de diâmetro 6 cm, cujo eixo de simetria é o mesmo do cone original. Dessa forma, ao final, a escultura tem a forma de um tronco de cone com uma perfuração cilíndrica de base a base.

O tipo de madeira utilizada para produzir essa escultura tem massa igual a 0,6 g por centímetro cúbico de volume. Utilize 3 como aproximação para π . Qual é a massa, em grama, dessa escultura?

- a) 1.198,8
- b) 1.296,0
- c) 1.360,8
- d) 4.665,6
- e) 4.860,0

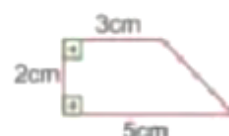
5. (UF-AM) Se triplicarmos o raio de uma esfera, seu volume:

- a. aumenta 3 vezes
- b. aumenta 6 vezes
- c. aumenta 9 vezes
- d. aumenta 12 vezes
- e. aumenta 27 vezes

6. (Fatec) A altura de um cone circular reto mede o triplo da medida do raio da base. Se o comprimento da circunferência dessa base é $8\pi\text{cm}$, então o volume do cone, em centímetros cúbicos é:

- a. 64π
- b. 48π
- c. 32π
- d. 16π
- e. 8π

7. Indicar o sólido gerado ao rotacionar (360°) o trapézio retângulo da figura, em torno do lado de menor medida, e calcular o volume do sólido gerado.

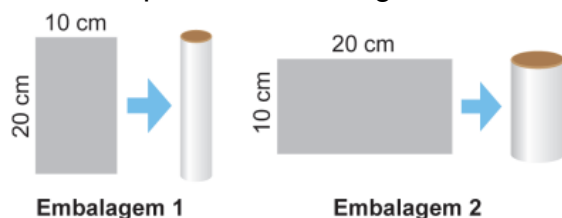


8. (ENEM- 2022) Uma cozinheira produz docinhos especiais por encomenda. Usando uma receita-base de massa, ela prepara uma porção, com a qual produz 50 docinhos maciços de formato esférico, com 2 cm de diâmetro. Um cliente encomenda 150 desses docinhos, mas pede que cada um tenha formato esférico com 4 cm de diâmetro. A cozinheira pretende preparar o número exato de porções da receita-base de massa necessário para produzir os docinhos dessa encomenda.

Quantas porções da receita-base de massa ela deve preparar para atender esse cliente?

- a) 2
- b) 3
- c) 6
- d) 12
- e) 24

9. (ENEM 2024) Uma indústria faz uma parceria com uma distribuidora de sucos para lançar no mercado dois tipos de embalagens. Para a fabricação dessas embalagens, a indústria dispõe de folhas de alumínio retangulares, de dimensões 10 cm por 20 cm. Cada uma dessas folhas é utilizada para formar a superfície lateral da embalagem, em formato de cilindro circular reto, que posteriormente recebe fundo e tampa circulares. A figura ilustra, dependendo de qual das duas extensões será utilizada como altura, as duas opções para formar a possível embalagem.



Dentre essas duas embalagens, a de maior capacidade apresentará volume, em centímetro cúbico, igual a:

- a) 4000π
- b) 2000π
- c) $4000/\pi$
- d) $1000/\pi$
- e) $500/\pi$

10. A geratriz de um cone equilátero mede 20 cm. Determine sua área lateral e seu volume.



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

Plano de Aula Semanal nº 8

Acadêmica: Gabriela Knob Cabral

Professora Orientadora: Elizangela Weber

Unidade Concedente: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha- Campus Santa Rosa

Estágio – Turma/Nº de alunos: 2º ano EDI T15/ 32 alunos

Professor(a) Regente da Classe: Julhane Alice Thomas Schulz

Nº de Períodos semanal/ Tempo de cada período: 3 períodos/ 50 minutos

Data/Horário: 23/10/2025 / 9h10 -11h55

1 .Tema/Assunto:

Geometria Espacial: Corpos Redondos

2. Objetos de Conhecimento:

Cilindro, Cone, Tronco de Cone e Esfera

3. Habilidades relativas a BNCC:

(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

(EM13MAT509) Investigar a deformação de ângulos e áreas provocada pelas diferentes projeções usadas em cartografia (como a cilíndrica e a cônica), com ou sem suporte de tecnologia digital.

4 . Objetivos

- Avaliar o conhecimento construído sobre os conceitos de corpos redondos por meio de uma avaliação quantitativa.

5. Metodologia

Método avaliativo e análise de erros

6. Recursos

Materiais de uso comum: folha, caderno, lápis, calculadora, etc.

7. Desenvolvimento

Incentivação (30 minutos):

Neste momento, a professora irá dar o retorno do trabalho realizado na aula anterior, devolvendo-o corrigido, e fará a correção no quadro, das questões em que os alunos tiverem dúvidas. Após a correção do trabalho, a professora organizará os



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

alunos para a prova. A professora irá reforçar que os alunos devem fazer a prova individualmente, sem consultar caderno, celulares ou outros materiais.

Desenvolvimento da aula:

1º momento (120 minutos):

Com os alunos já organizados, a professora entregará as provas impressas, na sala serão distribuídas duas avaliações diferentes (Apêndice I). Com o intuito que os alunos não colem de seus colegas, a professora explicará que as questões devem ter a resolução para que sejam corrigidas. Além disso, os alunos receberão um formulário com as principais fórmulas dos sólidos estudados (Apêndice II).

1) (U.F.Ouro Preto – MG) É possível derreter 1000 docinhos em forma de esferas com 2 cm de diâmetro numa panela de raio da base 10 cm e altura 15 cm?

Esfera:

1.000

$r=1\text{cm}$

Cilindro:

$r=10\text{cm}$

$h=15\text{cm}$

$$V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3} \pi * (1)^3$$

$$V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3} \pi \text{cm}^3$$

$$V_{\text{docinhos}} = 1.000 * \frac{4}{3} \pi$$

$$V_{\text{docinhos}} = 1.333,33 \pi \text{cm}^3$$

$$V_{\text{cilindro}} = \pi r^2 h$$

$$V_{\text{cilindro}} = \pi * (10)^2 * 15$$

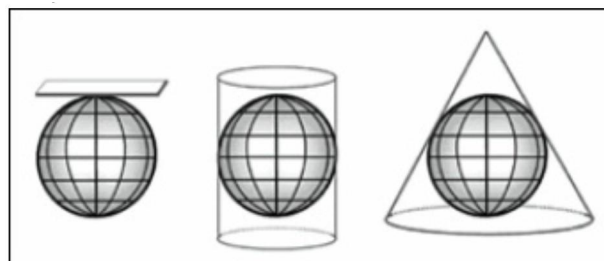
$$V_{\text{cilindro}} = \pi * 100 * 15$$

$$V_{\text{cilindro}} = 1.500 \pi \text{cm}^3$$

Sim, é possível derreter 1.000 docinhos dessa dimensão nesta panela, porque o volume dos docinhos é menor que o volume da panela.

2) (UEG-2017) Observe a figura a seguir.

Os tipos de projeções cartográficas representados na figura são, respectivamente:





MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

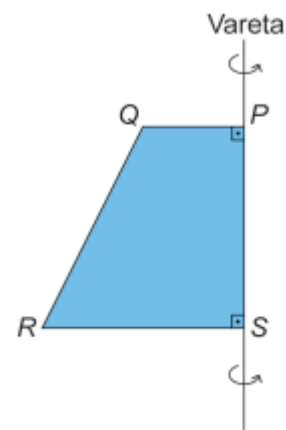
- a) cilíndrica, azimutal e cônica
- b) azimutal, cilíndrica e cônica
- c) cônica, azimutal e cilíndrica
- d) azimutal, cônica e cilíndrica
- e) cilíndrica, cônica e azimutal

A alternativa correta é a letra b.

3) (ENEM 2024) Para obter um sólido de revolução (rotação de 360° em torno de um eixo fixo), uma professora realizou as seguintes etapas:

- recortou o trapézio retângulo PQRS de um material rígido;
- afixou o lado PS do trapézio em uma vareta fixa retilínea (eixo de rotação);
- girou o trapézio 360° em torno da vareta e obteve um sólido de revolução.

Observe a figura que apresenta o trapézio afixado na vareta e o sentido de giro.



O sólido obtido foi um(a)

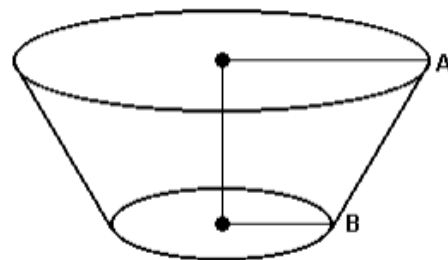
- a) cone
- b) cilindro
- c) pirâmide
- d) tronco de cone
- e) tronco de pirâmide

A alternativa correta é a letra d.

4) (Ufg) A figura a seguir representa um tronco de cone, cujas bases são círculos de raios de 5cm e 10cm, respectivamente, e altura 12cm.

Considerando-se esse sólido, marque V para verdadeiro e F para falso.

- () a área da base maior é o dobro da área da base menor.
- () o volume é menor que 2000cm^3 .
- () o comprimento da geratriz AB é 13cm.
- () a medida da área da superfície lateral é $195\pi\text{cm}^2$.



R=10cm

r=5cm



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

$$h=12\text{cm}$$

$$A_B = \pi R^2$$

$$A_B = \pi * (10)^2$$

$$A_B = 100\pi\text{cm}^2$$

$$A_b = \pi r^2$$

$$A_b = \pi * (5)^2$$

$$A_b = 25\pi\text{cm}^2$$

A área da base maior é 4 vezes maior que a área da base menor.

$$V = \frac{\pi h}{3} * (R^2 + Rr + r^2)$$

$$V = \frac{\pi * 12}{3} * ((10)^2 + 10 * 5 + (5)^2)$$

$$V = 4\pi * (100 + 50 + 25)$$

$$V = 4\pi * 175$$

$$V = 700\pi\text{cm}^3$$

$$V = 2.198\text{cm}^3$$

O volume é maior que 2.000cm³.

$$g^2 = h^2 + (R - r)^2$$

$$g^2 = (12)^2 + (10 - 5)^2$$

$$g^2 = 144 + 25$$

$$g^2 = 169$$

$$g = \sqrt{169} = 13\text{cm}$$

O comprimento da geratriz é 13cm.

$$A_L = \pi g * (R + r)$$

$$A_L = \pi * 13 * (10 + 5)$$

$$A_L = \pi * 13 * 15$$

$$A_L = 195\pi\text{cm}^2$$

A área lateral é 195πcm².

Sendo assim, os alunos deverão marcar a seguinte ordem: F, F, V, V.

5) (ENEM-2014) Para fazer um pião, brinquedo muito apreciado pelas crianças, um artesão utilizará o torno mecânico para trabalhar num



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

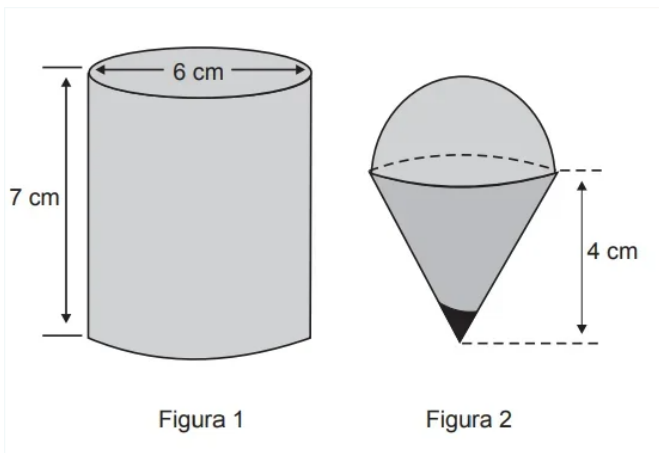
INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central - Santa Rosa/RS - CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

pedaço de madeira em formato de cilindro reto, cujas medidas do diâmetro e da altura estão ilustradas na Figura 1. A parte de cima desse pião será uma semiesfera, e a parte de baixo, um cone com altura 4 cm, conforme Figura 2. O vértice do cone deverá coincidir com o centro da base do cilindro.



O artesão deseja fazer um pião com a maior altura que esse pedaço de madeira possa proporcionar e de modo a minimizar a quantidade de madeira a ser descartada.

Dados:

O volume de uma esfera de raio r é $4 \cdot \pi \cdot r^3/3$;

O volume do cilindro de altura h e área da base S é $S \cdot h$;

O volume do cone de altura h e área da base S é $1/3 \cdot S \cdot h$;

Por simplicidade, aproxime π para 3.

A quantidade de madeira descartada, em centímetros cúbicos, é

- A) 45
- B) 48
- C) 72
- D) 90
- E) 99

O artesão tem um cilindro de madeira e quer fazer um pião com:

Topo: semiesfera

Base: cone de altura 4 cm

O vértice do cone coincide com o centro da base do cilindro.

Ele quer maximizar a altura do pião e minimizar a madeira descartada.
Precisamos calcular quanto de madeira será descartado.

Volume de madeira descartada = volume total do cilindro - volume total do pião

Volume do cilindro:



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

Diâmetro = 6 cm, raio $r = 3$ cm

Altura = 7cm

$$V = A_b * h$$

$$V = \pi * r^2 * h$$

$$V = 3 * 3^2 * 7$$

$$V = 3 * 9 * 7$$

$$V = 189cm^3$$

O pião tem três partes:

Semiesfera no topo

Cone na base

Volume do pião:

Raio do pião = raio do cilindro $\rightarrow r = 3$ cm

Altura do cone $\rightarrow h = 4$ cm

Altura da semiesfera $\rightarrow$ raio = 3 cm

Volume da esfera:

$$V = \frac{4}{3}\pi^3$$

$$V = \frac{4}{3} * 3 * 3^3$$

$$V = \frac{4}{3} * 3 * 27$$

$$V = 108 cm^3$$

Volume da semiesfera:

$$V = \frac{\text{volume esfera}}{2}$$

$$V = \frac{108}{2}$$

$$V = 54 cm^3$$

Volume do cone:

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$V = \frac{1}{3} * 3 * 3^2 * 4$$

$$V = 9 * 4$$

$$V = 36 cm^3$$

Volume total do peão = cone + semiesfera

$$V = 36 + 54$$

$$V = 90 cm^3$$



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

Volume de madeira descartada = volume total do cilindro - volume total do pião

$$V = 189 - 90$$

$$V = 99 \text{ cm}^3$$

Letra E

6) Uma fábrica de perfumes confecciona frascos no formato de um cone com altura h e raio r . Para melhorar as suas vendas, essa fábrica decidiu aprimorar o design dos frascos criando recipientes no formato de cilindro com altura h e raio r . Desse modo, sobre o volume do novo frasco, podemos afirmar que ele tem:

- a) a metade do volume do frasco cônico
- b) o dobro do volume do frasco cônico
- c) um terço do volume do frasco cônico
- d) o triplo do volume do frasco cônico
- e) o mesmo volume que o frasco cônico

Resolução:

Retirando os dados:

Cone de altura h e raio r

Cilindro com altura h e raio r

Quando um cone e um cilindro tem mesma altura e mesma área da base, o volume do cilindro é 3 vezes maior que o volume do cone, portanto a alternativa correta é letra d.

7) (UEL) Um cone circular reto tem altura de 8cm e raio da base medindo 6cm. Qual é, em centímetros quadrados, sua área lateral?

- a) 20π
- b) 30π
- c) 40π
- d) 50π
- e) 60π

Retirando os dados:

Altura do cone: $h = 8 \text{ cm}$

Raio da base: $r = 6 \text{ cm}$

Fórmula da área lateral do cone:

$$A_L = \pi r g$$

Calcular a geratriz (pitágoras):



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

$$g^2 = r^2 + h^2$$

$$g^2 = 6^2 + 8^2$$

$$g^2 = 36 + 64$$

$$g^2 = \sqrt{100}$$

$$g = 10 \text{ cm}$$

Calcular a área lateral:

$$A_L = \pi r g$$

$$A_L = \pi * 6 * 10$$

$$A_L = 60\pi \text{ cm}^2$$

8) Um plano, distante 18 cm do centro de uma esfera, determina nela um círculo cuja área é igual a $576\pi \text{ cm}^2$. Determine a área da superfície e o volume da esfera.

Retirando os dados:

Distância do plano ao centro da esfera: $d = 18 \text{ cm}$

Área do círculo formado na secção: $A_{\text{círculo}} = 576\pi \text{ cm}^2$

Queremos encontrar a área da superfície da esfera e volume da esfera

Primeiro precisamos encontrar o raio do círculo da secção

Área do círculo: $A_{\text{círculo}} = \pi r_{\text{corte}}^2$

Substituindo a $A_{\text{círculo}} = 576\pi \text{ cm}^2$

$$A_{\text{círculo}} = \pi r_{\text{corte}}^2$$

$$576\pi = \pi r_{\text{corte}}^2$$

Dividir ambos os lados por π

$$576\pi = \pi r_{\text{corte}}^2 / (\pi)$$

$$576 = r_{\text{corte}}^2$$

Tirando a raiz quadrada

$$576 = r_{\text{corte}}^2$$

$$\sqrt{r_{\text{corte}}^2} = \sqrt{576}$$



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

$$r_{\text{corte}} = 24\text{cm}$$

Relacionando com o raio da esfera (seja R, o raio da esfera) temos um triângulo retângulo:

Hipotenusa = R

Um cateto (distância do plano ao centro): $d = 18\text{ cm}$

outro cateto (raio do círculo da secção): $r_{\text{corte}} = 24\text{ cm}$

Pela relação de pitagórica:

$$R^2 = r_{\text{corte}}^2 + d^2$$

$$R^2 = 24^2 + 18^2$$

$$R^2 = 576 + 324$$

$$R^2 = 900$$

$$R = \sqrt{900}$$

$$R = 30\text{ cm}$$

Calcular a área da superfície da esfera

$$A = 4\pi R^2$$

$$A = 4 * \pi * 30^2$$

$$A = 4 * \pi * 900$$

$$A = 3600\pi\text{cm}^2$$

Calcular o volume da esfera

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$V = \frac{4}{3} * \pi * 30^3$$

$$V = \frac{4}{3} * \pi * 27000$$

$$V = \frac{108000}{3} * \pi$$

$$V = 36000\pi\text{cm}^3$$

9) Calcule a área da superfície total de um cilindro equilátero, sabendo que seu volume é igual a $250\pi\text{ cm}^3$.

Retirando os dados:

$$V = 250\pi\text{cm}^3$$

Cilindro equilátero $\rightarrow h = 2r$

Descobrir o raio e a altura a partir do volume e calcular a área total.

$$V = \pi * r^2 * h$$

$$250\pi = \pi * r^2 * 2r$$

$$250\pi = 2r^3 * \pi$$



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

$$r^3 = \frac{250\pi}{2\pi}$$

$$r^3 = 125$$

$$r = 5cm$$

$$h = 10cm$$

$$A_L = 2\pi r * h$$

$$A_L = 2 * \pi * 5 * 10$$

$$A_L = 100\pi cm^2$$

$$A_B = \pi r^2$$

$$A_B = \pi * (5)^2$$

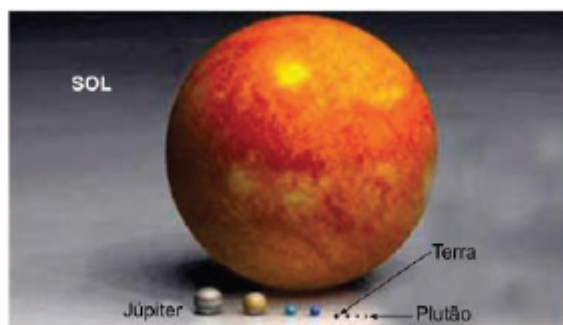
$$A_B = 25\pi cm^2$$

$$A_T = A_L + 2 * A_B$$

$$A_T = 100\pi cm^2 + 2 * 25\pi cm^2$$

$$A_T = 150\pi cm^2$$

10) (Ficsae-SP) Em uma palestra, um cientista ilustrou comparativamente o tamanho dos planetas do sistema solar com auxílio da foto a seguir.



(www.colegioweb.com.br)

No entanto, o cientista disse que essa foto dificulta a percepção correta da diferença de tamanho entre os planetas. Para ilustrar o que dizia, ele pediu para a plateia considerar que todos os planetas são esféricos e que o tamanho do raio do planeta Júpiter é 11 vezes o tamanho do raio do planeta Terra. Em seguida, lançou a seguinte pergunta: se associarmos o planeta Terra a uma bola de futebol, o planeta Júpiter deverá ser associado, aproximadamente, a quantas dessas bolas? A resposta correta para a pergunta do palestrante é:

a) 1.728

b) 121

c) 33



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

- d) 22
e) 1 331

Retirando os dados:

$$\text{Raio}_{\text{Júpiter}} = 11 * \text{Raio}_{\text{Terra}}$$

Calcula-se o volume da Terra e o volume de Júpiter e faz-se uma comparação entre os dois para chegar a resposta.

Se utilizar r como medida do raio da Terra, o volume será:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

Então o volume de Júpiter será:

$$V = \frac{4}{3}\pi * (11r)^3$$

$$V = \frac{4}{3}\pi * 1331r^3$$

$$V = 1331 * \left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)$$

Ao colocar em evidência fica visível que o volume de Júpiter é 1331 vezes maior que o volume da Terra, portanto a alternativa correta é a letra e.



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

1) (U.F.Ouro Preto – MG) É possível derreter 1000 docinhos em forma de esferas com 4 cm de diâmetro numa panela de raio da base 20 cm e altura 15 cm?

Esfera:

1.000

$r=2\text{cm}$

Cilindro:

$r=20\text{cm}$

$h=15\text{cm}$

$$V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3} \pi * (2)^3$$

$$V_{\text{esfera}} = \frac{32}{3} \pi \text{cm}^3$$

$$V_{\text{docinhos}} = 1.000 * \frac{32}{3} \pi$$

$$V_{\text{docinhos}} = 10.666,66 \pi \text{cm}^3$$

$$V_{\text{cilindro}} = \pi r^2 h$$

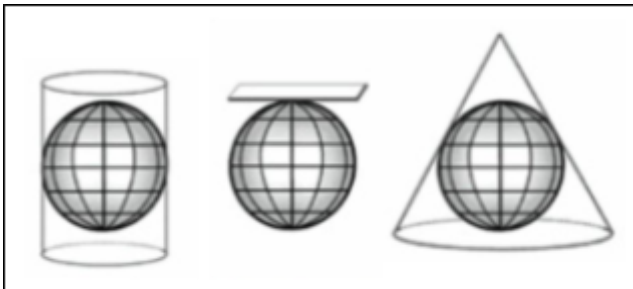
$$V_{\text{cilindro}} = \pi * (20)^2 * 15$$

$$V_{\text{cilindro}} = \pi * 400 * 15$$

$$V_{\text{cilindro}} = 6.000 \pi \text{cm}^3$$

Não, não é possível derreter 1.000 docinhos dessa dimensão nesta panela, porque o volume dos docinhos é maior que o volume da panela.

2) (UEG-2017) Observe a figura a seguir.



Os tipos de projeções cartográficas representados na figura são, respectivamente:

- a) cilíndrica, azimutal e cônica
- b) azimutal, cilíndrica e cônica



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

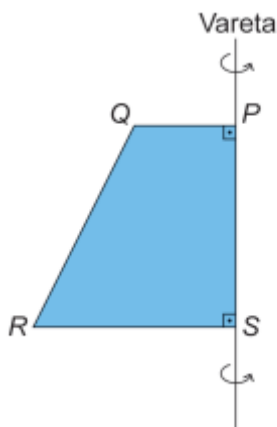
Fone: (55) 2013 0200

- c) cônica, azimutal e cilíndrica
- d) azimutal, cônica e cilíndrica
- e) cilíndrica, cônica e azimutal

A alternativa correta é a letra a.

3) (ENEM 2024) Para obter um sólido de revolução (rotação de 360° em torno de um eixo fixo), uma professora realizou as seguintes etapas:

- recortou o trapézio retângulo PQRS de um material rígido;
 - afixou o lado PS do trapézio em uma vareta fixa retilínea (eixo de rotação);
 - girou o trapézio 360° em torno da vareta e obteve um sólido de revolução.
- Observe a figura que apresenta o trapézio afixado na vareta e o sentido de giro.



O sólido obtido foi um(a)

- a) cone
- b) cilindro
- c) pirâmide
- d) tronco de cone
- e) tronco de pirâmide

A alternativa correta é a letra d.

4) (Ufg) A figura a seguir representa um tronco de cone, cujas bases são círculos de raios de 5cm e 10cm, respectivamente, e altura 12cm.



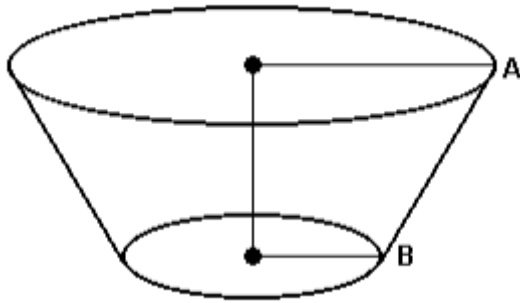
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200



Considerando-se esse sólido, marque V para verdadeiro e F para falso.

- () a área da base maior é o dobro da área da base menor.
- () o volume é maior que 2000cm^3 .
- () o comprimento da geratriz AB é 16cm.
- () a medida da área da superfície lateral é $195\pi\text{cm}^2$.

$$R=10\text{cm}$$

$$r=5\text{cm}$$

$$h=12\text{cm}$$

$$A_B = \pi R^2$$

$$A_B = \pi * (10)^2$$

$$A_B = 100\pi\text{cm}^2$$

$$A_b = \pi r^2$$

$$A_b = \pi * (5)^2$$

$$A_b = 25\pi\text{cm}^2$$

A área da base maior é 4 vezes maior que a área da base menor.

$$V = \frac{\pi h}{3} * (R^2 + Rr + r^2)$$

$$V = \frac{\pi * 12}{3} * ((10)^2 + 10 * 5 + (5)^2)$$

$$V = 4\pi * (100 + 50 + 25)$$

$$V = 4\pi * 175$$

$$V = 700\pi\text{cm}^3$$

$$V = 2.198\text{cm}^3$$

O volume é maior que 2.000cm^3 .



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central - Santa Rosa/RS - CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

$$\begin{aligned}g^2 &= h^2 + (R - r)^2 \\g^2 &= (12)^2 + (10 - 5)^2 \\g^2 &= 144 + 25 \\g^2 &= 169 \\g &= \sqrt{169} \\g &= 13\text{cm}\end{aligned}$$

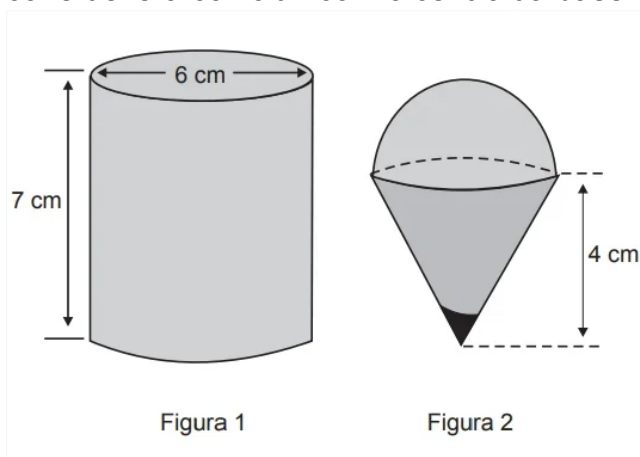
O comprimento da geratriz é 13cm.

$$\begin{aligned}A_L &= \pi g * (R + r) \\A_L &= \pi * 13 * (10 + 5) \\A_L &= \pi * 13 * 15 \\A_L &= 195\pi\text{cm}^2\end{aligned}$$

A área lateral é $195\pi\text{cm}^2$.

Sendo assim, os alunos deverão marcar a seguinte ordem: F, V, F, V.

5) (ENEM-2014) Para fazer um pião, brinquedo muito apreciado pelas crianças, um artesão utilizará o torno mecânico para trabalhar num pedaço de madeira em formato de cilindro reto, cujas medidas do diâmetro e da altura estão ilustradas na Figura 1. A parte de cima desse pião será uma semiesfera, e a parte de baixo, um cone com altura 4 cm, conforme Figura 2. O vértice do cone deverá coincidir com o centro da base do cilindro.



O artesão deseja fazer um pião com a maior altura que esse pedaço de madeira possa proporcionar e de modo a minimizar a quantidade de madeira a ser descartada.

Dados:



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

O volume de uma esfera de raio r é $4 \cdot \pi \cdot r^3/3$;

O volume do cilindro de altura h e área da base S é $S \cdot h$;

O volume do cone de altura h e área da base S é $1/3 \cdot S \cdot h$;

Por simplicidade, aproxime π para 3.

A quantidade de madeira descartada, em centímetros cúbicos, é

- A) 48
- B) 72
- C) 90
- D) 99
- E) 109

O artesão tem um cilindro de madeira e quer fazer um pião com:

Topo: semiesfera

Base: cone de altura 4 cm

O vértice do cone coincide com o centro da base do cilindro.

Ele quer maximizar a altura do pião e minimizar a madeira descartada.

Precisamos calcular quanto de madeira será descartado.

Volume de madeira descartada = volume total do cilindro - volume total do pião

Volume do cilindro:

Diâmetro = 6 cm, raio $r = 3$ cm

Altura = 7cm

$$V = A_b \cdot h$$

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$V = 3 \cdot 3^2 \cdot 7$$

$$V = 3 \cdot 9 \cdot 7$$

$$V = 189 \text{ cm}^3$$

O pião tem três partes:

Semiesfera no topo

Cone na base

Volume do pião:

Raio do pião = raio do cilindro $\rightarrow r = 3$ cm

Altura do cone $\rightarrow h = 4$ cm

Altura da semiesfera $\rightarrow$ raio = 3 cm

Volume da esfera:

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

$$V = \frac{4}{3} * 3 * 3^3$$

$$V = \frac{4}{3} * 3 * 27$$

$$V = 108 \text{ cm}^3$$

Volume da semiesfera:

$$V = \frac{\text{volume esfera}}{2}$$

$$V = \frac{108}{2}$$

$$V = 54 \text{ cm}^3$$

Volume do cone:

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$V = \frac{1}{3} * 3 * 3^2 * 4$$

$$V = 9 * 4$$

$$V = 36 \text{ cm}^3$$

Volume total do peão = cone + semiesfera

$$V = 36 + 54$$

$$V = 90 \text{ cm}^3$$

Volume de madeira descartada = volume total do cilindro - volume total do pião

$$V = 189 - 90$$

$$V = 99 \text{ cm}^3$$

Letra E

6) Uma fábrica de perfumes confecciona frascos no formato de um cilindro com altura h e raio r . Para melhorar as suas vendas, essa fábrica decidiu aprimorar o design dos frascos criando recipientes no formato de cone com altura h e raio r . Desse modo, sobre o volume do novo frasco, podemos afirmar que ele tem:

- a) a metade do volume do frasco cilíndrico
- b) o dobro do volume do frasco cilíndrico
- c) um terço do volume do frasco cilíndrico
- d) o triplo do volume do frasco cilíndrico
- e) o mesmo volume que o frasco cilíndrico

Resolução:

Retirando os dados:



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

Cone de altura h e raio r

Cilindro com altura h e raio r

Quando um cone e um cilindro tem mesma altura e mesma área da base, o volume do cone é $\frac{1}{3}$ do volume do cilindro, portanto a alternativa correta é letra c.

7) (UEL) Um cone circular reto tem altura de 3cm e raio da base medindo 4cm. Qual é, em centímetros quadrados, sua área lateral?

- a) 20π
- b) 30π
- c) 40π
- d) 50π
- e) 60π

Retirando os dados:

Altura do cone: $h = 3 \text{ cm}$

Raio da base: $r = 4 \text{ cm}$

Fórmula da área lateral do cone:

$$A_L = \pi r g$$

Calcular a geratriz (pitágoras):

$$g^2 = r^2 + h^2$$

$$g^2 = 4^2 + 3^2$$

$$g^2 = 16 + 9$$

$$g^2 = \sqrt{25}$$

$$g = 5 \text{ cm}$$

Calcular a área lateral:

$$A_L = \pi r g$$

$$A_L = \pi * 4 * 5$$

$$A_L = 20\pi \text{ cm}^2$$

8) Um plano, distante 18 cm do centro de uma esfera, determina nela um círculo cuja área é igual a $576\pi \text{ cm}^2$. Determine a área da superfície e o volume da esfera.

Retirando os dados:

Distância do plano ao centro da esfera: $d = 18 \text{ cm}$



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

Área do círculo formado na secção: $A_{\text{círculo}} = 576\pi \text{ cm}^2$

Queremos encontrar a área da superfície da esfera e volume da esfera

Primeiro precisamos encontrar o raio do círculo da secção

Área do círculo: $A_{\text{círculo}} = \pi r_{\text{corte}}^2$

Substituindo a $A_{\text{círculo}} = 576\pi \text{ cm}^2$

$$A_{\text{círculo}} = \pi r_{\text{corte}}^2$$

$$576\pi = \pi r_{\text{corte}}^2$$

Dividir ambos os lados por π

$$576\pi = \pi r_{\text{corte}}^2 / (\pi)$$

$$576 = r_{\text{corte}}^2$$

Tirando a raiz quadrada

$$576 = r_{\text{corte}}^2$$

$$\sqrt{r_{\text{corte}}^2} = \sqrt{576}$$

$$r_{\text{corte}} = 24 \text{ cm}$$

Relacionando com o raio da esfera (seja R, o raio da esfera) temos um triângulo retângulo:

Hipotenusa = R

Um cateto (distância do plano ao centro): $d = 18 \text{ cm}$

outro cateto (raio do círculo da secção): $r_{\text{corte}} = 24 \text{ cm}$

Pela relação de pitagórica:

$$R^2 = r_{\text{corte}}^2 + d^2$$

$$R^2 = 24^2 + 18^2$$

$$R^2 = 576 + 324$$

$$R^2 = 900$$

$$R = \sqrt{900}$$

$$R = 30 \text{ cm}$$

Calcular a área da superfície da esfera

$$A = 4\pi R^2$$

$$A = 4 * \pi * 30^2$$

$$A = 4 * \pi * 900$$

$$A = 3600\pi \text{ cm}^2$$

Calcular o volume da esfera

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

$$V = \frac{4}{3} * \pi * 30^3$$

$$V = \frac{4}{3} * \pi * 27000$$

$$V = \frac{108000}{3} * \pi$$

$$V = 36000\pi \text{cm}^3$$

9) Calcule a área da superfície total de um cilindro equilátero, sabendo que seu volume é igual a $250\pi \text{ cm}^3$.

Retirando os dados:

$$V = 250\pi \text{cm}^3$$

Cilindro equilátero $\rightarrow h = 2r$

Descobrir o raio e a altura a partir do volume e calcular a área total.

$$V = \pi * r^2 * h$$

$$250\pi = \pi * r^2 * 2r$$

$$250\pi = 2r^3 * \pi$$

$$r^3 = \frac{250\pi}{2\pi}$$

$$r^3 = 125$$

$$r = 5\text{cm}$$

$$h = 10\text{cm}$$

$$A_L = 2\pi r * h$$

$$A_L = 2 * \pi * 5 * 10$$

$$A_L = 100\pi \text{cm}^2$$

$$A_B = \pi r^2$$

$$A_B = \pi * (5)^2$$

$$A_B = 25\pi \text{cm}^2$$

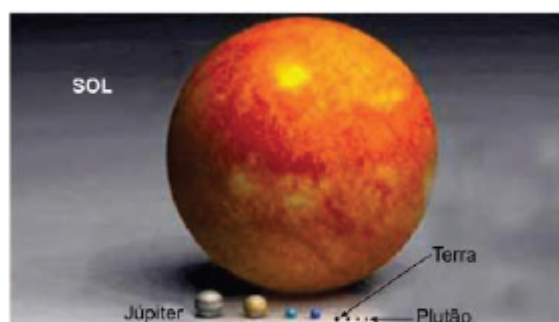
$$A_T = A_L + 2 * A_B$$

$$A_T = 100\pi \text{cm}^2 + 2 * 25\pi \text{cm}^2$$

$$A_T = 150\pi \text{cm}^2$$

10) (Ficsae-SP) Em uma palestra, um cientista ilustrou comparativamente o tamanho dos planetas do sistema solar com auxílio da foto a seguir.

No entanto, o cientista disse que essa foto dificulta a percepção correta da diferença de tamanho entre os planetas. Para ilustrar o





MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

que dizia, ele pediu para a plateia considerar que todos os planetas são esféricos e que o tamanho do raio do planeta Júpiter é 12 vezes o tamanho do raio do planeta Terra. Em seguida, lançou a seguinte pergunta: se associarmos o planeta Terra a uma bola de futebol, o planeta Júpiter deverá ser associado, aproximadamente, a quantas dessas bolas?

A resposta correta para a pergunta do palestrante é:

- a) 1.728
- b) 121
- c) 33
- d) 22
- e) 1 331

Retirando os dados:

$$\text{Raio}_{\text{Júpiter}} = 12 * \text{Raio}_{\text{Terra}}$$

Calcula-se o volume da Terra e o volume de Júpiter e faz-se uma comparação entre os dois para chegar a resposta.

Se utilizar r como medida do raio da Terra, o volume será:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

Então o volume de Júpiter será:

$$V = \frac{4}{3}\pi * (12r)^3$$

$$V = \frac{4}{3}\pi * 1728r^3$$

$$V = 1728 * \left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)$$

Ao colocar em evidência fica visível que o volume de Júpiter é 1728 vezes maior que o volume da Terra, portanto a alternativa correta é a letra a.

Sistematização/Fechamento da Aula:

Os alunos, ao finalizar a prova, deverão entregar para a professora, que realizará a correção, verificando se a aprendizagem ocorreu em relação aos conteúdos estudados e quais as dificuldades enfrentadas pelos alunos.

8. Avaliação

Os alunos serão avaliados através de seu desempenho na prova. Essa prova terá peso 5,0 e será avaliado o desenvolvimento das questões.

9. Bibliografias



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

ANDRADE, Thais Marcelle de. **Matemática interligada: geometria espacial e plana**. 1. ed. São Paulo: Schipione, 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**: educação é a base. Brasília, 2017.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Do seu jeito: Matemática: área de Matemática e suas Tecnologias**: volume 2: Ensino médio. 1. ed. São Paulo: Ática, 2024.

IEZZI, Gelson; DEGENSZAJN, David; TAMARI, Marcio; PASMNIK, Guilherme. **Identidade Saraiva: Matemática: área de Matemática e suas Tecnologias**: volume 2: Ensino médio. 1. ed. São Paulo: Saraiva, 2024.

10. Observações

Os alunos desenvolveram a prova dentro do tempo estimado e não houve nenhuma indisciplina. Combinamos que eles poderiam sair somente às 11h e antes desse horário já haviam 5 alunos prontos. Poucos alunos ficaram com notas abaixo da média, sendo notas próximas a ela. Uma aluna não desenvolveu 3 questões da prova, devido a dificuldade resultante do não comparecimento a três aulas com conteúdos. Essa aluna ficou com uma nota muito baixa, que prejudicará seu desempenho. Durante as correções, observou-se que alguns alunos utilizaram as fórmulas corretas, porém copiaram incorretamente do formulário, trocando uma multiplicação por uma adição ou esquecendo de alguma medida. Além disso, observou-se dificuldades com relação às operações, simplificações e operações com polinômios.

Gabriela Knob Cabral
Aluna – Estagiária

Julhane Alice Thomas Schulz
Supervisora – Parte Concedente

Elizangela Weber
Professora Orientadora – Entidade Educacional

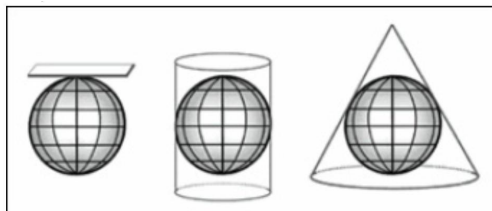
Apêndice I: Prova de Matemática

Nome: _____

Data: 23/10/2025

1) (U.F.Ouro Preto – MG) É possível derreter 1000 docinhos em forma de esferas com 2 cm de diâmetro numa panela de raio da base 10 cm e altura 15 cm?

2) (UEG-2017) Observe a figura a seguir.

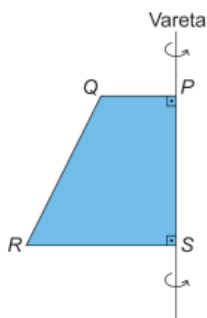


Os tipos de projeções cartográficas representados na figura são, respectivamente:

- a) cilíndrica, azimutal e cônica
- b) azimutal, cilíndrica e cônica
- c) cônica, azimutal e cilíndrica
- d) azimutal, cônica e cilíndrica
- e) cilíndrica, cônica e azimutal

3) (ENEM 2024) Para obter um sólido de revolução (rotação de 360° em torno de um eixo fixo), uma professora realizou as seguintes etapas:

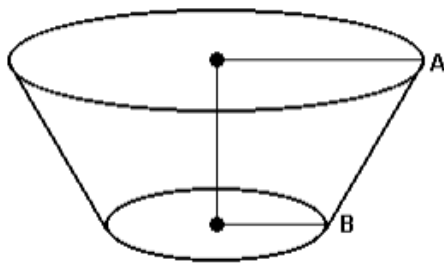
- recortou o trapézio retângulo PQRS de um material rígido;
 - afixou o lado PS do trapézio em uma vareta fixa retilínea (eixo de rotação);
 - girou o trapézio 360° em torno da vareta e obteve um sólido de revolução.
- Observe a figura que apresenta o trapézio afixado na vareta e o sentido de giro.



O sólido obtido foi um(a)

- a) cone
- b) cilindro
- c) pirâmide
- d) tronco de cone
- e) tronco de pirâmide

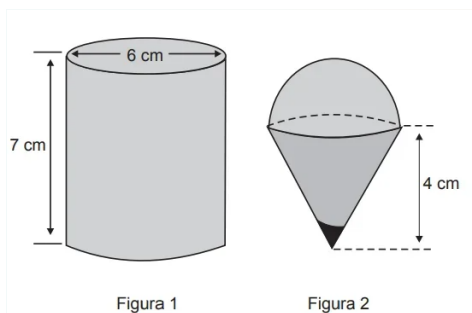
4) (Ufg) A figura a seguir representa um tronco de cone, cujas bases são círculos de raios de 5cm e 10cm, respectivamente, e altura 12cm.



Considerando-se esse sólido,

- () a área da base maior é o dobro da área da base menor.
- () o volume é menor que 2000cm^3 .
- () o comprimento da geratriz AB é 13cm.
- () a medida da área da superfície lateral é $195\pi\text{cm}^2$.

5) (ENEM-2014) Para fazer um pião, brinquedo muito apreciado pelas crianças, um artesão utilizará o torno mecânico para trabalhar num pedaço de madeira em formato de cilindro reto, cujas medidas do diâmetro e da altura estão ilustradas na Figura 1. A parte de cima desse pião será uma semiesfera, e a parte de baixo, um cone com altura 4 cm, conforme Figura 2. O vértice do cone deverá coincidir com o centro da base do cilindro.



O artesão deseja fazer um pião com a maior altura que esse pedaço de madeira possa proporcionar e de modo a minimizar a quantidade de madeira a ser descartada.

Dados:

O volume de uma esfera de raio r é $\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$;

O volume do cilindro de altura h e área da base S é $S \cdot h$;

O volume do cone de altura h e área da base S é $\frac{1}{3} \cdot S \cdot h$;

Por simplicidade, aproxime π para 3.

A quantidade de madeira descartada, em centímetros cúbicos, é

- A) 45
- B) 48
- C) 72
- D) 90
- E) 99

6) Uma fábrica de perfumes confecciona frascos no formato de um cone com altura h e raio r . Para melhorar as suas vendas, essa fábrica decidiu aprimorar o design dos frascos criando recipientes no formato de cilindro com altura h e raio r . Desse modo, sobre o volume do novo frasco, podemos afirmar que ele tem:

- a) a metade do volume do frasco cônico
- b) o dobro do volume do frasco cônico
- c) um terço do volume do frasco cônico
- d) o triplo do volume do frasco cônico

e) o mesmo volume que o frasco cônico

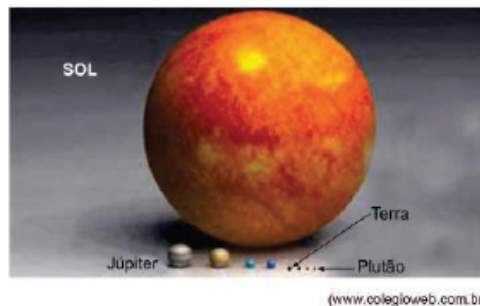
7) (UEL) Um cone circular reto tem altura de 8cm e raio da base medindo 6cm. Qual é, em centímetros quadrados, sua área lateral?

- a) 20π
- b) 30π
- c) 40π
- d) 50π
- e) 60π

8) Um plano, distante 18 cm do centro de uma esfera, determina nela um círculo cuja área é igual a $576\pi\text{cm}^2$. Determine a área da superfície e o volume da esfera.

9) Calcule a área da superfície total de um cilindro equilátero, sabendo que seu volume é igual a $250\pi\text{ cm}^3$.

10) (Ficsae-SP) Em uma palestra, um cientista ilustrou comparativamente o tamanho dos planetas do sistema solar com auxílio da foto a seguir.



No entanto, o cientista disse que essa foto dificulta a percepção correta da diferença de tamanho entre os planetas. Para ilustrar o que dizia, ele pediu para a plateia considerar que todos os planetas são esféricos e que o tamanho do raio do planeta Júpiter é 11 vezes o tamanho do raio do planeta Terra. Em seguida, lançou a seguinte pergunta: se associarmos o planeta Terra a uma bola de futebol, o planeta Júpiter deverá ser associado, aproximadamente, a quantas dessas bolas?

A resposta correta para a pergunta do palestrante é:

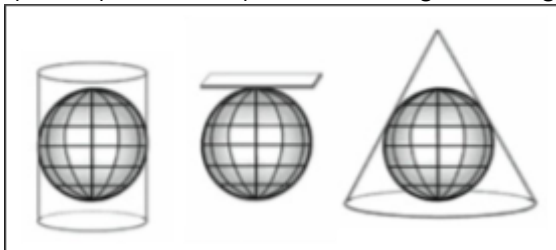
- a) 1.728
- b) 121
- c) 33
- d) 22
- e) 1 331

Nome: _____

Data: 23/10/2025

1) (U.F.Ouro Preto – MG) É possível derreter 1000 docinhos em forma de esferas com 4 cm de diâmetro numa panela de raio da base 20 cm e altura 15 cm?

2) (UEG-2017) Observe a figura a seguir.



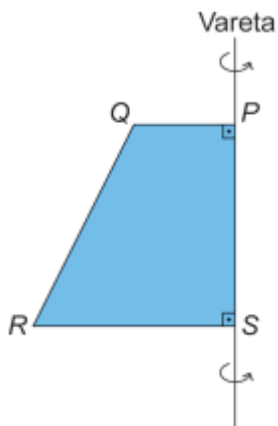
Os tipos de projeções cartográficas representados na figura são, respectivamente:

- a) cilíndrica, azimutal e cônica
- b) azimutal, cilíndrica e cônica
- c) cônica, azimutal e cilíndrica
- d) azimutal, cônica e cilíndrica
- e) cilíndrica, cônica e azimutal

3) (ENEM 2024) Para obter um sólido de revolução (rotação de 360° em torno de um eixo fixo), uma professora realizou as seguintes etapas:

- recortou o trapézio retângulo PQRS de um material rígido;
- afixou o lado PS do trapézio em uma vareta fixa retilínea (eixo de rotação);
- girou o trapézio 360° em torno da vareta e obteve um sólido de revolução.

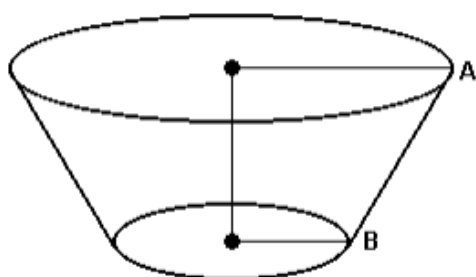
Observe a figura que apresenta o trapézio afixado na vareta e o sentido de giro.



O sólido obtido foi um(a):

- a) cone.
- b) cilindro
- c) pirâmide
- d) tronco de cone
- e) tronco de pirâmide

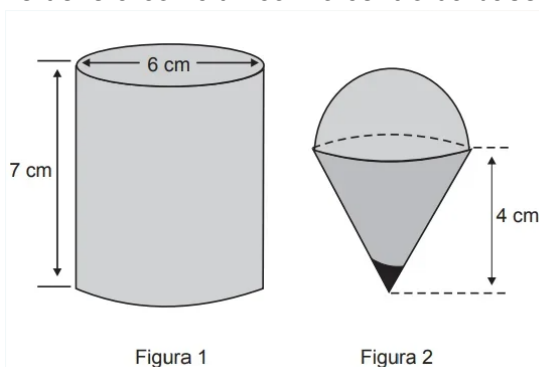
4) (Ufg) A figura a seguir representa um tronco de cone, cujas bases são círculos de raios de 5cm e 10cm, respectivamente, e altura 12cm.



Considerando-se esse sólido,

- () a área da base maior é o dobro da área da base menor.
- () o volume é maior que 2000cm^3 .
- () o comprimento da geratriz AB é 16cm.
- () a medida da área da superfície lateral é $195\pi\text{cm}^2$.

5) (ENEM-2014) Para fazer um pião, brinquedo muito apreciado pelas crianças, um artesão utilizará o torno mecânico para trabalhar num pedaço de madeira em formato de cilindro reto, cujas medidas do diâmetro e da altura estão ilustradas na Figura 1. A parte de cima desse pião será uma semiesfera, e a parte de baixo, um cone com altura 4 cm, conforme Figura 2. O vértice do cone deverá coincidir com o centro da base do cilindro.



O artesão deseja fazer um pião com a maior altura que esse pedaço de madeira possa proporcionar e de modo a minimizar a quantidade de madeira a ser descartada.

Dados:

O volume de uma esfera de raio r é $\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$;

O volume do cilindro de altura h e área da base S é $S \cdot h$;

O volume do cone de altura h e área da base S é $\frac{1}{3} \cdot S \cdot h$;

Por simplicidade, aproxime π para 3.

A quantidade de madeira descartada, em centímetros cúbicos, é

- A) 45
- B) 48
- C) 72
- D) 90
- E) 99

6) Uma fábrica de perfumes confecciona frascos no formato de um cilindro com altura h e raio r . Para melhorar as suas vendas, essa fábrica decidiu aprimorar o design dos frascos criando recipientes no formato de cone com altura h e raio r . Desse modo, sobre o volume do novo frasco, podemos afirmar que ele tem:

- a) a metade do volume do frasco cilíndrico
- b) o dobro do volume do frasco cilíndrico

- c) um terço do volume do frasco cilíndrico
- d) o triplo do volume do frasco cilíndrico
- e) o mesmo volume que o frasco cilíndrico

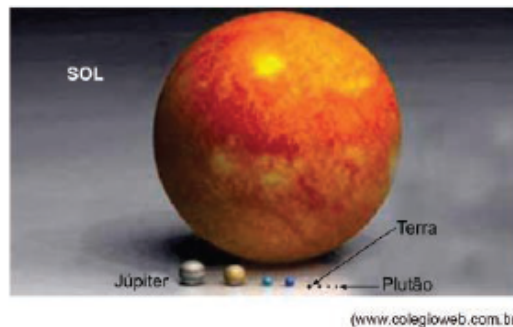
7) (UEL) Um cone circular reto tem altura de 3cm e raio da base medindo 4cm. Qual é, em centímetros quadrados, sua área lateral?

- a) 20π
- b) 30π
- c) 40π
- d) 50π
- e) 60π

8) Um plano, distante 18 cm do centro de uma esfera, determina nela um círculo cuja área é igual a $576\pi\text{cm}^2$. Determine a área da superfície e o volume da esfera.

9) Calcule a área da superfície total de um cilindro equilátero, sabendo que seu volume é igual a $250\pi\text{ cm}^3$.

10) (Ficsae-SP) Em uma palestra, um cientista ilustrou comparativamente o tamanho dos planetas do sistema solar com auxílio da foto a seguir.



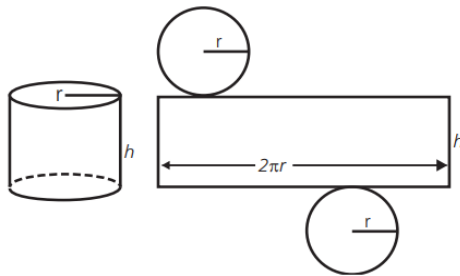
No entanto, o cientista disse que essa foto dificulta a percepção correta da diferença de tamanho entre os planetas. Para ilustrar o que dizia, ele pediu para a plateia considerar que todos os planetas são esféricos e que o tamanho do raio do planeta Júpiter é 12 vezes o tamanho do raio do planeta Terra. Em seguida, lançou a seguinte pergunta: se associarmos o planeta Terra a uma bola de futebol, o planeta Júpiter deverá ser associado, aproximadamente, a quantas dessas bolas?

A resposta correta para a pergunta do palestrante é:

- a) 1.728
- b) 121
- c) 33
- d) 22
- e) 1 331

Apêndice II: Formulário

Cilindro



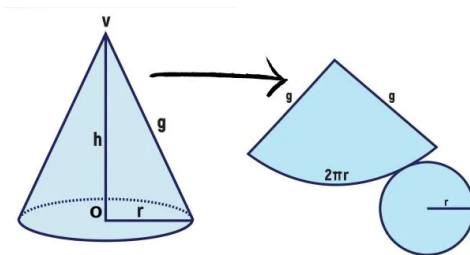
$$A_L = 2\pi r h$$

$$A_B = \pi r^2$$

$$A_T = 2\pi r(h + r)$$

$$V = \pi r^2 h$$

Cone



$$A_B = \pi r^2$$

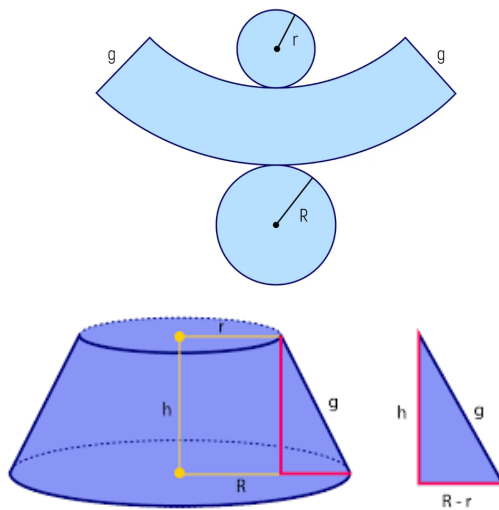
$$A_L = \pi r g$$

$$A_T = \pi r(r + g)$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$g^2 = h^2 + r^2$$

Tronco de Cone



$$A_L = \pi g(R + r)$$

$$A_B = \pi R^2$$

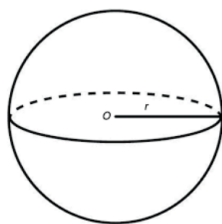
$$A_b = \pi r^2$$

$$A_T = \pi g(R + r) + \pi R^2 + \pi r^2$$

$$V = \frac{1}{3} \pi h(R^2 + Rr + r^2)$$

$$g^2 = h^2 + (R - r)^2$$

Esfera



$$A = 4\pi r^2$$

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central - Santa Rosa/RS - CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

Plano de Aula Semanal nº 9

Acadêmica: Gabriela Knob Cabral

Professora Orientadora: Elizangela Weber

Unidade Concedente: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha- Campus Santa Rosa

Estágio – Turma/Nº de alunos: 2º ano EDI T15/ 32 alunos

Professor(a) Regente da Classe: Julhane Alice Thomas Schulz

Nº de Períodos semanal/ Tempo de cada período: 1 período/ 50 minutos

Data/Horário: 30/10/2025 / 9h10 -10h

1 .Tema/Assunto:

Geometria Espacial: Corpos Redondos

2. Objetos de Conhecimento:

Cilindro, Cone, Tronco de Cone e Esfera

3. Habilidades relativas a BNCC:

(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

(EM13MAT509) Investigar a deformação de ângulos e áreas provocada pelas diferentes projeções usadas em cartografia (como a cilíndrica e a cônica), com ou sem suporte de tecnologia digital.

4 . Objetivos

- Identificar os acertos e dificuldades na prova.
- Confraternizar para fortalecer o vínculo entre estagiária e alunos.

5. Metodologia

Análise de Erros

6. Recursos

Materiais de uso comum: folha, caderno, lápis, calculadora, etc.

7. Desenvolvimento



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

Desenvolvimento da aula:

1º momento (30 minutos):

Neste momento, a professora irá dar o retorno da prova realizada na aula anterior, devolvendo-a corrigida, e fará a correção no quadro, das questões em que os alunos tiverem dúvidas.

Sistematização/Fechamento da Aula (20 minutos):

Para encerrar o estágio, a professora agradecerá aos alunos, a professora regente e a Instituição pelos momentos compartilhados nesse período. A professora reforçará a importância do estudo para o desenvolvimento pessoal dos alunos, além da importância da dedicação, em especial no final do semestre e no ano seguinte, que será o último ano no Ensino Médio. Também será realizada uma confraternização com lanche coletivo.

8. Avaliação

Os alunos serão avaliados por sua participação, assiduidade e correção da prova.

9. Bibliografias

ANDRADE, Thais Marcelle de. **Matemática interligada: geometria espacial e plana**. 1. ed. São Paulo: Schipione, 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular: educação é a base**. Brasília, 2017.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Do seu jeito: Matemática: área de Matemática e suas Tecnologias: volume 2: Ensino médio**. 1. ed. São Paulo: Ática, 2024.

IEZZI, Gelson; DEGENSZAJN, David; TAMARI, Marcio; PASMANIK, Guilherme. **Identidade Saraiva: Matemática: área de Matemática e suas Tecnologias: volume 2: Ensino médio**. 1. ed. São Paulo: Saraiva, 2024.

10. Observações

Já no início da aula, os alunos tinham buscado os lanches para a confraternização. Eles pediram se poderiam se organizar em U e eu permiti. Entreguei as provas e as notas para eles e disse que teríamos um momento para sanar as dúvidas e fazer a correção daquelas questões que fossem pertinentes. Porém, como eles já estavam organizados e com os lanches no centro da sala, eles queriam iniciar a confraternização. Poucos alunos tinham dúvidas em algumas questões, então eles vinham até a minha mesa e eu explicava a questão



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Campus SANTA ROSA

Av. Cel. Bráulio de Oliveira, 1400 - Bairro Central – Santa Rosa/RS – CEP 98787-740

Fone: (55) 2013 0200

individualmente. Rapidamente estava concluída esta parte da aula, então passamos para a confraternização.

Gabriela Knob Cabral
Aluna – Estagiária

Julhane Alice Thomas Schulz
Supervisora – Parte Concedente

Elizangela Weber
Professora Orientadora – Entidade Educacional